

矿物微观结构的多重分形

谢淑云^{1,2,3}, 成秋明^{1,3}, 李增华¹, 邢细涛^{1,3}, 陈守余¹

1. 中国地质大学地质过程与矿产资源国家重点实验室, 湖北武汉 430074
2. 中国地质大学地球科学学院, 湖北武汉 430074
3. 加拿大约克大学地球空间科学与工程系, 加拿大多伦多 M3J1P3

摘要: 分形与多重分形已广泛地应用于不同领域, 不同尺度下的各种分布特征研究更是受到广泛关注. 以云南个旧松树脚矿田中 2 件含矿矽卡岩样品中黄铁矿颗粒为研究对象, 通过分形与多重分形方法研究了黄铁矿颗粒在二维空间上的分布特征. 结果显示, 黄铁矿在微观尺度空间上的分布不均一, 具有明显的分形与多重分形分布特征. 所选研究区外接触带黑绿色含硫化物矿石矽卡岩和接触带矽卡岩型块状硫化物矿石显微照片分析结果显示, 前者黄铁矿颗粒分布的盒子维数 D_0 、信息维数 D_1 、关联维数 D_2 及广义多重分形维数 D_q 的变化范围均较小, 而后者较大; 前者外接触带黑绿色含硫化物矿石矽卡岩含矿性相对较弱, 而后者矿石矿物相对富集. 从这个意义上说, 分形与多重分形维数与样品含矿性有一定的对应关系, 因此, 分形与多重分形分析有望进一步为岩石含矿性的定量化评价提供微观尺度上的证据.

关键词: 矿物微观结构; 多重分形; 分形维数.

中图分类号: P628

文章编号: 1000—2383(2009)02—0263—07

收稿日期: 2008—11—15

Assessing Microstructures of Ore Minerals by Multifractal

XIE Shu-yun^{1,2,3}, CHENG Qiu-ming^{1,3}, LI Zeng-hua¹, XING Xi-tao^{1,3}, CHEN Shou-yu¹

1. State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
2. Faculty of Earth Sciences, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
3. Department of Earth and Space Science and Engineering, York University, Toronto, M3J1P3, Canada

Abstract: Fractal and multifractal concepts have been increasingly applied in various scientific and engineering fields. The distribution patterns of different objects at different scales have attracted more and more attention as well. This paper focuses on the investigation of the spatial heterogeneity of ore-forming minerals at micro-scales. Two ore-bearing skarn samples have been selected and the corresponding light-thin sections have also been prepared. The first sample, taken from the external contact zone between the skarn and the granite, is the blackish green ore-bearing skarn, and the second is the skarn-type ore sample which was taken from the skarn contact zone. Through MATLAB platform, the pyrites have been digitally recognized from the micro-photographing images of the thin sections. The box-counting dimensions, generalized fractal dimensions and multifractal spectra have been calculated to characterize the spatial structure of the pyrites. The corresponding fractal and multifractal dimensions of the first sample are relatively lower, whereas those of the second sample are higher. The results show that there is a corresponding relationship between the multifractal parameters and the ore-forming potentials of the rocks under consideration, which can provide new indication for the quantitative assessment of ore-bearing potentials of rocks.

Key words: microstructure of mineral; multifractal; fractal dimension.

近年来, 分形与多重分形(Mandelbrot, 1977)在矿床时空结构研究中取得了重要的成果, 从微观尺度(μm)到宏观尺度(km)等多方面均有涉及; (1)

矿床的空间分布及分带性具分形与多重分形特征, 表明成矿作用在一定的空间范围内具标度不变性(Carlson, 1991; Turcotte, 1992; Blenkinsop, 1994; 谭

