

doi:10.3799/dqkx.2011.123

越流含水层中抽水井附近非达西流两区模型近似解析解

文章¹, 黄冠华^{2,3}, 刘壮添⁴, 李健^{2,3}

1. 中国地质大学环境学院, 湖北武汉 430074

2. 中国农业大学水利与土木工程学院, 北京 100083

3. 中国农业大学中国—以色列国际农业研究培训中心, 北京 100083

4. 珠江水利科学研究院, 广东广州 510611

摘要: 构建了越流含水层中抽水井附近非达西流动的两区模型, 即距离抽水井较近的区域为非达西流, 而相对较远区域为达西流, 两区之间的临界半径可根据临界雷诺数确定. 采用线性化近似方法和 Laplace 变换相结合分别得到了非达西流区域和达西流区域的水位降深在拉氏空间下的解析解, 应用数值 Laplace 逆变换—Stehfest 方法得到其在实空间下的水位降深, 并与相应的全达西模型和全非达西模型进行了比较, 结果表明: 在抽水初期不同临界半径情况下非达西流区域的水位降深曲线互相重合, 并与全非达西模型所得到的结果相吻合; 在抽水后期的结果与全非达西流模型存在明显的差异. 在抽水初期, 非达西渗透系数 k_D 越大, 非达西流区域和达西流区域的水位降深越大; 在抽水后期, k_D 越大, 非达西流区域水位降深越小, 而 k_D 的变化对达西流区域的水位降深影响较小. 越流补给在非达西流情况下对水位降深的影响与达西流情况下的结果基本类似, 且只存在于抽水后期. 考虑井储影响后, 不同 k_D 和越流补给因子 B_D 情况下抽水初期井中的水位降深在双对数坐标表现为直线且相互重合.

关键词: 抽水井; 越流含水层; 非达西流; 环境工程; 水文地质.

中图分类号: P641.2

文章编号: 1000-2383(2011)06-1165-08

收稿日期: 2011-05-08

An Approximate Analytical Solution for Two-Region Non-Darcian Flow Toward a Well in a Leaky Aquifer

WEN Zhang¹, HUANG Guan-hua^{2,3}, LIU Zhuang-tian⁴, LI Jian^{2,3}

1. School of Environmental Studies, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

2. Department of Irrigation and Drainage, College of Water Conservancy and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China

3. Chinese-Israeli International Center for Research & Training in Agriculture, China Agricultural University, Beijing 100083, China

4. Pearl River Hydraulic Research Institute, Guangzhou 510611, China

Abstract: In this paper, we propose a two-region non-Darcian flow model near a pumping well in a leaky aquifer. The flow near the pumping well is assumed to be non-Darcian, with the area nearby defined as non-Darcian flow region, while the flow far away from the pumping well can be regarded as Darcian flow. The critical distance distinguishing the non-Darcian flow region and Darcian flow region can be determined by the critical Reynolds number. We have used a linearization procedure coupled with Laplace transform to solve such a two-region non-Darcian flow model. The drawdowns both in the non-Darcian flow region and Darcian flow region have been obtained by using the so-called Stehfest numerical Laplace inversion method. We have compared our results with those for the one-region Darcian flow model and the one-region non-Darcian flow model. The results indicate that: (1) The drawdowns in the non-Darcian flow region of different critical distances approach the same asymptotic value at early stages, as well as the result for the one-region non-Darcian flow model; while at late stages, significant difference has been found between the drawdowns obtained in this study; (2) A larger “non-Darcian hydraulic conductivity” k_D results in a greater drawdown in the entire aquifer at early stages, while leads to a smaller drawdown in the non-Darcian flow region at late

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 41002082, 50979106); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(No. CUG110401); 高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20100145120004); 水利部公益性行业科研专项(No. 200901083).

作者简介: 文章(1982-), 男, 讲师, 博士, 主要从事地下水非达西流动的研究. E-mail: wenzhangcau@gmail.com

stages and has little impact on the drawdowns in the Darcian flow region; (3) The leakage effect on the drawdown is similar to that for the Darcian flow case, and it only exists at late stages; (4) When the wellbore storage is considered, all the drawdowns inside the well for different k_D and dimensionless leakage parameter B_D values approach the same asymptotic value at early stages and are straight lines in double logarithmic paper at early stages.

Key words: pumping well; leaky aquifer; non-Darcian flow; environment engineering; hydrogeology.

0 引言

抽水井在世界范围内应用非常普遍,对于抽水井附近水力学问题的研究也已有上百多年的历史.传统的抽水井附近的水力学模型大都是基于达西定律基础上的,如经典的 Theis 非稳定井流模型, Boulton 井流模型等.然而,在抽水井附近由于水流流速较高,较易发生非达西流,即水流通量与水力梯度之间的线性关系不复存在 (Sen, 1987; Wen *et al.*, 2006; Mathias *et al.*, 2008).

