

重力异常小波多分辨分析分解阶次的确定

刁博¹, 王家林¹, 程顺有²

1. 同济大学海洋地质教育部重点实验室, 上海 200092

2. 西北大学大陆动力学教育部重点实验室, 陕西西安 710069

摘要: 分解阶次的确定是重力异常小波多分辨分析中的基本问题之一。以塔里木及天山地区布格重力异常数据为例, 通过讨论信号长度、小波母函数的支撑长度与分解阶次的关系, 以及对比分解结果与大地水准面异常的特征, 提出了分解阶次的确定方法。发现对于该重力异常数据, 使用 bior3.5 小波, 5 阶小波分解细节可以避免小波母函数特征过多的干扰, 其结果与相应大地水准面异常特征比较吻合, 而 6 阶小波分解细节结果却与相应大地水准面异常特征存在较大差异。从信号处理和重力异常的地球物理意义两方面表明, 恰当的小波分解阶次为 5 阶, 更高阶次的分解结果并不合理。所使用的方法对重力异常小波分解阶次的确定是有效和易行的, 为小波分析在重力场数据处理中的应用, 进行了新的有益探索。

关键词: 小波多分辨分析; 小波分解阶次; 大地水准面异常; 塔里木盆地。

中图分类号: P631.1

文章编号: 1000-2383(2007)04-0564-05

收稿日期: 2006-12-31

The Confirmation of Decomposition Level in Wavelet Multi-Resolution Analysis for Gravity Anomalies

DIAO Bo¹, WANG Jia-lin¹, CHENG Shun-you²

1. Key Laboratory of Marine Geology of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China

2. Key Laboratory of Continental Dynamics of the Ministry of Education, Northwest University, Xi'an 710069, China

Abstract: How to confirm the decomposition level is a basic issue in wavelet multi-resolution analysis for gravity anomalies. In this paper, the relations between the decomposition level and the length of signal and the relations between the decomposition level and the support width of mother wavelets are discussed. Based on the comparison between the result of wavelet multi-resolution analysis for Bouger gravity anomalies in Tarim basin and Tianshan orogenic belt and the features of corresponding geoid anomaly, the authors proposed a method for confirming the decomposition level. Using bior3.5 wavelet, the 5th level detail can avoid the interference of wavelet generating functions and thereby its result accords with the features of corresponding geoid anomaly. However, there are many differences between the 6th and its corresponding geoid anomaly. Therefore, in terms of signal processing and geophysics theory, the proper decomposition level is 5, and any higher-level decomposition is unreasonable. All these researches have contributed a lot to confirming the decomposition level in processing gravity anomalies by providing effective and feasible methods.

Key words: wavelet multi-resolution analysis; wavelet decomposition level; geoid anomaly; Tarim basin.

重力场资料是研究地质构造和岩石圈结构的重要基础性资料。然而, 由于重力异常是不同深度、不同密度、不同规模和不同形态地质对象所产生场的叠加, 因此采用适当的数据处理方法, 正确合理的进行重力场的分离, 提取与研究对象有关的部分是利

用重力资料进行反演和解释的关键步骤。近几年发展起来的小波分析方法, 已经广泛的应用于地球物理信号处理领域。在重力异常的处理中, 前人已做过很多有意义的探索和研究, 杨文采等(2001)将小波分析首先应用于重力异常的分离和处理, 为重力异

常的分离提出了新的途径. 刘天佑等(2007)对磁异常利用小波多尺度分解提取信息, 并应用于深部找矿. 李健等(2001)从小波母函数性质和重力场数据的特性方面, 讨论了重力异常处理中小波母函数的选择问题.

然而, 小波分析在重力异常处理和解释方面的应用仍然存在很多有待解决的问题, 分解阶次的确定就是其中之一. 对于某一重力异常数据, 要取得满意的效果到底分解多少阶才是合理的? 通常的方法, 只是人为的进行选择, 具有较大的盲目性. 本文从信号处理和重力异常的地球物理意义两方面入手, 通过对数据采样、小波分解滤波器, 以及与大地水准面异常的对比研究, 以塔里木地区为实例, 讨论并提出了一种确定重力异常小波多分辨分析分解阶次的方法.