凯旋等, 2000). (2) 元素含量在较大尺度空间上的分形特征. Allegre and Lewin (1995) 从理论上探讨了常态分布元素与超常富集元素是否具有相同分布规律的问题, 创造性地提出了痕量元素常见的分布模式为正态、多重正态、分形和多重分形分布; Cheng *et al.* (1994, 1996) 通过频率—浓度、数量—浓度、浓度—面积、浓度—周长、 $S-A$ 等分形模型及矩分析等多重分形方法, 将地球化学异常从背景中分离出来, 并用于描述与矿化有关的岩石、次生晕、水系沉积物、土壤以及腐殖质土中的空间分布和富集规律, 这些研究表明, 与矿化有关的微量元素空间分布具有多重分形特征. 郭科等 (2004) 运用多重分形模型, 研究了 Pb、Zn、Sb、Ag、Cu 5 种元素的广义分维数 D_q , 认为这些元素在空间上服从多重分形分布特征, 同时指出多重分形方法相比于传统的化探方法, 在判断元素的共生组合等方面具有一定的优越性. Xie and Yin (1993) 指出, 地壳中元素含量的空间分布如同海岸线长度一样, 是依赖于观测尺度 (采样间距) 的大小而变化的. Shen and Zhao (2002)、申维 (2005) 提出了多维自仿射分布的概念, 论证了多维自仿射分布在截尾条件下具有尺度不变的分形性质, 并将该分布应用于地球化学元素数据. (3) 元素含量在小尺度即微观区域上的分形与多重分形也是国内外研究的一大热点. Zhang *et al.* (2001) 运用周长—面积等分形方法研究了中国 3 个金矿床中黄铁矿、雄黄等矿物表面 As、S、Fe、Si 等元素在成矿过程中的迁移转换规律. 陆琦和刘慧芳 (2001) 研究了块状矽卡岩中石榴石等矿物表面 Sn、W、Bi 等元素的分形分布, 证实了 Sn 等元素的质量分数在矿床宏观分布上和矿物内部微观分布上均具幂律分布规律, 即具分形时空结构, 同时讨论了浮山石、绿帘石等矿物中元素含量的分形分布特征. (4) 微观矿物颗粒大小及形态等的分布研究. Vistelius (1960, 1987) 运用 Markov 思想研究了花岗岩中长石、石英分布的概率转换关系, 并由此提出了“理想花岗岩”的思想. Gulbin and Evangulova (2003) 运用分维定量地刻画了不同花岗岩中石英颗粒形貌特征并通过计算机模拟了结晶和变质重结晶过程花岗岩结构的变异性, 用于刻画不同地质过程如变质作用等对矿物颗粒的影响, 由此提取微观信息用于成矿规律等方面的研究. 徐德义等 (2009) 通过典型的六方柱模型模拟了 Lessig 闪锌矿的动力学形成过程; Xu *et al.* (2008) 通过典型的 $\lambda-R$ 分形模型讨论了理想花岗岩中石英与长石的灰度特征, 拟从非线

性特征分布角度为石英与长石的自动识别提供新的视角. Xu *et al.* (2007) 将理想花岗岩随机模型推广到离散多重分形模型, 揭示了理想花岗岩结晶矿物颗粒在空间排布的分形性质. Wang *et al.* (2005, 2008)、Wang (2008) 研究了方铅矿、闪锌矿等矿物颗粒的几何形态分布特征; Wang (2008) 亦详细讨论了闪锌矿、方铅矿与方解石交代过程的 Markov 链演化过程. 王志敬和成秋明 (2006) 基于 ARCGIS 系统运用 $P-A$ 分形 (Lovejoy, 1982) 方法通过分形维数定量刻画了不同阶段糜棱岩演化过程中石英颗粒的外部形态及其大小变化的情况, 分维可以说从另一个角度改变了以往用单纯的长短轴比率定量刻画晶体生长的观念. (5) 岩石孔洞缝等结构的分形与多重分形性质的研究. 岩体是经过漫长的地质演化过程而形成的复杂结构体, 存在不同级次随机分布的微观孔隙和裂纹 (Turcotte, 2002; 於崇文, 2003), 众多研究从铸体薄片的数字图像分析结果证明了孔隙结构的微观分形特征 (Katz and Thompson, 1985; Muller and McCauley, 1992).

尽管分形与多重分形的方法用于矿床时空结构特别是成矿作用地球化学研究已相当广泛, 但亦存在着诸多问题, 如: 宏观尺度上的研究相对成熟 (Cheng, 2005, 2007; 陈志军, 2007), 微观尺度上的研究相对缺乏; 宏观—微观、母岩—岩体—矿石的系统研究甚少, 不能更深入地探讨成矿作用在不同尺度、尤其是小尺度上的自相似性以及动力学形成机制. 本研究以个旧松树脚矿田一号坑花岗岩接触带矿石矿物组构为研究对象, 通过微观尺度上分形与多重分形特征的研究, 探讨矿物颗粒分布特征, 以及成矿作用与时空结构之间内在的联系, 为成矿规律的解析提供定量化依据.