近年来,非达西流问题逐渐引起了许多国内外专家学者的重视.如学者 Sen(1987, 1988, 1989, 1990)采用 Boltzmann 变换方法系统研究了承压含水层中抽水井附近非达西流动问题,得到了相应的水位降深规律的解析解.但随后一些学者对于 Boltzmann 变换方法用于求解此类非达西流问题的适用性提出了质疑 (Comacho and Vásquez, 1992; Mathias *et al.*, 2008),指出 Boltzmann 变换方法从严格数学意义上可能难以求解抽水井附近的非达西流问题.基于此, Wen *et al.* (2008b)提出了一种线性化近似方法有效地解决了非达西流的高度非线性的难题,研究表明这种线性化方法在抽水后期的结果精度较高 (Mathias *et al.*, 2008).与此同时,对于抽水井附近非达西流的数值算法也进行了相关研究 (Wu, 2001, 2002; Mathias *et al.*, 2008; 文章等, 2009a, 2009b).纵观上述关于抽水井附近非达西流的研究,可以发现目前关于抽水井附近的非达西流的研究大都假设在整个含水层中的水流均为非达西流,而实际上随着距离抽水井距离的增大水流速度逐渐减小,当距离抽水井的距离大于某一临界值之后水流将变为达西流.因此,采用全达西流模型或全非达西流模型都会给结果带来一定的误差.基于此, Sen(1988)提出了承压含水层中抽水井附近非达西流的两区模型,即距离抽水井较近的区域采用非达西流进行描述,而距离抽水井较远的区域采用达西流进行描述,两者之间的临界距离可以通过临界雷诺数获得.随后,国内也有许多学者对抽水井附近非达西流两区模型进行了相关研究 (王鹏举, 1996;

常安定等, 2000; 刘元会等, 2005; 刘元会和常安定, 2005).但这些研究均采用 Boltzmann 变换方法,其结果的精确度还有待于进一步研究. Wen *et al.* (2008c)采用线性化方法求解了承压含水层中抽水井附近非达西流动两区模型,但未考虑越流补给的影响.

本文采用一种线性化近似方法结合 Laplace 变换对越流含水层中抽水井附近非达西流两区模型进行了求解,分别得到了非达西流区域和达西流区域的水位降深规律,研究结果可以为实际抽水井附近的水力学问题提供相应的理论依据.

1 问题的提出与求解

1.1 连续性方程

如图 1 所示,考虑越流含水层中的完整井,物理模型与 Hantush and Jacob(1955)基本类似,主要区别是将承压含水层中的水流分为两个区域进行研究, Hantush and Jacob(1955)认为整个承压含水层中的水流均为达西流,本文将承压含水层中的水流分为非达西流和达西流两个区域进行研究,如图 1 所示,其他假设条件与 Hantush and Jacob(1955)相同,非达西流区域与达西流区域的连续性方程均可以表示为:

$$\frac{\partial q(r,t)}{\partial r} + \frac{q(r,t)}{r} - \frac{s(r,t)}{B} = \frac{S}{m} \frac{\partial s(r,t)}{\partial t}, \quad (1)$$

式中: $q(r,t)$ 为距离井中心 r 的计算点在 t 时刻的水流通量; $s(r,t)$ 为相应的水位降深; S 为承压含水层的储水系数; m 为承压含水层的厚度; B 为越流补给因子,定义为 $m \times m_0 / k_0$, 其中 m_0 和 k_0 分别为弱透水层的厚度和渗透系数, B 越大说明越流补给强度越小. 相应的初始条件和边界条件可以表示为:

$$s(r,0) = 0, \quad (2)$$

$$s_D(\infty, t) = 0, \quad (3)$$

$$q_N(R_c, t) = q_D(R_c, t), \quad (4)$$

$$s_N(R_c, t) = s_D(R_c, t), \quad (5)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} [2\pi m r q_N(r, t)] = -Q, \quad (6)$$

式中: 下标 N 和 D 分别表示非达西流区域和达西

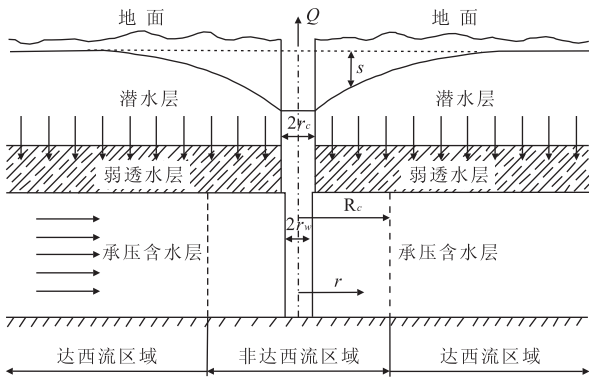


图 1 越流含水层中抽水井附近两区模型示意

Fig. 1 The schematic diagram of the studied system

流区域, R_c 为区分非达西流区域和达西流区域的临界半径, 可以根据临界雷诺数判定 (Sen, 1988; 王鹏举, 1996; 常安定等, 2000; 刘元会等, 2005; 刘元会和常安定, 2005), 在非达西流区域, 采用 Izbash 描述非达西流, 水流通量和水力梯度之间的关系可以表示为:

$$[q_N(r, t)]^n = k_1 \frac{\partial s_N(r, t)}{\partial r}, \quad r \leq R_c, \quad (7)$$

式中: n 和 k_1 为经验常数; 对于达西流区域, 根据达西定律有:

$$q_D(r, t) = k_2 \frac{\partial s_D}{\partial r}, \quad r \geq R_c, \quad (8)$$

式中: k_2 为达西流区域的渗透系数.

1.2 无量纲变量转化

定义如下无量纲变量, 如表 1 所示.

根据上述无量纲变量, 连续性方程可以用无量纲变量表示为:

$$-\frac{\partial q_D}{\partial r_D} - \frac{q_D}{r_D} - \frac{s_D}{B_D} = \frac{\partial s_D}{\partial t_D}. \quad (9)$$

相应的初始条件和边界条件也可以采用无量纲变量表示为:

$$s_{DD}(r_D, 0) = s_{ND}(r_D, 0) = 0, \quad (10)$$

$$s_{DD}(\infty, t_D) = 0, \quad (11)$$

表 1 无量纲变量

Table 1 Dimensionless variables used in this study

$r_D = \frac{r}{m}$	$r_{wD} = \frac{r_w}{m}$	$r_{cD} = \frac{r_c}{m}$
$R_{cD} = \frac{R_c}{m}$	$q_D = -\frac{4\pi m^2}{Q}$	$s_D = \frac{4\pi k_2 m}{Q}$
$k_D = \frac{k_1}{k_2} \left[\frac{Q}{4\pi m^2} \right]^{1-n}$	$t_D = \frac{k_2 t}{Sm}$	$B_D = \frac{Bk_2}{m^2}$

$$q_{ND}(R_{cD}, t_D) = q_{DD}(R_{cD}, t_D), \quad (12)$$

$$s_{ND}(R_{cD}, t_D) = s_{DD}(R_{cD}, t_D), \quad (13)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \frac{1}{2} r_D q_{ND}(r_D, t_D) = 1, \quad (14)$$

式中: 下标 ND 和 DD 分别表示非达西流区域无量纲变量和达西流区域无量纲变量. 同理, Izbash 定律和达西定律也可以分别采用无量纲变量表示为:

$$[q_{ND}(r_D, t_D)]^n = k_D \left[-\frac{\partial s_{ND}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right], \quad (15)$$

$$q_{DD}(r_D, t_D) = -\frac{\partial s_{DD}(r_D, t_D)}{\partial r_D}, \quad (16)$$

其中: $k_D = \frac{k_1}{k_2} \left[\frac{Q}{4\pi m^2} \right]^{1-n}$, 可以看作无量纲非达西渗透系数.

1.3 问题的求解

将式(15)代入连续型方程可得非达西流区域的无量纲水位降深控制方程为:

$$\frac{\partial^2 s_{ND}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} - \frac{s_D}{B_D} \frac{n}{k_D^{1/n}} \left[-\frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} \right]^{\frac{n-1}{n}} = \frac{n}{k_D^{1/n}} \left[-\frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} \right]^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial s_{ND}}{\partial t_D}, \quad (17)$$

(17) 式为一非线性微分方程, 与 Wen *et al.* (2008b) 中式子类似, 对式(17)的非线性项进行如下近似处理:

$$-\frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} = \frac{q_{ND}^n}{k_D} \approx \frac{2^n}{r_D^n k_D}. \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)消去非线性项可得:

$$\frac{\partial^2 s_{ND}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} - \frac{s_D}{B_D} A r_D^{1-n} \approx A r_D^{1-n} \frac{\partial s_{ND}}{\partial t_D}, \quad (19)$$

式中: $A = \frac{n}{2^{1-n} k_D}$; 对式(19)的无量纲时间变量 t_D

取 Laplace 变换可得:

$$\frac{d^2 \overline{s_{ND}}}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d \overline{s_{ND}}}{dr_D} - \frac{s_D}{r_D^{n-1}} \left[\frac{A}{B_D} + Ap \right] = 0, \quad (20)$$

