

doi:10.3799/dqkx.2012.124

二维混合场的各向异性尺度不变性 量化方法及其应用

曹黎^{1,2}, 成秋明³

1. 中国地质大学地球科学与资源学院, 北京 100083
 2. 中国地质调查局, 北京 100037
 3. 中国地质大学地质过程与矿产资源国家重点实验室, 湖北武汉 430074

摘要:由不同尺度过程或作用叠加而形成的混合场在地学领域很常见,研究如何量化这些场的尺度不变性以及如何刻画其各项异性特征具有重要意义。介绍了近期研发的图像各向异性尺度不变性模拟和分解方法,并将其应用于遥感图像处理中。该方法是将各向异性尺度不变性(SIG)和分形滤波(S-A)方法融合的,对于任意二维场,先用S-A模型判断其是否为混合场,如果是混合场,用S-A模型对其进行模式分解,然后再运用SIG模型量化分解后的各组分的各向异性尺度不变性,并描述其具体变换特征。基于一幅混合遥感影像的应用实例表明,该方法能够有效地量化二维混合场的各向异性尺度不变性。此外,混合场只有在正确分解成不同尺度的组分之后才能得到合理的利用。

关键词:混合场;各向异性尺度不变性;广义尺度不变性理论;各向异性尺度不变性量化模型;能谱密度—面积模型。

中图分类号: P627; P628

文章编号: 1000-2383(2012)06-1169-06

收稿日期: 2012-07-19

Anisotropic Scale Invariance Quantification Method for 2D Mixing Fields and Its Applications

CAO Li^{1,2}, CHENG Qiu-ming³

1. School of Earth Science and Mineral Resources, China University of Geosciences, Beijing 100083, China
 2. China Geological Survey, Beijing 100037, China
 3. State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: Mixing fields caused by processes and effects with different scales are very common in geosciences researches. It is important to work out methods to quantify anisotropic scale invariance for these fields. This paper puts forward a newly developed anisotropic scale invariance quantification and mixing data decomposition method for images and applies it to remote sensing image processing, which is an integrated model of the SIG (scale invariant generator) model and S-A (spectrum-area) model. For any 2D fields, S-A model is used to identify if it is a mixing field. If it is, decompose it into different components also by S-A. Then use SIG model to quantify the decomposed components' anisotropic scale invariance and describe their transformation characteristics. An application of processing a mixing remote sensing image demonstrates that this method is able to quantify anisotropic scale invariance for 2D mixing fields and mixing fields must be decomposed properly before application.

Key words: mixing field; anisotropic scale invariance; generalized scale invariance; scale invariant generator; spectrum-area.

尺度不变性是非线性动力学的基本属性,而在现实中几乎没有哪个具有尺度不变性特征的域是各向同性的(Schertzer and Lovejoy, 1987, 1991; Pfug, 1991; Pfug et al., 1991, 1993)。比如,大气

领域测量到的很多空间场因“科里奥利力”而产生差异性旋转。Lovejoy et al. (1987)发现三维雷达雨水反射率具有各向异性尺度不变性特征。Fox and Hayes(1985)观察到海洋测深的尺度不变性也是各

基金项目:“863”计划(No. 2009AA06Z110); NSERC项目(No. ERC-OGP0183993)。

作者简介:曹黎(1981—),男,硕士,中国地质调查局总工程师室工程师。主要从事地质调查信息化建设、质量监管、标准制定等工作。

E-mail: cli@mail.cgs.gov.cn

向异性的。此外，还有大量的地球物理场具有很强的各向异性尺度不变性特征，如地震中的断裂面等。因此，研究各向异性尺度不变性非常必要。

很多地球物理和地球化学场都是多个不同尺度的地质过程和作用叠加而形成的，笔者把这样的数据叫做“混合场”。比如，一个混合地球化学场是由区域性正常地质过程与矿化过程叠加而形成的；一幅遥感图像可能反映不同尺度的地质过程在地球表面的变化性。这些混合场必然也具有尺度不变性，并且这种尺度不变性在绝大多数情况下都是各向异性的。过去科学家们在研究各向异性尺度不变性的时候，往往把混合场当成单一场进行处理。近年来，笔者将各向异性尺度不变性方面基于广义尺度不变性和广义自相似理论体系提出的 2 个模型——各向异性尺度不变性量化模型 (scale invariant generator, SIG) 与混合场分解模型 (spectrum-area, S-A) 结合起来，提出了量化二维混合场各向异性尺度不变性的方法 (Cao and Cheng, 2012)。本文将简要介绍该方法原理，主要介绍该方法在遥感图像处理中的应用及其应用效果。