1 概念与方法

1.1 二进离散小波变换和多分辨分析

小波变换概念(程正兴, 1998; Mallat, 2002)最初由法国地球物理学家 Grossman and Morlet(1984)在分析处理地球物理勘探资料时提出的, 随后他们采用平移和伸缩不变性建立了小波变换的理论体系, 合作完成了连续小波变换与其逆变换的理论工作.

对于离散小波变换, 为了使其计算能高效迅速的进行, 通常采用二进小波的方法计算, 即采用二进制的动态采样网格, 对尺度参数和平移参数按幂级数进行离散化. 根据 Nyquist 采样定理, 这样仍然可以不丢失信息. 每个网格点对应的尺度为 2^j , 则平移为 $2^j k$. 由此得到的小波变换

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), j, k \in Z, \quad (1)$$

称为二进小波变换. 其中尺度函数 $\psi(t) \in L^2(R)$ ($L^2(R)$ 表示平方可积的实数空间), j 为尺度因子, k 为平移因子. j, k 均为连续值. 这样通过平移和伸缩, 二进小波变换对信号的分析就具有了变焦距的作用.

Mallat(1989)首先提出多分辨分析(multi-resolution analysis, 简称 MRA)的概念, 随后 Mallat 提出了二进小波变换的快速算法, 从而为小波理论的广泛应用奠定了基础. 其主要思想是把 $L^2(R)$ 空间分解为一串嵌套的闭子空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$, 通过正交补的塔式分解, 将 $L^2(R)$ 分解成一串正交小波子空间序列 $\{W_j\}_{j \in Z}$, 然后, 将 $f(t) \in L^2(R)$ 分别投影分解到不同分辨率的小波子空间序列 $\{W_j\}_{j \in Z}$ 上进行

分析研究.

若用 V_j 表示分解的低频部分 A_j (逼近), W_j 表示分解中的高频部分 D_j (细节), 则 W_j 是 V_j 在 V_{j+1} 中的正交补, 多分辨率分析的子空间 V_0 可以用有限个子空间来逼近, 即有

$$V_0 = V_1 \oplus W_1 = V_2 \oplus W_2 \oplus W_1 = \dots = V_N \oplus W_N \oplus W_{N-1} \oplus \dots \oplus W_2 \oplus W_1. \quad (2)$$

若根据二进小波变换的思想, 令分辨率为 2^{-j} 的 $f_j \in V_j$ 代表函数 $f \in L^2(R)$ 的逼近, 而 $d_j \in W_j$ 代表逼近的误差(细节), 则上式可写为:

$$f = f_N + \sum_{i=1}^N d_i. \quad (3)$$

这表明, 任何函数 $f \in L^2(R)$ 都可以根据分辨率为 2^{-N} 时 f 的低频部分(“逼近”)和分辨率 2^{-j} ($1 \leq j \leq N$) 下 f 的高频部分(“细节”)完全重构.

1.2 小波多分辨分析分解阶次的计算

小波多分辨分析中, 最主要的两个概念是尺度伸缩和时间平移. 小波母函数经过平移和伸缩, 计算信号与小波函数的逼近程度, 得到不同尺度和不同的时间段上的大量小波变换系数, 它们表征了原始信号在这些小波函数上的投影大小, 从而完成多分辨分析的过程.

尺度参数和平移参数不是连续值, 采用二进小波的计算方法进行离散化. 因此其分解的阶次不是任意的, 考虑到小波母函数的有效支撑长度和小波变换的实现过程, 在分解到最大阶次时, 应该保证至少可以得到一个正确的小波变换系数(Michel *et al.*, 2004). 即此时, 伸缩的小波母函数的长度不应大于待分析信号的长度.