1 研究区地质简介

云南省矿产资源丰富, 有色金属工业基础雄厚, 2000 年有色金属总产量达 74.8 万吨. 个旧矿区位于云南省东南部, 个旧市所辖, 其中心地理位置东经 $103^{\circ}09'26''$, 北纬 $23^{\circ}22'40''$, 海拔标高 1 300 ~ 2 600 m. 个旧超大型锡多金属矿集区是一个以锡为主, 同时蕴藏有 Cu、Pb、Zn、W、Ag、Bi、In 等 20 多种有色及稀有金属矿产的聚集地. 现有矿床主要集中分布在东区的马拉格、松树脚、高松、老厂和卡房 5 大矿田内. 区内的有利地层—构造—岩浆岩组合 (彭

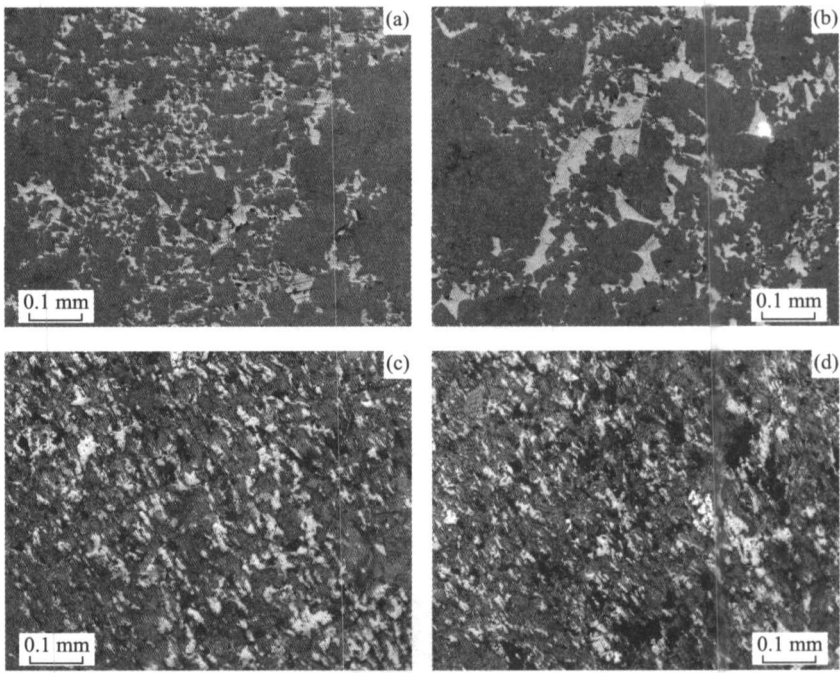


图 1 矽卡岩中黄铁矿矿石的光学显微照片

Fig. 1 Photographs of pyrites in skarn rocks

a, b. 外接触带黑绿色含硫化物矿石矽卡岩样品 Sk1-2 中黄铁矿显微照片 P1 和 P2; c, d. 对应接触带矽卡岩型块状硫化物矿石样品 Sk1-3 中的胶状黄铁矿显微照片 P3 和 P4

省临等, 2006), 为个旧矿区提供了优越的成矿条件.

本次研究选择松树脚矿田一号坑西段 1 720 m 中段花岗岩接触带样品, 分别为外接触带黑绿色含硫化物矿石矽卡岩和接触带矽卡岩型块状硫化物矿石, 野外样品编号分别为 Sk1-2 和 Sk1-3. 选取不同视域分别拍摄了 2 件样品光片照片, 如图 1 所示. 根据野外观察和光学显微镜鉴定, 初步认为, Sk1-2 主要为外接触带矽卡岩, 含矿性较弱, 矿石矿物含量相对较少(图 1a, 1b); Sk1-3 为接触带矽卡岩矿石, 矿石含量高, 发育大量胶状黄铁矿(图 1c, 1d).