1 广义尺度不变性理论 (GSI)

Lovejoy and Schertzer (1985) 提出的广义尺度不变性 (generalized scale invariance, GSI) 理论体系，阐述了大小尺度可以相互关联而不需要引入任何一个特有 (具体) 尺度的最普通情形。在该体系中，向量的长度被用来衡量尺度，不同尺度的向量通过一个尺度变换算子来相互关联，而这个算子仅仅依赖于向量间长度的比。

GSI 系统包括 3 个要素：(1) 1 个用于定义单位向量的单位球： $B_1 = \{x | f_1(x) < 1\}$ (f_1 是一个关于向量 x 的函数)；(2) 1 个尺度变换算子： $T_\lambda = \lambda^G$ ，这里 λ 表示尺度比， G 是矩阵 (称之为生成元)， T 为对向量的尺度变换；(3) 1 个尺度度量 (尺码)。定义了要素 (1) 和 (2) 之后，一族开放的球 B_λ 可以被定义成如下形式：

$$\forall x : f_\lambda(x) = f_1(T_\lambda^{-1}x) \quad B_\lambda = \{x ; f_\lambda(x) < 1\}$$

这意味着所有落在相同球 ∂B 表面上的向量 x 都有相同的向量尺度。

在二维线性 GSI 形式中，尺度变换算子 $T_\lambda = \lambda^G$ 中的生成元 G 是一个 2×2 的矩阵，可以写成基本二维矩阵线性组合的形式： $G = dL + eK + fJ + gI$ ，

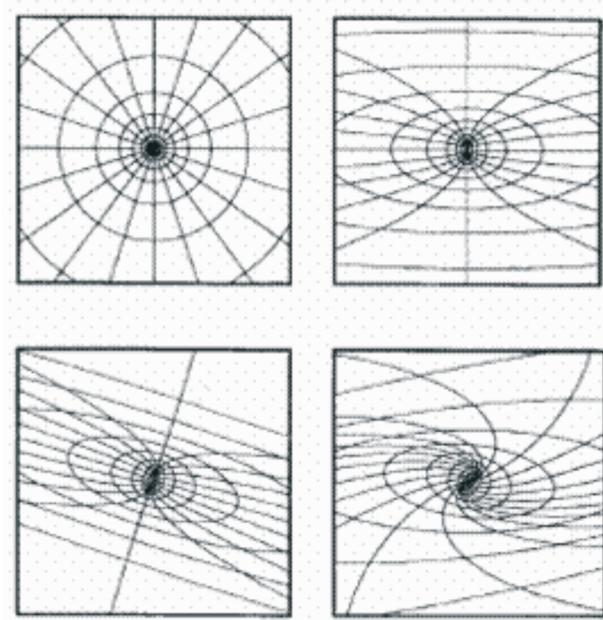


图 1 取不同 c, f, e 值时球族的形状
Fig. 1 Shape of balls with different c, f, e values

其中 $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, 因而 $G = \begin{pmatrix} d+c & f+e \\ f-e & d-c \end{pmatrix}$ 。通过这样的定义，生成元 G 可以客观地反映尺度不变性在 x 轴与 y 轴方向上尺度变化比之间的差异性。其中 c 用来衡量 x 、 y 两个坐标轴方向上相对尺度不变性的大小。当 c 等于 0 时， x 轴和 y 轴方向上的尺度不变性相等。这样的不变性为各向同性不变性。当 c 从 0 开始增加， x 轴相对 y 轴方向上的尺度不变性不断增加；当 c 从 0 开始减少， y 轴相对 x 轴方向上的尺度不变性不断增加。 f 代表双轴在对角线上的反映。 e 用来衡量旋转的程度。如果 e 是正值，球进行顺时针旋转；如果 e 是负值，球进行逆时针旋转 (图 1)。 d 代表整体收缩程度。在二维线性 GSI 形式中，由于不存在整体收缩， d 等于 1 (Lewis et al., 1999)。