若待分析信号的长度为 L_x . 选定某一小波母函数进行多分辨分析, 与该小波函数相关的滤波器长度为 L_w , 则其有效支撑长度为 $L_w - 1$. 设合理的最大分解阶次为 L_{ev} , 要满足以上准则, 可以表示为:

$$(L_w - 1) \times 2^{L_{ev}} < L_x,$$

可得: $L_{ev} = \text{fix} \left[\log \frac{L_x}{L_w - 1} / \log 2 \right]. \quad (4)$

式中 fix 表示向零取整. 若有大小为 $M \times N$ 的二维信号, 则 L_x 取 M 或 N 中较小者. 正交和双正交小波函数, L_w 取其相应的低通分解滤波器的长度. 带尺度函数的小波与不带尺度函数的小波函数(包括复小波), $L_w = b_2 - b_1 + 1$ (b_2, b_1 为小波有效支撑的上、下边界).

公式(4)可以避免过多的不合理的分解, 分解阶

次过多, 计算小波系数时, 原始信号需要拓展, 所得到的的小波系数重构后, 其结果将过多的带有小波母函数本身的特征, 这对于分析原始信号特征是十分不利的. 对于阶次高于 L_{ev} 的分解结果, 在进行地质解释时, 要考虑母函数对结果的影响, 只可以将其作为一种参考.

1.3 大地水准面异常的阶数与场源深度

根据地球重力场模型理论, 不同阶数的大地水准面异常对应不同尺度的重力变化, 反映了地球内部不同深度的密度不均匀分布 (楼海和王椿镛, 2005; Luđk *et al.*, 2003). Bowin (1986) 提出了位系数与场源最大深度关系的估计式 $d_n = R/(n-1)$, R 为地球平均半径, 取为 6371 km, n 为阶数.

重力异常多分辨分析的结果, 可以通过功率谱分析的方法, 确定其各阶所反映场源的平均深度. 利用 Bowin 的公式, 计算相应深度的大地水准面异常与小波分解的细节结果对比, 从地球物理意义方面, 可确定最高阶次分解结果的合理性.

2 应用实例

本次以塔里木及天山东部地区布格重力异常的多分辨分析为例, 资料范围从东经 $81^\circ \sim 91^\circ$, 北纬 $36^\circ \sim 45^\circ$. 数据大小为 512×561 , 平均点距 1.8 km. 李健等 (2001) 对重力场小波分析母函数的选择, 已经做了对比研究. 因此, 选取了双正交小波 bior3.5 进行分解. 与其他种类的母函数相比, 双正交小波解决了线性相位和正交性要求的矛盾, bior 小波系主要优点在于具有线性相位, 分解和重构时可以采用不同的函数, 更适合用于信号和图像的分解与重构处理. 那么, 公式 (4) 中 $L_x = 512$, 与 bior3.5 有关的低通分解滤波器的长度 $L_w = 12$, 计算可得分解阶次为 5, 即此数据作 5 阶分解时, 仍可以得到一个正确的小波变换系数, 其结果不会过多的引入小波母函数的特征.

然而, 对于小波变换这种纯数学的方法, 仅从信号处理的角度确定分解阶次是不够的, 还必须考虑分解结果的地球物理意义. 为了详细说明, 先对原数据进行 6 阶分解. 通过功率谱计算了各阶细节反映的场源深度, 其中 5 阶细节的场源深度约 17~34 km, 6 阶为 34~75 km. 利用 EGM 96 模型, 在更大范围内, 计算了与此场源深度相对应的 192~360 阶和 85~192 阶大地水准面异常 (图 1).