式中: p 为 Laplace 变量, 在上述变换中已经用到了初始条件式(10), 式(20)为一变形的 Bessel 方程, 其通解可以表示为:

$$\overline{s_{ND}}(r_D, p) = r_D^{\frac{1-n}{2}} \left[C_1 I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} r_D^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] + C_2 K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} r_D^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] \right], \quad (21)$$

式中: $I_{\frac{1-n}{3-n}}(x)$ 和 $K_{\frac{1-n}{3-n}}(x)$ 分别为 $\frac{1-n}{3-n}$ 阶第一类和第二类虚宗变量贝塞尔函数, C_1 和 C_2 为积分常数, 可以根据边界条件确定. 对于达西流区域, 将达西定律式(16)代入连续性方程式(9)可得达西流区域的水位降深的控制方程为:

$$\frac{\partial^2 s_{DD}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial s_{DD}}{\partial r_D} - \frac{s_{DD}}{B_D} = \frac{\partial s_{DD}}{\partial t_D}. \quad (22)$$

对式(22)取 Laplace 变换可得:

$$\frac{d^2 \overline{s_{DD}}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \overline{s_{DD}}}{dr_D} - \frac{\overline{s_{DD}}}{B_D} = p \overline{s_{DD}}, \quad (23)$$

式(23)的通解可以表示为:

$$\overline{s_{DD}}(r_D, p) = C_3 I_0 \left(r_D \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} \right) + C_4 K_0 \left(r_D \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} \right). \quad (24)$$

根据贝塞尔函数的性质, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $I_0(x) \rightarrow \infty$, 结合边界条件式(11)可得 $C_3 = 0$, 从而达西流区域的解可以简化为:

$$\overline{s_{DD}}(r_D, p) = C_4 K_0 \left(r_D \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} \right). \quad (25)$$

现在的关键问题是如何求解积分常数 C_1, C_2, C_4 , 边界条件式(12)~(14)在拉氏空间下可以分别表示为:

$$k_D \left(\frac{2}{R_{cD}} \right)^{1-n} \lim_{r \rightarrow R_{cD}} \frac{d \overline{s_{ND}}}{dr_D} = \lim_{r \rightarrow R_{cD}} \frac{d \overline{s_{DD}}}{dr_D}, \quad (26)$$

$$\overline{s_{ND}}(R_{cD}, p) = \overline{s_{DD}}(R_{cD}, p), \quad (27)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} r_D^n \left(\frac{d \overline{s_{ND}}}{dr_D} \right) = -\frac{2^n}{k_D p}. \quad (28)$$

根据上述边界, 可以得到如下关于积分常数 C_1, C_2, C_4 的关系式:

$$\begin{aligned} & C_1 k_D \left(\frac{2}{R_{cD}} \right)^{1-n} R_{cD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} R_{cD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] - \\ & C_2 k_D \left(\frac{2}{r_{cD}} \right)^{1-n} R_{cD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} R_{cD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] = \\ & C_4 \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} K_1 \left[R_{cD} \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} \right], \quad (29) \\ & R_{cD}^{\frac{1-n}{2}} \left[C_1 I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} R_{cD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] + C_2 K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} R_{cD}^{\frac{3-n}{2}} \right. \right. \\ & \left. \left. \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right] \right] = C_4 K_0 \left[R_{cD} \sqrt{p + \frac{1}{B_D}} \right], \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & C_1 \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \frac{\left[\frac{1}{3-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right]^{\frac{2}{3-n}}}{\Gamma \left[\frac{1-n}{3-n} \right]} - C_2 \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \left[\frac{1}{3-n} \right. \\ & \left. \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right]^{\frac{2}{3-n}} \frac{\Gamma \left[\frac{2}{3-n} \right]}{2} = -\frac{2^n}{k_D p}. \quad (31) \end{aligned}$$

在上述推导过程中, 用到了下列贝塞尔函数的性质: $x dI_n(x)/dx + nI_n(x) = xI_{n-1}(x), x dK_n(x)/dx + nK_n(x) = -xK_{n-1}(x), K_n(x) = K_{-n}(x), K_n(x) \approx \frac{\Gamma(n)}{2} \left(\frac{x}{2} \right)^{-n}, n > 0$, 以及当 x 趋近 0 时有如下近似式: $I_n(x) \approx \frac{1}{\Gamma(1+n)} \left(\frac{x}{2} \right)^n$, 其中 $\Gamma(\cdot)$ 为

Gamma 函数. 当求出积分常数 C_1, C_2, C_4 后非达西流区域和达西流区域在拉氏空间下的解析解就可以相应得到, 同样编制了 MATLAB 计算机程序求解积分常数 C_1, C_2, C_4 , 并采用 Stehfest 逆变换 (Stehfest, 1970a, 1970b) 的方法得到无量纲水位降深在实空间下的解, 由于 C_1, C_2, C_4 是 Laplace 变量 p 的函数, 且表达式极为复杂, 在此不一一列出, 具体计算均在计算机程序中进行.