2 各向异性尺度不变性量化模型 (SIG)

基于 GSI 理论体系，Lewis et al. (1999) 提出了一种各向异性尺度不变性量化模型 (scale invariant generator, SIG) 模型。它通过在频率域估计 GSI 形式中代表旋转和层化程度的尺度不变性生成元 G 中的参数和形成相应球族来量化二维场的各向异性尺度不变性。以下是其工作原理。

如果一个尺度域“在统计上是转换不变的”,那么它的结构函数 $S(x, \Delta x) = \langle [f(x) - f(x + \Delta x)]^2 \rangle$ (x 是一个位置向量, Δx 是相对 x 的一个落差, ‘ $\langle \rangle$ ’代表整体平均值) 将独立于 x , 并且 $S(T_\lambda \Delta x) = \lambda^{-\xi} S(\Delta x)$ 将成立(这里的 ξ 指的是尺度幂). 在这种情形下, 傅立叶空间的能谱密度 P (振幅平方的模数, 即 $P(k) = |F(k)|^2$, $F(k)$ 是 $f(x)$ 的傅立叶转换, k 是波数) 是一个具有尺度不变性特征的值, 并且它具有如下属性: $\langle P(\bar{T}_\lambda k) \rangle = \lambda^{-s} \langle P(k) \rangle$. 其中傅立叶空间的尺度变换算子 $\bar{T}_\lambda = \lambda^{\bar{c}} \cdot \bar{G} = G^\top$ 是傅立叶空间的生成元, 在线性的情况下, 它是真实空间生成元的转置. 由于方程 $\langle P(\bar{T}_\lambda k) \rangle = \lambda^{-s} \langle P(k) \rangle$ 是针对位置向量 k 而不是相对向量 Δx , 球族可以给一个物理上的解释, 即球的周界上能谱密度保持不变, 因此球也可以定义成被周线 $\langle P \rangle$ 包围的面积. 每个球将对应 1 个圈周线 $\langle P \rangle$ 和 1 个 B_{λ_1} 和 $\langle P_{\lambda_1} \rangle$ 值, 且 B_{λ_2} 和 $\langle P_{\lambda_2} \rangle$ 之间的关系是: $\langle P_{\lambda_2} \rangle = \lambda^{-s} \langle P_{\lambda_1} \rangle$ (Lewis, 1993).

估计 GSI 中尺度不变性生成元 G 的过程可以看作一个非线性回归统计的过程, 即用 N 个能谱密度数据点 $P(k_i)$ 去拟合一个理论函数. 在大多数时候使用最小二乘法, 通过最小化误差函数 $E_{SIG}^2 \Rightarrow E^2(G) = \frac{1}{n} \sum_{i,j} [\ln P(\lambda_i^G k_j) + s \ln \lambda_i - \ln P(k_j)]^2$ 来求得 G 中的各个参数(公式中的 $s = \xi + D_d$ 是各向异性尺度幂. D_d 叫做椭圆维数, 代表空间的有效维数. 在二维线性 GSI 形式中, $D_d = 2d = 2$. G 此时被理解为傅立叶空间的生成元). 该误差函数中的和涵盖了所有数据点 $P(k_j)$ 和所有可能的不连续的尺度比 λ_i , 它们构成了一一对应的数据组 $[P(k_j), P(\lambda_i^G k_j)]$ (Lewis et al., 1999).

在具体计算的时候, 首先将所要研究的场通过傅立叶变换由空间域转到频率域, 并且求得能谱密度. 由于 $E(k) \sim k^{-\beta}$ (或 $\ln E(k) = -\beta \ln k + \alpha$), 各向异性尺度幂 s 可以通过 $s = \beta + 1$ 求得(β 是各向同性光谱斜率, 各向同性能量密度 $E(k)$ 可以通过将 $k = |k|$ 保持不变的一圈上的 $P(k)$ 求和而获得). 生成元参数(c, f, e) 第 1 次的估计值通过逐步(raving)搜索获得, 之后用这些值对 E^2 作抛物面扩展, 取抛物面的最低点得到生成元参数(c, f, e) 的最终估计值. 用得到的生成元参数可以对 P 进行增强, 然后可以通过某一值域内的点拟合成一条等值曲线作为单位球. 最后, 通过尺度变换画出一组球族.

