第 26 卷 第 5 期　　地球科学——中国地质大学学报　　Vol. 26 No. 5
2001 年 9 月　　Earth Science—Journal of China University of Geosciences　　Sep. 2001

盆地超压层段非幕式突破期的地热场模型数值解法

李　星[1]，吴冲龙[2]，刘　刚[2]，毛小平[3]

（1. 中国地质大学数理系，湖北武汉　430074；2. 中国地质大学资源学院，湖北武汉　430074；
3. 中国地质大学地球物理系，湖北武汉　430074）

摘要：盆地超压层段的地热场模拟对超压成因研究及油气生成、排放机理分析有重要意义，但求解超压层段的热传递方程的数值解法至今仍没有被很好地解决. 问题的关键在于确定超压流体速度场. 由于超压流体发生幕式突破之前的排出速率极低，其速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 近似满足条件 $\partial v_x/\partial x+\partial v_z/\partial z=0$，可以将其近似地视为稳定的不可压缩的无源流体，利用这一条件及相应的边界压力条件，可使整个计算过程得到简化. 在此基础上所建立的地热场模型有限元数值解法和模拟软件，能够实现对含油气盆地在幕式突破之前的超压层段地热场进行动态模拟.

关键词：沉积盆地；地热场；超压层段；超压流体速度场；模拟；热传递方程；数值解法.
中图分类号：P628⁺.3；TE121.1⁺1　　文献标识码：A
文章编号：1000－2383(2001)05－0513－04

作者简介：李星(1962－)，男，副教授，1997 年毕业于中国地质大学(武汉)，获工学硕士学位，现主要从事盆地地热场方面的研究.

盆地超压层段通常处于 2 500～3 500 m 的深度上或者其附近，大致与有机质成熟、烃类生成和粘土脱水的深度相当. 超压作用一方面可以促进油气的排放[1～3]，另一方面又会抑制有机质的成熟和油气的生成[4～6]. 超压作用的出现主要与快速沉积作用引起的差异压实因素有关[7]. 生烃增压是次要因素，但可能局部作用较明显[8]. 粘土转换[9]及水热增压[10]等作用尽管比较小，但也有一定贡献. 生烃增压、粘土转换和水热增压，显然都与该层段的地热场特征有关系. 然而，沉积岩的热导率随温度的升高而显著降低[11]，又随着压实及孔隙流体的排出而增加[12]. 因此，超压作用模拟与超压层段的地热场模拟是相辅相承的. 但是，由于超压层段存在微弱的热对流[13]，求解超压层段地热场的数值方法至今没有很好地解决. 本文着重探讨这个问题并给出了相应的数值解法.

1　盆地超压层段的地热场模型

热在盆地内的传递方式有热传导和热对流，考虑到热传递作用在不同层位、不同孔隙度(φ)和不同地层压力(p)条件下有显著不同的表现，吴冲龙等[14,15]曾将盆地地热场模型由上而下分解为 3 个子模型，即正常压实段子模型、欠压实段子模型和过压实段(经历过欠压实作用并位于欠压实段之下)子模型. 其中的欠压实段中存在着超压流体，故模型着重考虑热传导和超压条件下的热对流. 这一层段的热传递方式既有传导，也有对流，甚至还有幕式的突发性喷流. 本文主要探讨相关的热传导和非幕式喷流情况下的热对流模型.

以二维情况为例，设研究区域为 D，则超压层段非幕式突破期的地热场数学模型是：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)-c_f\rho_f\left(\frac{\partial}{\partial x}(v_xT)+\frac{\partial}{\partial z}(v_zT)\right)=c_{s+f}\rho_{s+f}\frac{\partial T}{\partial t},\quad (x,z)\in D; \tag{1}$$

定解条件为：

$$\begin{cases} T(x,z,t)\big|_{t=0}=T_0(x,z), \\ T(x,z,t)\big|_{\Gamma_1}=f(x,z,t), \\ k\dfrac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}}\bigg|_{\Gamma_2}=q(x,z,t). \end{cases} \tag{2}$$

收稿日期：2001－01－14
基金项目：国家自然科学基金“九五”重点项目(No. 49732005).