1.4 井储效应

当考虑井储影响后, 边界条件式(6)应该替代为:

$$2\pi r_{wD} m k_1^{1/n} \left[\frac{\partial s_N(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \right]^{1/n} - \pi r_c^2 \frac{\partial s_w(t)}{\partial t} = -Q. \quad (32)$$

根据表 1 中定义无量纲变量, 式(32)可以表示为:

$$\frac{r_{wD} k_1^{1/n}}{2} \left[-\frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} \Big|_{r_D \rightarrow r_{wD}} \right]^{1/n} + \frac{r_{cD}^2}{4S} \frac{\partial s_{wD}(t_D)}{\partial t_D} = 1, \quad (33)$$

式(33)同样为一非线性边界条件, 与上述处理非线性连续型方程类似, 式(33)可以近似表示为:

$$2^{-n} r_{wD}^n k_D \frac{\partial s_{ND}}{\partial r_D} \Big|_{r_D \rightarrow r_{wD}} - \frac{r_{cD}^2}{4S} \frac{\partial s_{wD}(t_D)}{\partial t_D} \approx 1. \quad (34)$$

对式(34)取 Laplace 变换, 可得:

$$2^{-n} r_{wD}^n k_D \frac{d \overline{s_{ND}}}{dr_D} \Big|_{r_D \rightarrow r_{wD}} - \frac{r_{cD}^2}{4S} p \overline{s_{ND}}(p, t_D) \approx -\frac{1}{p}. \quad (35)$$

将式(24)代入式(34)可得:

$$\begin{aligned}
 & 2^{-n}r_{uD}^n k_D \left[C_1 r_{uD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} I_{\frac{2-n}{3-n}} \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) - \right. \\
 & C_2 r_{uD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} K_{\frac{2-n}{3-n}} \left. \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) \right] - \\
 & \frac{r_{uD}^2}{4S} p r_{uD}^{\frac{1-n}{2}} \left[C_1 I_{\frac{1-n}{3-n}} \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) + \right. \\
 & C_2 K_{\frac{1-n}{3-n}} \left. \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) \right] = -\frac{1}{p}. \tag{36}
 \end{aligned}$$

式(36)可以简化为:

$$\begin{aligned}
 & C_1 \left[2^{-n}r_{uD}^n k_D r_{uD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} I_{\frac{2-n}{3-n}} \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) - \right. \\
 & \frac{r_{uD}^2}{4S} p r_{uD}^{\frac{1-n}{2}} I_{\frac{1-n}{3-n}} \left. \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) \right] - C_2 \left[2^{-n}r_{uD}^n k_D r_{uD}^{1-n} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} K_{\frac{2-n}{3-n}} \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{r_{uD}^2}{4S} p r_{uD}^{\frac{1-n}{2}} K_{\frac{1-n}{3-n}} \left(\frac{2}{3-n} r_{uD}^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{Ap + \frac{A}{B_D}} \right) \right] = -\frac{1}{p}. \tag{37}
 \end{aligned}$$

同理,联立式(29)、(30)和(37)可以求解考虑井储影响后的积分常数 C_1 、 C_2 、 C_4 ,当积分常数求出后同样采用 Stehfest 数值逆变换方法可以得到水位降深在实空间下的解,相关计算均在 MATLAB 计算机程序中进行。

2 结果与讨论

2.1 不考虑井储效应

首先分析了不同临界距离 R_{cd} 情况下非达西流区域的水位降深规律,并与 Wen *et al.* (2008a)全非达西流模型进行了比较,如图 2 所示。从中可以看出,在抽水初期不同 R_{cd} 情况下非达西流区域的水位降深曲线互相重合,并与 Wen *et al.* (2008a)所得到的结果相吻合,这主要是因为,在抽水初期,达西流区域的含水层中的水量还未来得及释放。在抽水后期,可以看出本文的两区模型的结果与全非达西流模型(Wen *et al.*, 2008a)存在明显的差异。具体表现为: R_{cd} 越大,非达西流区域的水位降深越小,并越接近全非达西流模型所得到的结果。图 3a 为不同 k_D 情况下非达西流区域的水位降深规律,从图中可以看出在抽水初期, k_D 越大,水位降深越大,在抽水后期, k_D 越大,水位降深越小。在抽水后期,水流达到稳定阶段,根据式(15)可知 k_D 越大,水位降深越小。而在抽水初期,水流没有达到稳定状态,水流通