3 混合场分解与尺度不变性量化模型(S-A)

有学者基于多重分形广义自相似理论(generalized self-similarity)提出了可以度量各向异性尺度不变性和对混合模式进行分解的能谱密度—面积模型(spectrum-area, S-A) (Cheng et al., 1999; Cheng, 2004; Cheng et al., 2006). 根据 S-A 模型, 能谱密度大于 S 的集合面积 $A(>P)$ 与 P 之间关系服从幂律函数: $A(>P) \propto P^{-2d/s}$ (\propto 表示成比例, $d = 1$ 代表整体收缩程度, s 是各向异性尺度幂). 如果将 $A(>S)$ 值和 P 值作一个双对数图, 那么所拟合直线的斜率将等于 $-2/s$. 可以看出, 这个函数独立于 f, c, e . 这意味着 2 个坐标轴间的相对尺度不变性和旋转转换并不会改变面积值 $A(>P)$. 说明 S-A 的限定条件较线性 GSI 更宽, 可以用于刻画更广的自相似性. 运用 S-A 模型可以度量能谱密度的幂律关系, 如果存在多个幂律关系, 可以在频率域定义阈值, 构造不同的滤波器, 对该混合场进行模式分解, 然后通过反傅立叶变换将分解的场转回空间域. 该方法广泛用于提取地球化学和地球物理异常.

4 综合运用 SIG 和 S-A 模型形成的二维混合场各向异性尺度不变性量化方法

从理论上讲, 混合场只有当它的不同组分被识别和分解以后才能得到合理的利用. 由于 SIG 模型假设在整个尺度范围里只存在一个尺度不变性, 对混合场 SIG 模型其实并不能直接用来量化其各向异性尺度不变性. 而 S-A 模型可以通过在频率域识别不同的各向异性尺度不变性特征而实现对混合场的分解. 因此, 可以将 S-A 模型和 SIG 模型结合起来, 形成一套新的方法, 既能对混合模式进行分解, 又能对分解后各组分的各向异性尺度不变性进行量化. 具体操作是: 首先运用 S-A 模型对所研究的二维场求各向异性尺度幂 s . 如果只存在 1 个幂律关系, 就用 SIG 模型来对该二维场的各向异性尺度不变性进行量化, 即估计生成元参数和生成球族. 如果存在多个幂律关系, 就用 S-A 模型对该二维场进行模式分解, 然后再用 SIG 模型对分解后各个组分的各向异性尺度不变性进行量化.

5 遥感影像各向异性尺度不变性度量

研究选取的数据是一组 Landsat TM 遥感数据中的第 7 波段影像。它接收于 1985 年 9 月 9 日，覆盖了加拿大 BC 省西北部 Mitchell-Sulphurets 矿区的 350 km^2 ，包含 777×496 个像素，分辨率为 30 m (图 2a)。该图像曾经被用于识别斑岩型铜金矿化蚀变与区分不同地质和地理现象 (Cheng and Li, 2002)。本文再次使用该数据主要的目的是示范文中介绍的尺度度量方法的使用和应用效果。

首先通过傅里叶变换将该影像由空间域转换到频率域(图 2b)，然后运用 S-A 模型求各向异性尺度幂 s 。图 3 是其 S-A 图，横坐标表示能谱密度 P ，纵坐标表示大于 P 值的面积 $A(>P)$ 。图上数据显示，S-A 分布需要 3 条线段才能较好地拟合实际计算的结果，显示可能具有 3 种不同模式。