在偏微分方程(1)中,$k=k(x,z)$为地下孔隙介质热导率 $c_s=c_s(x,z)$,$\rho_s=\rho_s(x,z)$分别为岩石骨架的比热和密度;c_f,ρ_f(常数)分别为超压流体的比热和密度;c_{s+f},ρ_{s+f}分别为地下孔隙介质的联合比热和密度;而 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 是地下超压流体的速度. 其中,v_x 和 v_z 分别是超压流体速度在 x 和 z 方向上的分量. 在定解条件(2)中,Γ_1 是第一类边界,Γ_2 是第二类边界,$\Gamma=\Gamma_1+\Gamma_2$ 是 D 的正向边界曲线,$\boldsymbol{n}$ 是 Γ 的正向单位法向量. $T_0(x,z)$为初始温度,$f(x,z,t)$一般指地表温度,而 $q(x,z,t)$为基底热流值,均为已知函数. 盆地超压层段的顶面,理论上可以由孔隙度(φ)值决定,而 φ 是动态变化的.

2 欠压实段子模型的超压流体速度场

求解方程(1)的关键在于确定超压流体速度场. 在一般情况下,超压流体速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 是从流体运动方程中求出的,计算过程较为复杂,有时甚至无法得到确定解. 本文从分析超压流体速度场求解条件出发,寻求其简易的近似解法.

由于超压流体发生幕式突破之前岩石的孔隙度已经变得很低,孔喉直径很小且连通性很差,造成流体排出速率极低,其他层段的流体也难以进入,其内部对流循环十分微弱,因此,可以认为速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 近似地满足条件

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0, \tag{3}$$

即,超压流体速度场 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(x,z)$的散度近似为零,换言之,可以将超压流体近似地看作稳定的不可压缩的无源流体[16]. 于是,根据条件(3)可以方便地求出速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$.

由达西定律,得

$$\begin{aligned} v_x&=-k_0\frac{\partial p}{\partial x},\\ v_z&=-k_0\frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \tag{4}$$

其中 k_0 为渗透系数,p 为压力,进而可得

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_0\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_0\frac{\partial p}{\partial z}\right)=0,\quad (x,z)\in D. \tag{5}$$

方程(5)是方程(1)的特例. 只要给出边界条件,便可求出压力 p,从而根据(4)式可得到超压流体速度分量 v_x,v_z.

3 超压层段地热场子模型的数值求解

将研究区域 D 划分为 M 个三角形单元 e_m($m=1,2,\cdots,M$),相应的基函数为 $\varphi_i(x,z)$($i=1,2,\cdots,N$),其中 N 为节点数,这里 $\varphi_i(x,z)$为二元分片线性函数,且满足条件

$$\varphi_i(x_j,z_j)=\begin{cases}1, & i=j;\\ 0, & i\neq j.\end{cases}$$

根据基函数构造出方程的近似解

$$\widetilde{T}(x,z,t)=\sum_{i=1}^{N}C_i(t)\varphi_i(x,z),$$

$C_i(t)$为待定系数. 将 $\widetilde{T}(x,z,t)$代入欠压实段子模型的方程(1)得

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial z}\right)-c_f\rho_f\left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x\widetilde{T})+\frac{\partial}{\partial z}(v_z\widetilde{T})\right]-c_{s+f}\rho_{s+f}\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial t}=r(x,z,t). \tag{6}$$

如果 $r(x,z,t)\equiv0$,则 $\widetilde{T}(x,z,t)$就是所求的解. 我们希望在某种平均意义上使误差为零,即 $r(x,z,t)$在区域 D 上的加权积分等于零,也就是

$$\iint_D r(x,z,t)\varphi_i(x,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}z=0,\quad (i=1,2,\cdots,N);$$

则有

$$\iint_D\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial z}\right)-c_f\rho_f\left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x\widetilde{T})+\frac{\partial}{\partial z}(v_z\widetilde{T})\right]-c_{s+f}\rho_{s+f}\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial t}\right\}\varphi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}z=0. \tag{7}$$

令

$$I_1=\iint_D\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial z}\right)\right]\varphi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}z,$$

$$I_2=\iint_D c_f\rho_f\left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x\widetilde{T})+\frac{\partial}{\partial z}(v_z\widetilde{T})\right]\varphi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}z,$$

$$I_3=\iint_D c_{s+f}\rho_{s+f}\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial t}\varphi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}z.$$

则根据 Green 公式,可得

$$I_1=\oint_\Gamma k\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial\boldsymbol{n}}\varphi_i\mathrm{d}s-\sum_{j=1}^{N}\iint_D k\left[\frac{\partial\varphi_i}{\partial x}\frac{\partial\varphi_j}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_i}{\partial z}\frac{\partial\varphi_j}{\partial z}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}z\cdot C_j(t),\quad (i=1,2,\cdots,N);$$