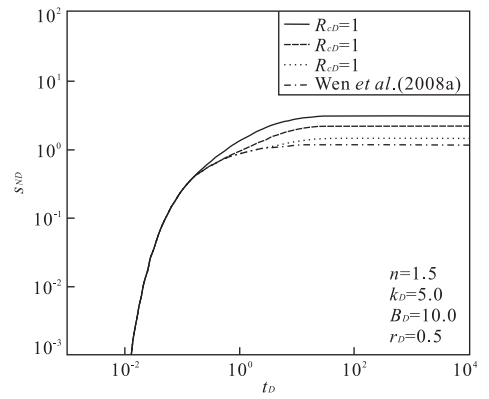


图 2 非达西流区域水位降深与 Wen *et al.* (2008a)全非达西流模型比较

Fig. 2 Comparison of the solution in this study with Wen *et al.* (2008a)

量 q 是一个从零逐渐增大到稳定阶段的水流量 q_0 , k_D 越大,说明水流量增长速度越快,在同一时间实际水流量 q 越大,根据式(15)可以得到抽水初期水位降深越大。图 3b 反映了越流因子 B_D 对非达西流区域水位降深的影响,并与 Wen *et al.* (2008c)不考虑越流影响所得到的结果进行了比较。从图 3b 中可以看出考虑越流补给的水位降深小于不考虑越流补给时的结果,且 B_D 越大,即越流补给量越小,水位降深越大。这一结论与达西流情况时的 Hantush and Jacob(1955)全达西模型所得到的结果一致。

图 4a 为不同 k_D 情况下达西流区域的水位降深曲线,并与 Hantush and Jacob(1955)全达西模型的结果进行了比较。从图中可以看出,在抽水后期不同 k_D 情况下达西流区域的水位降深与 Hantush and Jacob(1955)全达西模型的结果互相重合,这表明在抽水后期非达西流区域的水流形态对达西流区域的水位降深无明显影响。在抽水初期 k_D 越大,水位降深越大,这一结论与非达西流区域的水位降深规律一致。图 4b 反映了越流补给对达西流区域水位降深的影响,从图中可以看出在抽水初期越流补给对达西流区域的水位降深无影响,而在抽水后期影响较大,与图 3b 中越流因子 B_D 对非达西流区域的水位降深规律一致。

2.2 考虑井储效应

图 5a 和图 5b 分别为考虑井储影响后不同 k_D 和 B_D 情况下井中的水位降深规律。从中可以看出在抽水初期所有水位降深曲线互相重合,且在双对数坐标下表现为一直线。这说明在抽水初期所有抽水量均来

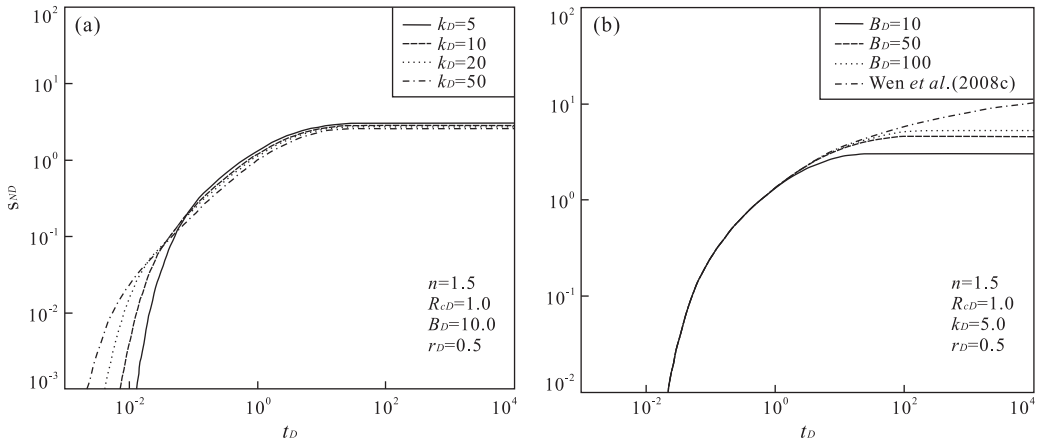


图 3 不同 k_D (a) 和不同 B_D (b) 非达西流区域水位降深规律

Fig. 3 Drawdowns in non-Darcian flow region for different k_D values (a) and B_D values (b)