重力异常小波多分辨分析的结果, 其异常的波

长和反映的场源深度, 都随着分解阶次的升高而增大. 然而, 重力异常是重力加速度大小的波动反映, 地面所观测到的深度为 d 的地下点质量所引起的重力异常随 $1/d^2$ 而衰减. 根据杨文采等 (2001) 对重力异常小波分解结果的讨论, 通常认为, 布格重力异常对深部场源的分辨率较低, 主要表现了莫霍面的特征, 更深的信息无法细致的反映. 通过功率谱分析, 如果最高阶次的小波分解结果所反映的场源深度大于原始布格重力异常所能反映的深度, 则说明以此阶次分解是不合理的. 这需要结合其它地质、地球物理资料来确定. 对于这种大范围的二维平面数据, 可以通过与相应的大地水准面异常特征的对比, 检验其分解结果的合理性. 与其他方法相比, 这是一种更加有效、简单和快捷的方法.

通过比较, 5 阶小波细节的特征与 192~360 阶大地水准面异常比较吻合, 主要表现了盆地和造山带的轮廓与构造格架. 然而, 6 阶小波细节与 85~192 阶大地水准面异常, 除了波长相似外, 其主要特征却存在差异. 据笔者分析认为, 6 阶小波细节表现的特征只是将 5 阶细节由小波伸缩得到的, 仅仅增大了异常特征的波长, 在更大尺度上表现了异常特征, 而大地水准面异常代表的是与简单参考椭球面相一致的重力等势面之间的偏离, 它反映的是地球重力势能的侧向变化, 具有明确的地球物理意义, 深度为 d 的地下点质量所引起的大地水准面异常的振幅, 随深度按 $1/d$ 衰减, 这使得大地水准面异常比重力异常对深部质量变化的反映更灵敏, 甚至可以表现深达地幔的重力场信息. 塔里木及天山地区的地壳厚度平均为 45 km 左右 (殷秀华等, 1998), 虽然 85~192 阶大地水准面异常含有部分莫霍面的信息, 然而更主要的表现了更深的信息. 因此真正能表现 34~75 km 深度实际重力场信息的是大地水准面异常, 布格重力异常的 6 阶小波细节只是由小波分析这种纯数学滤波方法所产生的一种假象.

因此, 两方面分析的结果表明, 对于此数据, 其小波多分辨分析最合适的分解阶次为 5 阶.