2 数据处理

在 MATLAB 平台下, 可以方便地使用数值图像分析技术进行矿物颗粒的提取. 以图 1a 中的黄铁矿颗粒为例. 首先, 将黄铁矿显微镜镜下照片(图 1a)数字化成具有 256 个灰度值的黑白图像(图 2a), 根据灰度值转换成等高线图, 选取灰度值大于 156 的等值线, 将研究对象黄铁矿从图像中提取出来, 转换成矢量数据(图 2b). 根据其矢量图, 可以计算其不同颗粒大小的分布, 分析其在空间上的分布特征. 用同样的方法及步骤, 可以处理其他相关图像.

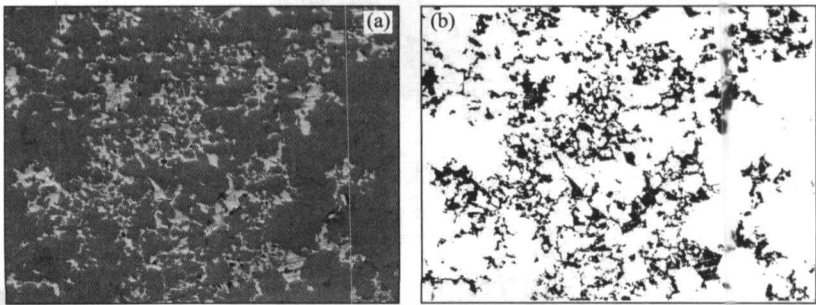


图 2 数字图像识别技术处理黄铁矿的显微图像过程

Fig. 2 The image recognition processes of the photographs of pyrites based on MATLAB

a 为图 1a 的灰度图像; b 为提取黄铁矿颗粒矢量图

3 多重分形分析

分形几何学(fractal geometry)是非线性科学的重要内容之一,它是由法裔数学家曼德尔布罗特创立的一门新的几何学(Mandelbrot, 1977),它为研究自然界的 irregular 形状和复杂过程提供了新的定量方法.分形的基本特征就是自相似性或标度不变性,它可以用分数维这一特征量来定量描述.多重分形也称作分形测度,被认为是许多个单一分形在空间上的相互缠结、镶嵌,是单一分形的推广(Evertsz and Mandelbrot, 1992),往往需要一系列分形维数即多重分形谱来加以刻画.从分维到分形谱的发展,体现了从个别数字特征向无穷多个“维谱”的过渡,大大扩大了分形方法的应用范围.简单地说,分形主要用于描述不规则的几何形体、几何集,而多重分形则用来描述不同的测度.

对于 d 维空间中的多重分形体,设在任意大小为 r 的格子 i 中其密度为 $\rho_i(r)$,那么:

$$\rho_i(r) = M_i(r)/M.$$
 (1)

这里 $M_i(r)$ 为格子 i 中研究体的总量, M 是研究体在整个研究空间中的总量.那么,分配函数 $x_q(r)$ 可以定义为:

$$x_q(r) = \sum_{i=1}^{N(r)} \rho_i^q(r),$$
 (2)

其中: $N(r)$ 是边长为 r 的格子单元总数, 矩 q 为任意实数, $-\infty < q < \infty$.如果所研究密度 $\rho_i(r)$ 服从多重分形模式,在不同尺度上,分配函数与网格单元大小 r 具有简单的幂律关系,即:

$$x_q(r) \propto r^{\tau(q)},$$
 (3)

式中: $\tau(q)$ 为 q 阶矩的幂指数,亦称质量指数.如果所研究测度满足多重分形,在双对数坐标图上, $x_q(r)$ 与 r 之间将构成一系列的直线,每一个 q 值对应一条直线,每一条直线的斜率给出一个 $\tau(q)$ 值.

多重分形的多重分维值 D_q 可由 q 阶矩的幂指

数 $\tau(q)$ 求出,

$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q}, \quad (q \neq 1).$$
 (4)

当 $q=1$ 时,

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(r)} \rho_i(r) \log \rho_i(r)}{\log r}$$
 (5)

而多重分形维数谱函数为 $f(a) = qa(q) - \tau(q)$, 其中 $a(q) = \partial \tau(q) / \partial q$. $q=0$ 时, $f(a)$ 达到最大值,对应于盒子维数 D_0 ; $q=1$ 时就是信息维 D_1 ; $q=2$ 时就是关联维 D_2 .