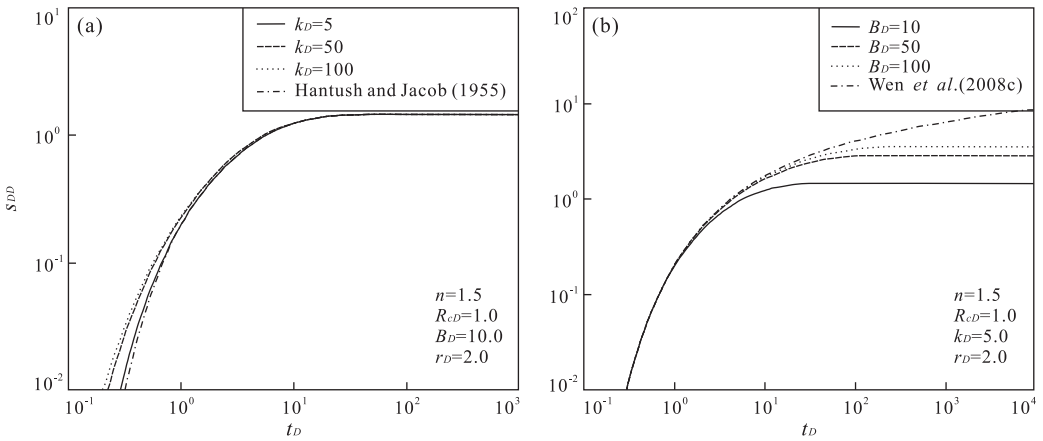


图 4 不同 k_D (a) 和不同 B_D (b) 达西流区域水位降深规律

Fig. 4 Drawdowns in Darcian flow region for different k_D values (a) and B_D values (b)

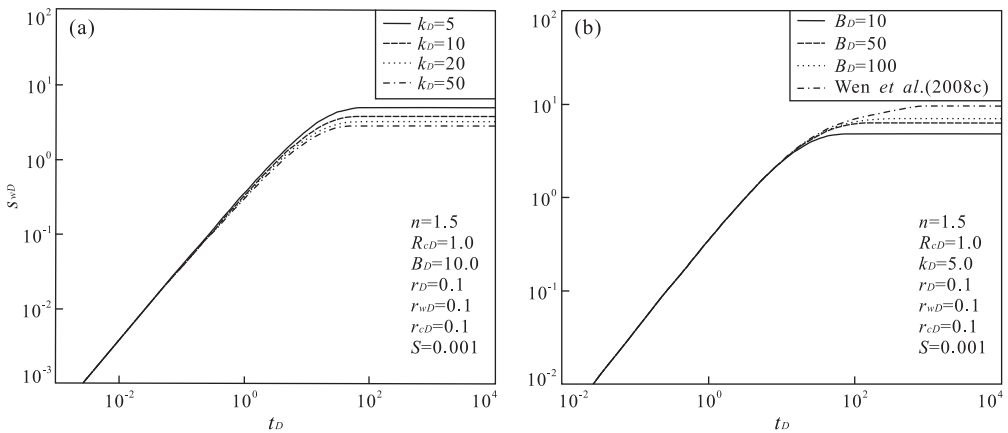


图 5 考虑井储影响后不同 k_D (a) 和不同 B_D (b) 井中水位降深曲线

Fig. 5 Drawdowns inside the well for different k_D values (a) and B_D values (b) with wellbore storage

自井管中. 在抽水后期, 由于水流趋于稳定状态, 井储效应对水位降深的影响逐渐消失, 从图 5 可以看出在抽水后期水位降深规律与不考虑井储效应时的结果

基本一致. 此外还分析了考虑井储影响后非达西流区域和达西流区域的水位降深规律, 与不考虑井储影响时的结果基本一致, 因此不再重复赘述.

3 结论

采用线性化近似方法获得了越流含水层中抽水井附近非达西流两区模型的近似解析解,并考虑了井储效应的影响.分别分析了不同非达西渗透系数 k_D 和越流因子 B_D 对非达西流区域和达西流区域水位降深的影响,并与相应的全非达西模型(Wen *et al.*, 2008a)和全达西模型(Hantush and Jacob, 1955)的结果进行了比较,主要结论如下:

(1)在抽水初期不同 R_D 情况下非达西流区域的水位降深曲线互相重合,并与 Wen *et al.* (2008a) 所得到的结果相吻合.在抽水后期,可以看出两区模型的结果与全非达西流模型(Wen *et al.*, 2008a)存在明显的差异.

(2)在抽水初期, k_D 越大,非达西流区域和达西流区域的水位降深越大;在抽水后期, k_D 越大,非达西流区域水位降深越小,而 k_D 的变化对达西流区域的水位降深影响较小.

(3)越流因子对水位降深的影响只在抽水后期存在,且越流补给在非达西流情况下对水位降深的影响规律与达西流情况下基本类似.

(4)考虑井储影响后,不同 k_D 和 B_D 情况下抽水初期井中的水位降深在双对数坐标表现为直线且相互重合,井储影响只在抽水初期存在.

References

Camacho, V. R. G., Vásquez, C. M., 1992. Comment on “analytical solution incorporating nonlinear radial flow in confined aquifers” by Zekai Sen. *Water Resources Research*, 28(12): 3337–3338. doi:10.1029/92WR01646

Chang, A. D., Guo, J. Q., Wang, H. S., 2000. The analytical solution of unsteady well flow with two flow regimes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 6: 49–53 (in Chinese with English abstract).