3 重力异常小波多分辨分析分解阶次有关问题的讨论

从信号处理的角度, 与小波的分解阶次关系最密切的是原始重力数据的大小, 因此首先要注意资

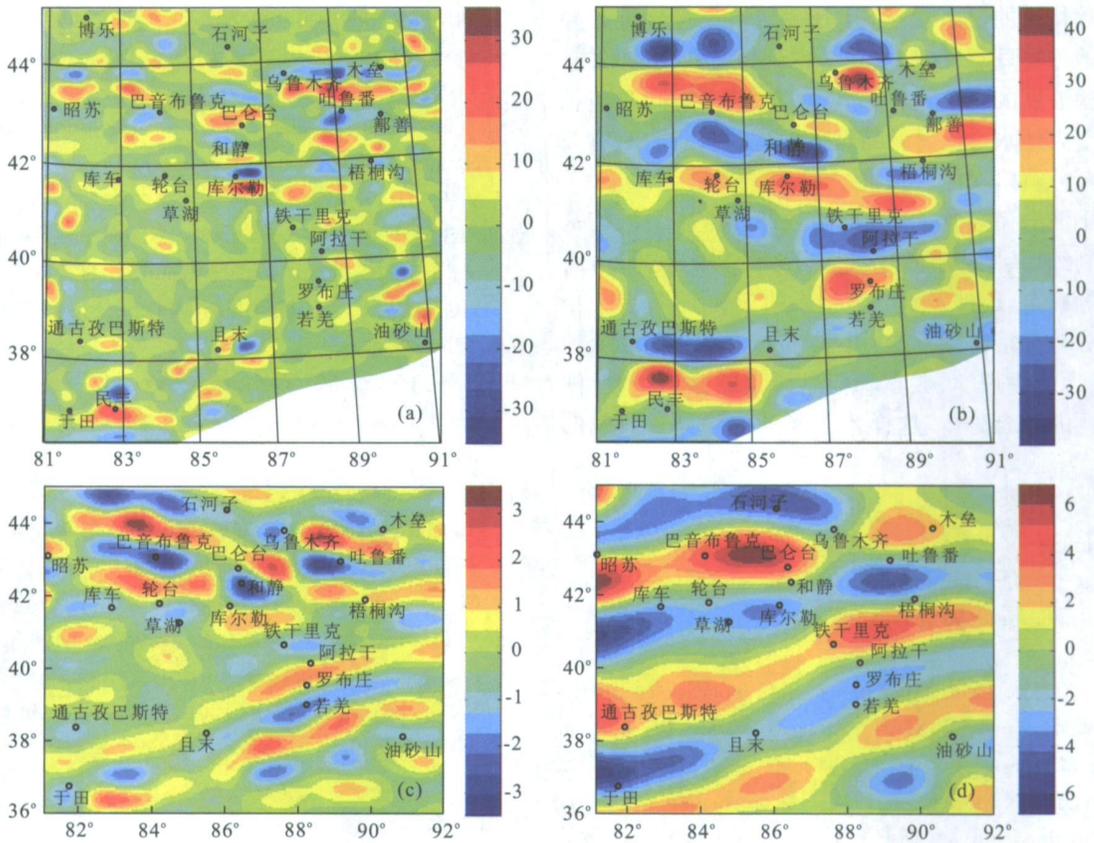


图 1 塔里木盆地及天山东部布格重力异常小波多分辨分析 5、6 阶细节 (单位: 10^{-5} m/s^2) 和 192 ~ 360、85 ~ 192 阶大地水准面异常 (单位: m)

Fig. 1 5th and 6th level detail of wavelet multi-resolution analysis for Bouger gravity anomalies and geoid anomaly of 192-360 and 85-192 degree in eastern Tarim and Tianshan orogenic belt

a. 5 阶小波细节; b. 6 阶小波细节; c. 192 ~ 360 阶大地水准面异常; d. 85 ~ 192 阶大地水准面异常

料数据的采样. 数据加密一倍, 其可分解的阶次增加 1 阶. 实例中, 数据加密一倍后, 其最高分解阶次由 5 阶变为 6 阶. 由于采用了 Mallat 二进小波变换, 所以原 1 ~ 5 阶分解结果与加密后 2 ~ 6 阶的波长相同, 异常分布特征不变. 这种现象符合采样定理的分析结果, 即数据加密实际上增加了高频信息, 小波多分辨分析时将分解出更多的低阶 (高频) 信息, 而原有的高阶 (低频) 信息并不会改变.

对于同一重力异常数据, 使用不同的小波母函数, 由于其支撑长度不同, 所以由公式 (4) 计算的阶次也不同. 使用较小支撑长度的小波母函数, 可以分解更多的阶次. 然而, 这样并不一定能提高小波分析的分辨能力, 取得更好的效果. 原始数据的信号特征, 及其与小波母函数的相似程度, 同样极大地影响着小波多分辨分析结果.

为了不过多带有小波母函数的特征, 可以分解的最大阶次. 当分解阶次高于这个阶次, 则阶次越高, 带入母函数的特征也越明显. 当计算的阶次与通过大地水准面异常确定的阶次不同时, 要从重力异常的地球物理意义考虑, 选择最恰当的分解阶次. 实例中如果选用 Bior3.9 小波, 计算所得的阶次为 4 阶, 从大地水准面异常确定的阶次为 5 阶, 则其分解阶次仍可为 5 阶. 5 阶分解仍然符合重力异常的地球物理意义, 仅增加一个阶次, 只是少量带入了母函数特征, 并没有过多影响分解的效果. 当然, 应尽量选用能让两者相一致的小波母函数, 这样从分解阶次方面才能得到较优的效果.

4 结论

在重力异常的小波多分辨分析中, 应尽量避免

母函数特征的过多影响,其分解结果应符合重力异常的地球物理意义.这需要考虑到异常数据的采样、小波滤波器的长度及小波母函数的选择,同时与相应深度大地水准面异常特征的对比,可以简单、有效的判断分解阶次的合理性.