4 结果与讨论

图 2 中图片以像素为单位,大小为 $1\,024 \times 1\,024$.本次多重分维值的计算采用最小网格尺度为 5 个像素,网格大小 r 依次为 5、25、125 和 625 个像素,以此测量每个单元中的矿石矿物密度 $\rho_i(r)$.利用公式(2)计算分配系数 $x_q(r)$,在 $x_q(r)-r$ 双对数坐标下所拟合的直线斜率即为 $\tau(q)$ 值,图 3 为图 1 中每幅图的线性拟合图和 D_0 的估计值.从图中可以看出,每幅图的黄铁矿颗粒分布在 $x_q(r)-r$ 双对数坐标图上显示较好的线性关系,其线性拟合度达到 0.98 以上,显示 Sk1-2 和 Sk1-3 中黄铁矿在微观尺度上服从幂律分布. P1 和 P2 中黄铁矿的空间分布盒子维数分别为 1.948 和 1.822,略小于 P3 和 P4 中黄铁矿的空间分布盒子维数 2.010 和 1.962.

以步长为 1、最小值为 -10、最大值为 10 设定矩 q 的范围,这里计算了 P1、P2、P3 和 P4 的广义维数 D_q ,如图 4 所示.从中可以清楚地看出, P1 和 P2 的 D_q-q 曲线变化相对平滑,在 1.8~2.4 之间波动;而 P3 和 P4 的 D_q-q 曲线变化相对复杂,在 1.7~2.6 之间波动.

图 5 显示了黄铁矿颗粒微观空间分布的多重分

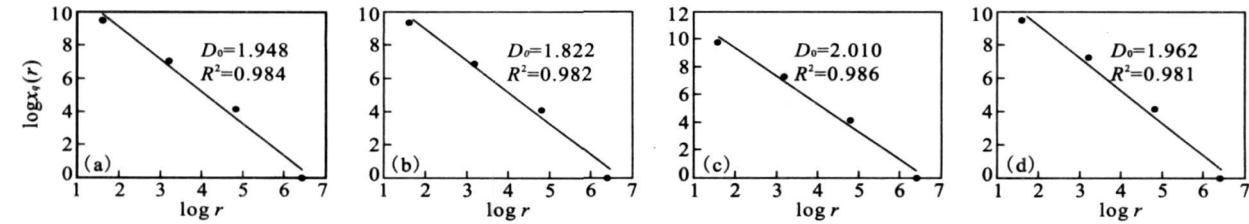


图 3 分形维数 D_0 估计

Fig. 3 Estimations of fractal dimension D_0 using the multifractal analysis

图 a-d 分别为图 1 中对应矿石矿物空间分布分维估计结果

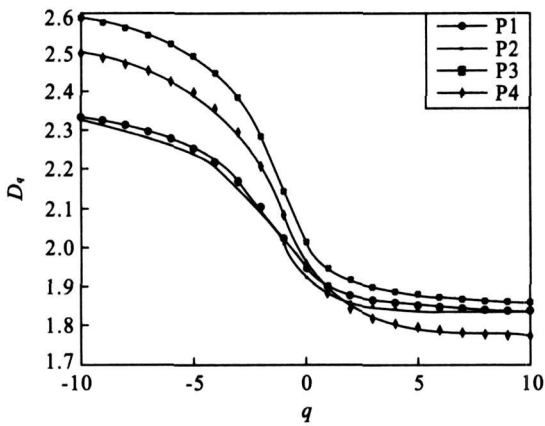


图4 广义分形维数 D_q 估计结果示意图

Fig.4 Sketch map of D_q in the calculated spectra obtained with regression

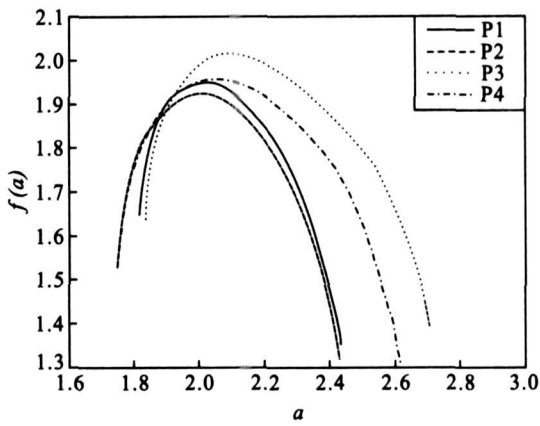


图5 黄铁矿颗粒分布的多重分形谱示意图

Fig.5 Sketch map of multifractal spectra for the space distribution of pyrites at microscales