在这种情况下，以拐点对应的能谱密度值为阈值可以将能谱密度平面划分为低、中、高频 3 部分，从而分别形成 3 个不规则的滤波器(图 4)。分别将 3 部分的能谱密度通过反傅里叶变换转回到空间域，得到低、中、高频分别对应的 3 个组分(图 5)。其中，左边组分对应的是大尺度的背景(低频)，中间组分对应的是影像的主体变化(中频)，而右边组分反映的是图像中非常细微的变化(高频)，它主要是由数据中一些误差或错误(噪音)引起的。由于存在 3 个不同的各向异性尺度幂值，因此这幅遥感影像可以被看作一个二维混合场。事实上也正是如此，它是第 7 波段影像，反映的大量岩石和矿物信息。这些信息都是由不同尺度的地质作用叠加形成的。

模式分解完成后，笔者应用 SIG 模型来对分解后

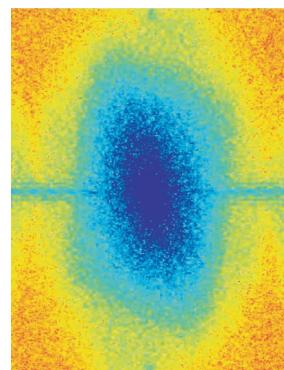
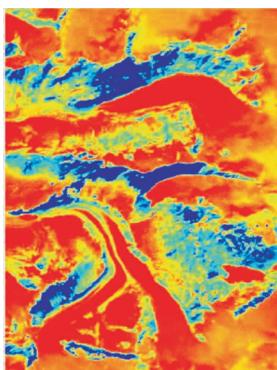


图 2 遥感影像(a)和能谱密度图(b)

Fig. 2 The original remote sensing image (a) and spectral energy density image (b)

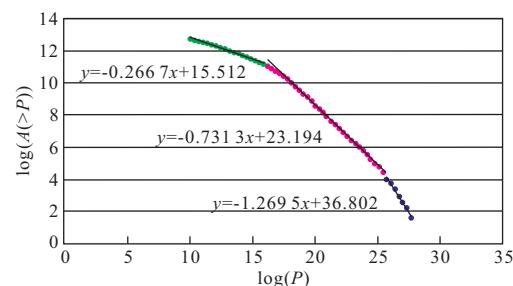


图 3 能谱密度大于 P 的面积与 P 的 log-log 图

Fig. 3 Log-log plot of area of the set with spectral energy density above P ($A(>P)$) against P

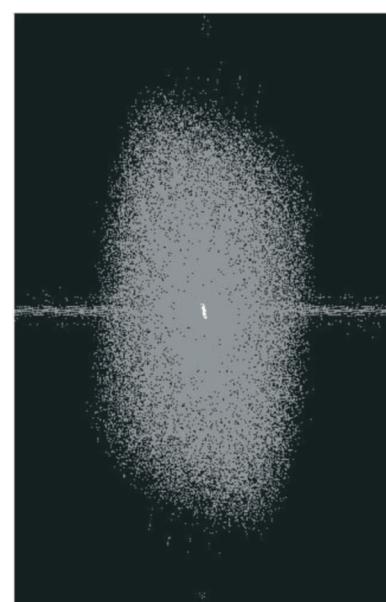


图 4 根据图 3 中的 2 个拐点构建的 3 个滤波器

Fig. 4 The three filters constructed according to the breaks in the S-A plot

组分的各向异性尺度不变性进行量化。由于低频组分在能谱密度平面中对应的点非常少(中心区域)，无法用 SIG 模型进行处理，这部分点将合并到中频组分处理。这里需要特别指出的是，虽然在应用 SIG 模型的时候忽略了低频部分，但它的完整性是不容忽视的，因为它反映了大尺度的背景结构。中频组分由于反映影像的主体变化，它将是笔者关注的重点。为了计算方便，截取能谱密度平面中基本覆盖中频和低频的矩形区域作为研究对象(图 6)。应用 SIG 模型，估计出尺度不变性生成元 G 中的 3 个参数分别为： $e=0.126$ ， $c=-0.027$ ， $f=-0.065$ 。用这 3 个参数生成一组反映各向异性尺度不变性的球族，如图 6 所示。结果显示，球族与能谱密度的等值线吻合较好，说明模拟估计结果与计算结果是一致的。