Hantush, M. S., Jacob, C. E., 1955. Non-steady radial flow in an infinite leaky aquifer. *Transactions, American Geophysical Union*, 36(1): 95–100.

Liu, Y. H., Chang, A. D., 2005. Research on unsteady well flow of the specific discharge of the nonlinear regime. *Journal of Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry (Natural Science Edition)*, 33(8): 113–115 (in Chinese with English abstract).

Liu, Y. H., Chang, A. D., Deng, Q. X., 2005. Drawdown of well flow in the co-existed linear and nonlinear exponents. *Journal of Northwest Sci-Tech University of*

Agriculture and Forestry (Natural Science Edition), 33(3): 157–160 (in Chinese with English abstract).

Mathias, S. A., Butler, A. P., Zhan, H. B., 2008. Approximate solutions for forchheimer flow to a well. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9): 1318–1325. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2000)134.9

Sen, Z., 1987. Non-Darcian flow in fractured rocks with a linear flow pattern. *Journal of Hydrology*, 92(1–2): 43–57. doi:10.1016/0022-1694(87)90088-6

Sen, Z., 1988. Type curves for two-region well flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12): 1461–1484. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(1988)114.12

Sen, Z., 1989. Nonlinear flow toward wells. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(2): 193–209. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(1989)115.2(193)

Sen, Z., 1990. Nonlinear radial flow in confined aquifers toward large-diameter wells. *Water Resources Research*, 26(5): 1103–1109. doi:10.1029/WR026i005P01103

Stehfest, H., Goethe-Univ, J. W., Germany, W., 1970a. Algorithm 368: numerical inversion of Laplace transforms. *Communications of the ACM*, 13(1): 47–49. doi:10.1145/361953.361969

Stehfest, H., Goethe-Univ, J. W., Germany, W., 1970b. Remark on algorithm 368: numerical inversion of Laplace transforms. *Communications of the ACM*, 13(10): 624–625. doi:10.1145/355598.362787

Wang, P. J., 1996. Theory for two-regime well flow in confined aquifers. *Journal of Irrigation and Drainage*, 15(4): 1–9 (in Chinese with English abstract).

Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2006. Non-Darcian flow in a single confined vertical fracture toward a well. *Journal of Hydrology*, 330(3–4): 698–708. doi:10.1016/j.jhydrol.2006.05.001

Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2008a. Non-Darcian flow to a well in an aquifer-aquitard system. *Advances in Water Resources*, 31(12): 1754–1763. doi:10.1016/j.advwatres.2008.09.002

Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2008b. An analytical solution for non-Darcian flow in a confined aquifer using the power law function. *Advances in Water Resources*, 31(1): 44–55. doi:10.1016/j.advwatres.2007.06.002

Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., et al., 2008c. Two-region non-Darcian flow toward a well in a confined aquifer. *Advances in Water Resources*, 31(5): 818–827. doi:10.1016/j.advwatres.2008.01.004

Wen, Z., Huang, G. H., Li, J., et al., 2009a. A numerical solution of non-Darcian flow toward an extended well in a confined aquifer. *Journal of Hydraulic Engineering*,

40(4): 398—402 (in Chinese with English abstract).

Wen, Z., Huang, G. H., Li, J., et al., 2009b. A numerical solution for non-Darcian flow toward a well in a leaky aquifer. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 24(4): 448—454 (in Chinese with English abstract).

Wu, Y. S., 2001. Non-darcy displacement of immiscible fluids in porous media. *Water Resources Research*, 37(12): 2943—2950.

Wu, Y. S., 2002. Numerical simulation of single-phase and multiphase non-Darcy flow in porous and fractured reservoirs. *Transport in Porous Media*, 49(2): 209—240. doi:10.1023/A:1016018020180

附中文参考文献

常安定, 郭建青, 王洪胜, 2000. 两种流态区域条件下的井流

问题的解析解. *水利学报*, 6: 49—53.

刘元会, 常安定, 2005. 非线性渗流区域井流问题渗流速度的分区研究. *西北农林科技大学学报(自然科学版)*, 33(8): 113—115.

刘元会, 常安定, 邓秋霞, 2005. 线性非线性并存区域井流问题的水头降深研究. *西北农林科技大学学报(自然科学版)*, 33(3): 157—160.

王鹏举, 1996. 考虑非达西流情况下地下水向集水建筑物运动的非稳定理论的研究. *灌溉排水*, 15(4): 1—9.

文章, 黄冠华, 李健, 等, 2009a. 承压含水层中扩展井附近非达西流数值解. *水利学报*, 40(4): 398—402.

文章, 黄冠华, 李健, 等, 2009b. 越流含水层中抽水井附近非达西流动模型的数值解. *水动力学研究与进展*, 24(4): 448—454.