表1 黄铁矿颗粒微观分布特征的分形参数

Table 1 Fractal parameters describing the spatial microstructures of pyrite particles

样品	$D_{\min}$	$D_{\max}$	D_0	D_1	D_2	$\Delta(D_0 - D_2)$	$\Delta(D_{\min} - D_{\max})$
Sk1-2	2.355 6	1.856 1	1.941 1	1.897 4	1.879 6	0.061 5	0.458 1
Sk1-3	2.543 7	1.814 9	1.983 7	1.911 6	1.876 4	0.107 2	0.632 1

形频谱.从中可以看出,对图1中的每幅照片,其多重分形频谱宽且连续,均为典型的右偏多重分形,说明细小黄铁矿颗粒数量多而较大黄铁矿颗粒数量少(Xie and Bao, 2004).总体P1和P2的 $f(\alpha)-\alpha$ 曲线相对较窄,而P3和P4的 $f(\alpha)-\alpha$ 曲线变化相对复杂.

为了进一步分析Sk1-2和Sk1-3中黄铁矿颗粒的分布特征,每个样品中分别选择8个不同的视域,进行了同样的多重分形分析.这里列出了2个样品共16张显微照片黄铁矿的分析结果,如表1所示.这些结果显示了黄铁矿颗粒在2个不同样品中的空间变异性(Vidal *et al.*, 2008).从表1可以看出,不管是盒子维数 D_0 、信息维数 D_1 还是关联维数 D_2 ,样品Sk1-2中黄铁矿颗粒分布的计算结果均明显小于样品Sk1-3的计算结果,样品Sk1-3中 D_q 的变化范围 $\Delta(D_{\min}-D_{\max})$ 亦大于样品Sk1-2.从这个意义上说,黄铁矿在样品Sk1-2和Sk1-3中的分布不均一,均具有较好的多重分形分布特征,但黄铁矿颗粒在Sk1-2中的不均一性较Sk1-3弱.

5 结论

黄铁矿等矿石矿物在微观尺度空间上分布不均一,具有明显的多重分形分布特征.所选研究区外接

触带黑绿色含硫化物矿石的卡岩和接触带矽卡岩型块状硫化物矿石显微照片分析结果显示,前者黄铁矿颗粒分布的盒子维数 D_0 、信息维数 D_1 、关联维数 D_2 及广义多重分形维数 D_q 的变化范围均较小,而后者较大.前者外接触带黑绿色含硫化物矿石矽卡岩含矿性相对较弱,而后者为接触带矽卡岩型块状硫化物矿石,矿石矿物相对富集.从这个意义上说,分形与多重分形维数与样品含矿性有一定的对应关系,因此,分形与多重分形分析有望进一步为含矿性的定量化评价提供微观尺度上的证据.

致谢: 本文相关工作受国家自然科学基金联合资助(Nos.40502029, 40525009, 40638041, 40872195);在样品的制备与薄片观察阶段,得到了中国地质大学(武汉)资源学院薄片观察室陆健培老师的详细指导;云南省云溪公司对整个野外工作给予了大力帮助,在此一并表示感谢!

References

Allegre, C. J., Lewin, E., 1995. Scaling laws and geochemical distribution. *Earth Planet. Sci. Letters*, 132(1-4): 1-13.

Blenkinsop, T. G., 1994. The fractal distribution of gold deposits: Two examples from the Zimbabwe Archaean craton. In: Kruhl, J. H., ed., *Fractals and dynamic systems in geosciences*. Springer, Berlin, 247-258.