又

$$I_2 = \iint_D c_f \rho_f \left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x \widetilde{T}) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z \widetilde{T}) \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z =$$

$$\iint_D c_f \rho_f \left[v_x \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x} + v_z \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z +$$

$$\iint_D c_f \rho_f \widetilde{T} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z .$$

根据前面的分析,超压流体既然可以近似地看作不可压缩的无源流体,其速度场便可近似看作无源场

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \equiv 0,$$

于是

$$I_2 = \iint_D c_f \rho_f \left[v_x \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x} + v_z \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z =$$

$$\sum_{j=1}^{N} \iint_D c_f \rho_f \left[v_x \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + v_z \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z \cdot C_j(t),$$

$(i = 1,2,\cdots,N)$;

而

$$I_3 = \iint_D c_{s+f} \rho_{s+f} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial t} \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z =$$

$$\sum_{j=1}^{N} \iint_D c_{s+f} \rho_{s+f} \varphi_i \varphi_j \mathrm{d}x\mathrm{d}z \cdot \frac{\mathrm{d}C_j(t)}{\mathrm{d}t},$$

$(i = 1,2,\cdots,N)$.

根据(7)式及 I_1, I_2, I_3 得

$$\sum_{j=1}^{N} \left\{ \iint_D k \left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}z + \iint_D c_f \rho_f \left[v_x \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + v_z \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z \right\} \cdot C_j(t) +$$

$$\sum_{j=1}^{N} \iint_D c_{s+f} \rho_{s+f} \varphi_i \varphi_j \mathrm{d}x\mathrm{d}z \cdot \frac{\mathrm{d}C_j(t)}{\mathrm{d}t} = \oint_\Gamma k \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial \boldsymbol{n}} \varphi_i \mathrm{d}s,$$

$$(i = 1,2,\cdots,N). \tag{8}$$

在(8)式中,令

$$A_{ij} = \iint_D k \left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}z + \iint_D c_f \rho_f \left[v_x \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + v_z \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \right] \varphi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}z,$$

$$B_{ij} = \iint_D \sum_{j=1}^{N} c_{s+f} \rho_{s+f} \varphi_i \varphi_j \mathrm{d}x\mathrm{d}z,$$

$$F_i = \oint_\Gamma k \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial \boldsymbol{n}} \varphi_i \mathrm{d}s.$$

其中,$i=1,2,\cdots,N$,$j=1,2,\cdots,N$. 则(8)式可简写为

$$\sum_{j=1}^{N} A_{ij} C_j(t) + \sum_{j=1}^{N} B_{ij} \frac{\mathrm{d}C_j(t)}{\mathrm{d}t} = F_i,$$

$$(i = 1,2,\cdots,N). \tag{9}$$

将(9)式中的$\frac{\mathrm{d}C_j(t)}{\mathrm{d}t}$用差分$\frac{C_j(t)-C_j(t-\Delta t)}{\Delta t}$代替,则在已知 $C_j(t-\Delta t)$时,用 Seidel 迭代法可解出 $C_j(t)$.

利用这一数值解法编制出计算机模拟程序,实现了对非幕式突破条件下的珠江口盆地珠三坳陷文昌组超压层段地热场动态模拟①. 有关软件开发和应用模拟结果将另文介绍.

4　结论

盆地超压层段的地热场模拟对分析超压成因及其对油气生成和排放的影响有重要意义. 求解超压层段的热传递方程的关键在于确定超压流体速度场. 由于超压层段流体发生幕式突破之前的内外交换速率极低,其内部对流循环的速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 近似地满足条件(3),这时,可以将超压流体近似地看作稳定的不可压缩的无源流体. 条件(3)是必须且合理的,利用这一条件及相应的边界压力条件,可使超压流体速度场 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ 的计算过程得到简化,并且可以得到确定解. 在此基础上建立的地热场模型有限元数值解法,能够实现对盆地超压层段流体非幕式突破阶段地热场的动态模拟.