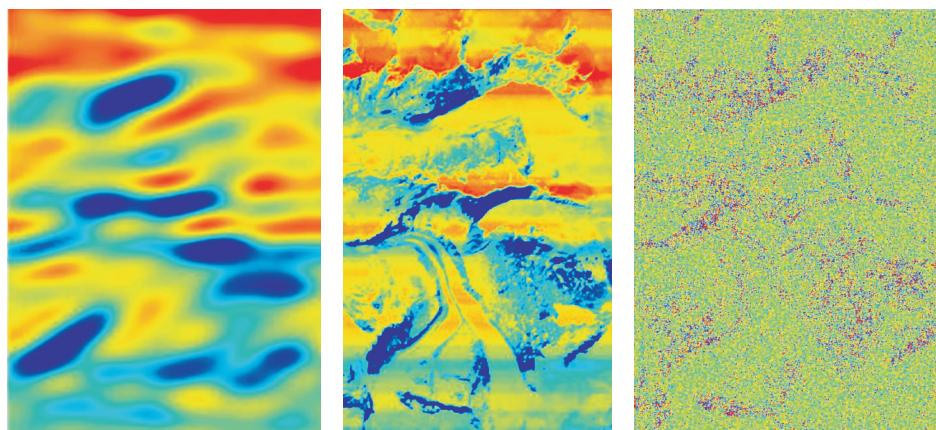


图5 模式分解后空间域对应的3个组分

Fig. 5 The decomposed 3 components in the space domain obtained by applying the three filters respectively

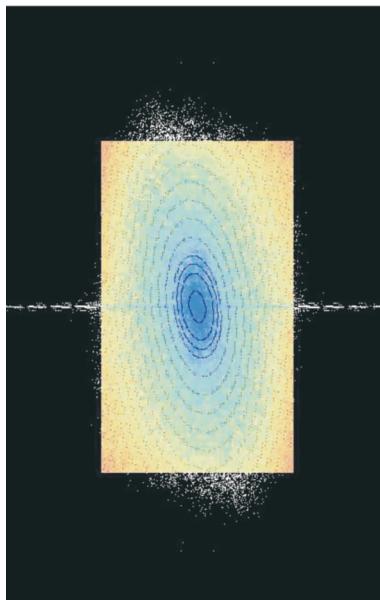
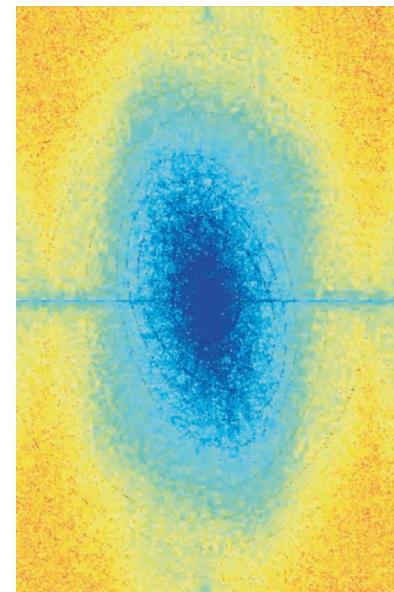


图6 研究中频组分时在能谱密度平面中截取的研究区域和运用 SIG 模型生成的相应球族

Fig. 6 The family of balls generated by the SIG model for the middle-scale component

图6中,球族呈北北西方向拉长,这是因为在空间域相对较大的尺度结构呈北东东方向的较多。估计的结果 $c=-0.027$ 和 $f=-0.065$ 也反映了在北北西方向上(频率域)的轻微层化特征。 $e=0.126$ 表明球族进行了一定的顺时针旋转,说明在空间域大尺度的结构相对小尺度的结构存在一定的顺时针旋转。

在能谱密度平面中,高频部分是一个O型结构,目前SIG模型不能进行有效地处理,并且这一组分主要是由“噪声”引起的,因此本文不作进一步研究。

图7 用 $e=1.889, c=0.290, f=-0.548$ 生成的球族
Fig. 7 The family of balls generated with $e=1.889, c=0.290$ and $f=-0.548$