- Carlson, C. A., 1991. Spatial distribution of ore deposits. *Geology*, 19(2): 111—114.
- Chen, Y. Q., Zhang S. Y., Xia, Q. L., et al., 2006. Application of multi-fractal filtering to extraction of geochemical anomalies from multi-geochemical backgrounds: A case study of the southern section of “Sanjiang ore-forming zone”, southwestern China. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 31(6): 861—866 (in Chinese with English abstract).
- Chen, Z. J., 2007. Multifractal theory based local singularity analysis method and its application in spatial information extraction for mineral exploration (Dissertation). China University of Geosciences Wuhan (in Chinese with English abstract).
- Cheng, Q. M., 2005. Multiplicative cascade mineralization processes and singular distribution of mineral deposit associated geochemical anomalies. Proceedings of IAMG '05: GIS and spatial analysis. China University of Geosciences Press, Wuhan, 297—302.
- Cheng, Q. M., 2007. Mapping singularities with stream sediment geochemical data for prediction of undiscovered mineral deposits in Gejiu, Yunnan Province, China. *Ore Geology Reviews*, 32(1—2): 314—324.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Ballantyne, S. B., 1994. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods. *Journal of Geochemical Exploration*, 51(2): 109—130.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Bonham-Carter, G. F., 1996. A spatial analysis method for geochemical anomaly separation. *Journal of Geochemical Exploration*, 56(3): 183—195.
- Evertsz, C. J. G., Mandelbrot, B. B., 1992. Multifractal measures (Appendix B). In: Peitgen, H. O., Jurgens, H., Saupe, D., eds., *Chaos and fractals*. Springer Verlag, New York, 922—953.
- Gulbin, Y. L., Evangulova E. B., 2003. Morphometry of quartz aggregates in granites: Fractal images reference to nucleation and growth processes. *Mathematical Geology*, 35(7): 819—833.
- Guo, K., Shi, Z. J., Tang, J. X., et al., 2004. Study chemical elements' intergrowth combination with multi-fractals. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 33(2): 221—224 (in Chinese with English abstract).
- Katz, A. J., Thompson, A. H., 1985. Fractal sandstone pore: Implication for conductivity and pore formation. *Phys. Rev. Lett.*, 54(12): 1325—1328.
- Lovejoy, S., 1982. Area-perimeter relation for rain and cloud areas. *Science*, 216(4542): 185—187.
- Lu, Q., Liu, H. F., 2001. Fraction-dimensional time-spatial structure of multi-metallic deposit in Shizhuyuan: Mineralized Sn and other elements in garnet as an example. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 26(2): 123—128 (in Chinese with English abstract).
- Mandelbrot, B. B., 1977. *Fractals: Form, chance and dimension*. W. H. Freeman, San Francisco.
- Muller, J., McCauley, J. L., 1992. Implication of fractal geometry for fluid flow properties of sedimentary rocks. *Transp. Porous Media*, 8: 133—147.
- Peng, S. L., Ouyang, H., Wang, L., et al., 2006. Mechanism of multi-genetic and compound metallogenesis of Sn-Cu polymetallic deposits in the Gejiu ore district. *Mineral Deposits*, 25(Suppl.): 363—366 (in Chinese with English abstract).
- Shen, W., 2005. n -dimensional self-affine fractal and its application in geochemistry. *Geological Review*, 51(2): 208—211 (in Chinese with English abstract).
- Shen, W., Zhao, P. D., 2002. Multidimensional self-affine distribution with application in geochemistry. *Mathematical Geology*, 34(2): 109—123.
- Tan, K. X., Liu, S. S., Xie, Y. S., 2000. Multifractal analysis of ore deposits distribution in Alty Xinjiang, China. *Geotectonica et Metallogenia*, 24(4): 333—341 (in Chinese with English abstract).
- Turcotte, D. L., 1992. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press.
- Turcotte, D. L., 2002. Fractals in petrology (in non-linear and chaotic dynamics in igneous petrology). *Lithos*, 65(3—4): 261—271.
- Vidal, V. E., Gardía, M. R., Miranda, J. G. V., et al., 2008. Assessing soil surface roughness decay during simulated rainfall by multifractal analysis. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15(3): 457—468.
- Vistelius A. B., 1960. The skew frequency distributions and the fundamental law of the geochemical processes. *Journal Geology*, 68(1): 1—22.
- Vistelius A. B., 1987. Ideal granites and models of their metasomatic transformations: Theory, experience and current problems. *Mathematical Geology*, 19(7): 589—612.
- Wang, Z. J., 2008. GIS-based fractal/multifractal modeling of texture in mylonites and banded sphalerite ores. [Dissertation]. York University, Toronto, Canada, 288.
- Wang, Z. J., Cheng, Q. M., 2006. Characterization of micro-texture of quartz mylonite deformation process using