小波分解阶次、小波母函数和异常本身的特征相互制约,共同影响着小波多分辨分析的效果.分解阶次的确定,还涉及到分解结果的正确解释.要使小波多分辨分析得到真实、可靠与合理的结果,需要地质学、地球物理学、数学和信息科学的紧密结合,注重问题的综合分析,这样才能使其成为真正有效的工具.

References

- Bowin, C., 1986. Depth estimates from ratios of gravity, geoid and gradient anomalies. *Geophysics*, 51(1): 123—136.
- Cheng Z. X., 1998. Algorithms and applications of the Wavelet analysis. Xi'an Jiaotong University Press, Xi'an (in Chinese).
- Grossman, A., Morlet, J., 1984. Decomposition of Hardy function into square integrable wavelets of constant shape. *J. Math. Anal.*, 15: 723—736.
- Li, J., Zhou, Y. X., Xu, H. P., et al., 2001. The selection of wavelet generating functions in data-processing of gravity field. *Geophysical & Geochemical Exploration*, 25(6): 410—417 (in Chinese with English abstract).
- Liu T. Y., Wu, Z. C., Zhan, Y. L., et al., 2007. Wavelet multi-scale decomposition of magnetic anomaly and its application in searching for deep-buried minerals in crisis mines: A case study from Daye iron mines. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 32(1): 135—140.
- Lou H., Wang, C. Y., 2005. Wavelet analysis and interpretation of gravity data in Sichuan-Yunnan region, China. *Acta Seismologica Sinica*, 27(5): 515—523 (in Chinese with English abstract).
- Luděk, V., Catherine, A., Hier, M., et al., 2003. Multiresolution tectonic features over the Earth inferred from a wavelet transformed geoid. *Visual Geosciences*, 8: 26—44.
- Mallat, S., 1989. A theory for multi-resolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans on PAMI*, 11(7): 674—693.
- Mallat, S., 2002. A Wavelet tour of signal processing (Second edition). Translated by Yang, L. H., Dai, D. Q., Huang, W. L., et al. China Machine Press, Beijing (in Chinese).
- Michel, M., Yves, M., Georges, O., et al., 2004. Wavelet toolbox user's guide (Version 3). The Mathworks Inc., Massachusetts.
- Yang W. C., Shi, Z. Q., Hou Z. Z., et al., 2001. Discrete wavelet transform for multiple decomposition of gravity anomalies. *Chinese J. Geophys.*, 44(4): 534—541 (in Chinese with English abstract).
- Yin X. H., Li Y. S., Liu Z. P., 1998. Gravity field and crust-upper mantle structure over the Tarim basin. *Seismology and Geology*, 20(4): 370—378 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 程正兴, 1998. 小波分析算法与应用. 西安: 西安交通大学出版社.
- 李健, 周云轩, 许惠平, 等, 2001. 重力场数据处理中小波母函数的选择. *物探与化探*, 25(6): 410—417.
- 刘天佑, 吴招才, 詹应林, 等, 2007. 磁异常小波多尺度分解及危机矿山的深部找矿: 以大冶铁矿为例. *地球科学——中国地质大学学报*, 32(1): 135—140.
- 楼海, 王椿镛, 2005. 川滇地区重力异常的小波分解与解释. *地震学报*, 27(5): 515—523.
- Mallat, S., 2002. 信号处理的小波导引(第 2 版). 杨力华, 戴道清, 黄文良, 等, 译. 北京: 机械工业出版社.
- 杨文采, 施志群, 侯遵泽, 等, 2001. 离散小波变换与重力异常多重分解. *地球物理学报*, 44(4): 534—541.
- 殷秀华, 黎益仕, 刘占坡, 1998. 塔里木盆地重力场与地壳上地幔结构. *地震地质*, 20(4): 370—378.