假设不先用S-A模型进行模式分解,而是直接应用SIG模型对整幅遥感影像求尺度不变性生成元参数,估计的结果是 $e=1.889, c=0.290, f=-0.548$,这与以上的估计结果相差甚远。用这组估计值生成的球族也不能与能谱密度平面的等值线实现很好的吻合(图7)。这说明,混合场在合理分解之前,直接量化其各向异性尺度不变性是不可行的。在本例中,混合场的模式分解实际上就是除噪过程。

6 结论

由不同尺度地质过程叠加形成的混合场在地学

研究领域是非常普遍的。这些场只有在正确分解成具有不同广义自相似或者广义尺度不变性的组分之后才能得到合理的利用。基于 SIG 模型与 S-A 模型的各向异性尺度不变性量化方法,既可以判断研究的场是否有混合场特点,也可在必要时将混合场分解形成不同的组分,且能定量地刻画分解后组分各向异性尺度不变性的具体变换特征。该方法为更好地认识和理解具有尺度不变性特征的场提供了有效的手段。由于这一方法可以用于处理任何二维场,它完全有可能成为地学领域混合模式分解和量化各向异性尺度不变性的一个通用模型。

References

- Cao, L. , Cheng, Q. M. , 2012. Quantification of anisotropic scale invariance of geochemical anomalies associated with Sn-Cu mineralization in Gejiu, Yunan Province, China. *Journal of Geochemical Exploration* (in press).
- Cheng, Q. M. , Li, Q. M. , 2002. A fractal concentration-area method for assigning a color palette for image representation. *Computers and Geosciences*, 28(4): 567—575. doi: 10.1016/S0098-3004(01)00060-7
- Cheng, Q. M. , Jing, L. H. , Panahi, A. , 2006. Principal component analysis with optimum order sample correlation coefficient for image enhancement. *International Journal of Remote Sensing*, 27(16): 3387—3401. doi: 10.1080/01431160600606882
- Cheng, Q. M. , 2004. A new model for quantifying anisotropic scale invariance and for decomposition of mixing patterns. *Mathematical Geology*, 36(3): 345—360. doi: 10.1023/B:MATG.0000028441.62108.8a
- Cheng, Q. M. , Xu, Y. G. , Grunsky, E. , 1999. Integrated spatial and spectrum analysis for geochemical anomaly separation. Proceedings of the International Association of Mathematical Geology Meeting, Trondheim, Norway I, 87—92.
- Fox, C. G. , Hayes, D. E. , 1985. Quantitative methods for analyzing the roughness of the seafloor. *Rev. Geophys.*, 23(1): 1—48. doi: 10.1029/RG023i001p00001
- Lewis, G. M. , 1993. The scale invariant generator technique and scaling anisotropy in geophysics (Dissertation). McGill University, Montreal, Quebec.
- Lewis, G. M. , Lovejoy, S. , Schertzer, D. , et al. , 1999. The scale invariant generator technique for quantifying anisotropic scale invariance. *Comp. Geosci.*, 25(9): 963—978. doi: 10.1016/S0098-3004(99)00061-8
- Lovejoy, S. , Schertzer, D. , 1985. Generalized scale-invariance in the atmosphere and fractal models of rain. *Water Res.*, 21(8): 1233—250. doi: 10.1029/WR021i008p01233
- Lovejoy, S. , Schertzer, D. , Tsonis, A. A. , 1987. Functional box-counting and multiple elliptic dimensions in rain. *Science*, 235(4792): 1036—1038. doi: 10.1126/science.235.4792.1036
- Pfug, K. , 1991. Generalized scale-invariance, differential rotation and cloud texture (Dissertation). McGill University, Montreal, Quebec.
- Pfug, K. , Lovejoy, S. , Schertzer, D. , 1991. Generalized scale-invariance, differential rotation and cloud texture. *Nonlinear Dynamics of Structures*: 71—80.
- Pfug, K. , Lovejoy, S. , Schertzer, D. , 1993. Generalized scale invariance, differential rotation and cloud texture. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 50: 538—553.
- Schertzer, D. , Lovejoy, S. , 1987. Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling of multiplicative processes. *Journal of Geophysical Research*, 92(D8): 9693—9714. doi: 10.1029/JD092iD08p09693
- Schertzer, D. , Lovejoy, S. , 1991. Nonlinear variability in geophysics. Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 318.