参考文献:

[1] Jean du Rouchet. Stress fields: a key to oil migration [J]. AAPG Bulletin, 1981, 55(1): 74－85.
[2] 胡济世. 异常高压、流体压裂与油气运移（上）[J]. 石油勘探与开发,1989, 16(2, 3):16－23.
[3] 李明诚. 石油与天然气运移[M]. 第二版. 北京:石油工业出版社,1994. 62.
[4] Law B E, Nuccio V F, Bar her C E. Kinky vitrinite reflectance well profiles: evidence of paleopore pressure in low-permeability, gas-bearing sequences in Rocky Mountain foreland basin [J]. AAPG Bulletin, 1989, 73: 999－1010.
[5] Price L C, Wenger K M. The influence of pressure on petroleum generation and maturation as suggested by aqueous pyrolysis [J]. Org Geochem, 1992, 19: 141－159.
[6] Hao F, Li S T, Dong W L, et al. Abnormal organic-matter maturation in the Yinggegai basin, South China

①吴冲龙,王燮培,毛小平,等. 油气成藏动力学模拟系统研制. 中国海洋石油总公司“九五”重点科技攻关项目研究报告. 1999.

Sea: implications for hydrocarbon expulsion and fluid migration from overpressured systems [J]. Journal of Petroleum Geology, 1998, 21(4): 427－444.

[7] Hermanrud C. Basin modeling techniques — an overview [A]. In: Dore A G, ed. Basin modeling: advances and applications [C]. Amsterdam: Elsevier, 1993. 1－34.

[8] Waples D W. Maturity modeling: thermal indicators, hydrocarbon generation, and oil cracking [A]. In: Magoon L B, Dow W G, eds. The petroleum system: from source to trap [C]. AAPG Memoir, 1994, 60: 285－306.

[9] Powers M C. Fluid-release mechanisms in compacting marine mudrocks and their importance in oil exploration [J]. AAPG Bulletin, 1967, 51:1240－1254.

[10] Barker C. Aquathermal pressuring-role of temperature in development of abnormal-pressure zones [J]. AAPG Bulletin, 1972, 56: 2068－2071.

[11] Vasseur G, Brigaud F, Demongodin L. Thermal conductivity estimation in sedimentary basins [A]. In: Balling N, Decker E R, eds. Heat flow and thermal regimes of continental lithosphere [C]. Amsterdam: Elsevier, 1995. 167－174.

[12] Waples D W. Modeling of sedimentary basins and petroleum systems [A]. In: Magoon L B, Dow W G, eds. The petroleum system: from source to trap [C]. AAPG Memoir, 1994, 60: 307－322.

[13] 杨起,吴冲龙,汤达祯,等.中国煤变质作用[M].北京:煤炭工业出版社,1996. 96－104.

[14] 吴冲龙,杨起,刘刚,等.煤变质作用热动力学分析的原理与方法[J].煤炭学报,1997, 22(3): 225－229.

[15] 吴冲龙,李星,刘刚,等.盆地地热场模拟的若干问题探讨[J].石油实验地质,1999, 21(1): 1－6.

[16] 谢树艺.矢量分析与场论[M].北京:高等教育出版社,1985. 42.

NUMERICAL SOLUTION TO GEOTHERMAL FIELD MODEL OF OVERPRESSURE STRATUM AT NON-EPISODE MODE EXPULSION STAGE OF BASIN

Li Xing[1], Wu Chonglong[2], Liu Gang[2], Mao Xiaoping[3]

(1. *Department of Mathematics and Physics*, *China University of Geosciences*, *Wuhan* 430074, *China*; 2. *Faculty of Earth Resources*, *China University of Geosciences*, *Wuhan* 430074, *China*; 3. *Department of Geophysics*, *China University of Geosciences*, *Wuhan* 430074, *China*)

Abstract: The simulation of the geothermal field of overpressure stratum in a basin is a key to the research into the overpressure genesis and its effect on oil and gas generation and expulsion. However, the numerical solution to the thermal conduction equation of the overpressure stratum has not been proved very effectively. The key to this problem is determination of the speed field of the overpressure fluid. The expulsion speed of the overpressure fluid is extremely low before the episode-like expulsion of the overpressure fluid. In addition, the corresponding speed field: $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_z\boldsymbol{k}$ satisfies the condition $\partial v_x/\partial x+\partial v_z/\partial z=0$. In this sense, this speed field can be approximately regarded as stable incompressible source-free fluid. This condition and the corresponding boundary pressure condition are both employed to simplify the whole calculation process. Therefore, the finite element numerical solution of the geothermal field and the corresponding simulation software thus designed can be used to simulate dynamically the geothermal field of the overpressure stratum before the episode-like expulsion in the petroleum and gas basin.

Key words: sedimentary basin; geothermal field; overpressure stratum; overpressure-fluid speed field; simulation; thermal conduction equation; numerical solution.