- fractal $P-A$ model. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 31(3): 361—365 (in Chinese with English abstract).
- Wang Z. J., Cheng Q. M., Xia Q. L., 2005. The $P-A$ fractal model characterizing microstructure of minerals. Proceedings of IAMG' 05: GIS and spatial analysis. China University of Geosciences, Wuhan, 317—322.
- Wang Z. J., Cheng Q. M., Xu D. Y., et al., 2008. Fractal modeling of sphalerite banding in Jinding Pb-Zn deposit Yunnan, southwestern China. *Journal of China University of Geosciences*, 19(1): 77—84.
- Xie S., Bao Z., 2004. Fractal and multifractal properties of geochemical fields. *Mathematical Geology*, 36(7): 847—864.
- Xie X. J., Yin B. C., 1993. Geochemical patterns from local to global. *Exploration Geochemical*, 47(1—3): 109—130.
- Xu D. Y., Cheng Q. M., Wang Z. J., 2007. CNN modeling for the periodic banding texture of sphalerite. Proceedings of the IAMG 07: Geomathematics and GIS analysis of resources, environment and hazards. China University of Geosciences Press, Wuhan, 224—226.
- Xu D. Y., Cheng Q. M., Wang Z. J., 2009. Simulation of Liesegang band in sphalerite in MVT deposits. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 34(2): 253—257 (in Chinese with English abstract).
- Xu D. Y., Ke X. Z., Xie S. Y., et al., 2008. Scaling properties of feldspar and quartz in micro-images of ideal granites. *Journal of China University of Geosciences*, 19(4): 327—333.
- Yu, C. W., 2003. Complexity in geologic system. Science Press, Beijing, 1135 (in Chinese).
- Zhang Z., Mao H., Cheng Q. M., 2001. Fractal geometry of element distribution on mineral surfaces. *Mathematical Geology*, 33(2): 217—228.

附中文参考文献

- 陈永清, 张生元, 夏庆霖, 等, 2006. 应用多重分形滤波技术提取致矿地球化学异常: 以西南“三江”南段 Cu、Zn 致矿异常提取为例. *地球科学——中国地质大学学报*, 31(6): 861—866.
- 陈志军, 2007. 多重分形局部奇异性分析方法及其在矿产资源信息提取中的应用(博士学位论文). 武汉: 中国地质大学.
- 郭科, 施泽进, 唐菊兴, 等, 2004. 用多重分形研究元素的共生组合. *电子科技大学学报*, 33(2): 221—224.
- 陆琦, 刘慧芳, 2001. 柿竹园多金属矿床的分形时空结构: 以矽卡岩矿物中 Sn 等成矿元素分布特征为例. *地球科学——中国地质大学学报*, 26(2): 123—128.
- 彭省临, 欧阳恒, 王力, 等, 2006. 个旧矿集区锡铜多金属多因复成成矿机制. *矿床地质*, 25(增刊): 363—366.
- 申维, 2005. n 维自仿射分形及其在地球化学中的应用. *地质论评*, 51(2): 208—211.
- 谭凯旋, 刘顺生, 谢焱石, 2000. 新疆阿尔泰地区矿床分布的多重分形分析. *大地构造与成矿学*, 24(4): 333—341.
- 王志敬, 成秋明, 2006. $P-A$ 分形模型定量度量糜棱岩变形过程中石英微结构的变化. *地球科学——中国地质大学学报*, 31(3): 361—365.
- 徐德义, 成秋明, 王志敬, 2009. MVT 型矿床中闪锌矿结晶的 Liesegang 环带模拟. *地球科学——中国地质大学学报*, 34(2): 253—257.
- 於崇文, 2003. 地质系统的复杂性. 北京: 科学出版社, 1135.