

doi:10.3799/dqkx.2013.000

达西定律成立吗

万军伟, 黄 琨, 陈崇希*

中国地质大学环境学院, 湖北武汉 430074

摘要: 目前在地下水渗流研究领域公认的是: 当雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 时, 达西线性定律是描述地下水渗流运动的最基本方程, 地下水流动的数学问题都可以基于该线性方程而导出。通过对当年达西实验数据的再分析以及利用透水石孔隙介质进行的渗流实验发现: 即使在雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 的条件下, 地下水渗流也不服从达西线性定律, 而是呈现出随着雷诺数的增大, 水流阻力也在逐渐增大, 孔隙介质中的地下水渗流服从非线性渗流规律。达西线性渗流定律只是对斜率变化不大的非线性渗流规律的近似表征。

关键词: 渗流; 达西定律; 线性; 非线性; 地下水。

中图分类号: P641.2

文章编号: 1000-2383(2013)06-1327-04

收稿日期: 2012-12-29

Reassessing Darcy's Law on Water Flow in Porous Media

WAN Jun-Wei, HUANG Kun, CHEN Chong-Xi*

School of Environmental Studies, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: The shared understanding of law on movement of groundwater is that linear Darcy's law is the most basic equation of groundwater seepage. All the mathematical problems of groundwater flow can be derived based on Darcy's law if the Reynolds number is less than a certain value between 1 and 10 ($Re < (1-10)$). The experimental data obtained by Darcy are analysed again and similar seepage experiments are carried out with permeable stone porous media. Both results show that even though the Reynolds number is less than a certain value between 1 and 10 ($Re < (1-10)$), the movement of groundwater would not obey Darcy's law but the nonlinear law. As the Reynolds number increases, the seepage friction grows gradually. It is concluded that Darcy's linear law is the approximate description of nonlinear law when the change of slope is small.

Key words: seepage; Darcy's law; linear; nonlinear; ground water.

达西定律(Darcy's law)的问世在地下水科学领域具有跨时代意义, 它标志着地下水研究从此步入定量研究的新阶段。由于达西定律为一线性方程, 形式简洁、物理概念清晰、求解方便, 因而成为了地下水渗流研究的基础, 一直被认为是地下水动力学最基本和最重要的定律(陈崇希和林敏, 1999), 目前绝大多数地下水流动问题的解析解、数值解和模拟软件都是基于“地下水渗流服从达西定律(线性渗流定律)”假定得到的, 例如, 地下水运动的基本微分方程、裘布依(Dupuit)稳定井流模型、泰斯(Theis)非稳定井流模型以及博尔顿(Boulton)、纽曼(Neuman)非稳定潜水井流模型和MODFLOW、GMS、

FEFLOW等地下水数值模拟软件。虽然后人研究发现随着渗透流速(或水力梯度)的增大, 地下水运动规律逐渐偏离达西线性渗流方程(Forchheimer, 1901; Izbash, 1931), 并且近年来国内外学者也越来越关注地下水非达西流动问题(Wen *et al.*, 2009; Mathias and Todman, 2010; Li *et al.*, 2011; Wen *et al.*, 2011; 李健等, 2012), 但是目前仍然公认的是: 砂性土中的地下水渗流, 在雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 间某一数值的层流运动条件下, 达西定律是成立的(Bear, 1983), 这几乎成了地下水科学定量研究的“公理”。

近年来, 笔者在国家自然科学基金项目(No.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目“基于孔隙介质水力学模型的达西—非达西流基本方程试探研究”(No. 40972155)。

作者简介: 万军伟(1964—), 男, 教授, 主要从事地下水渗流研究。E-mail: wanjw@cug.edu.cn

* 通讯作者: 陈崇希, E-mail: ccx33@163.com

40972155)的实验研究中发现,地下水渗流不仅在雷诺数 $Re > 10$ 时不服从达西线性渗流定律,当雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 时地下水渗流也不服从达西线性渗流定律,是实验误差引起的假象,还是孔隙介质中的地下水运动根本就不满足线性水流运动的前提?为此,笔者重新对当年达西的实验数据进行了再分析,并利用孔隙介质结构在实验过程中能够保持不变的透水石进行了验证实验,进一步探索孔隙介质地下水渗流基本规律.

1 达西实验的再分析

1852—1855 年法国水利工程师达西 (Henry Darcy) 在装有均质砂土滤料的圆柱型筒中做了大量的渗流实验(达西实验,如图 1 所示)(Darcy and Bobeck, 2004),发现地下水运动服从如下公式(1)所示的线性基本规律——著名的达西定律.

$$Q = K \cdot A \cdot J \text{ 或 } u = K \cdot J, \quad (1)$$

式中: Q 为渗透流量 (mL/s); A 为渗透断面面积 (cm^2); J 为水力坡度, $J = (H_1 - H_2) / L$; K 为比例常数(渗透系数)(cm/s); u 为渗透流速 = Q / A (cm/s).

1901 年 Forchheimer 通过实验发现,随着渗透流速的增大,渗流速度与水力梯度之间的关系逐渐偏离线性关系,水力梯度 J 和渗流速度 u 之间呈公式(2)所示的非线性关系:

$$J = au + bu^2, \quad (2)$$

式中: u 为渗透流速 (cm/s); J 为水力坡度; a 、 b 为常数.

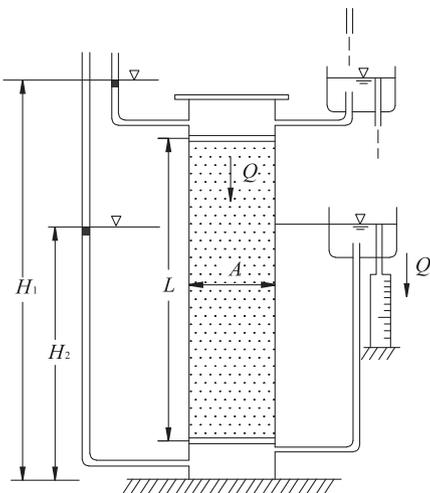


图 1 Darcy 实验装置

Fig. 1 Darcy's experimental setup

表 1 Darcy 定律适用范围(据 Bear, 1983)

Table 1 Application of Darcy's law

Darcy 定律成立		Darcy 定律不成立	
$Re < (1 \sim 10)$	$(1 \sim 10) < Re < 100$	$Re > 100$	
层流区	过渡区	紊流区	
粘滞力起主导作用	粘滞力、惯性力并存	惯性力起主导作用	

表 2 达西实验成果(粒径 $d = 0.77 \text{ mm}$)

Table 2 Results of Darcy's experiments ($d = 0.77 \text{ mm}$)

渗透流量 $Q(\text{l/min})$	水头差 $\Delta H(\text{m})$	渗透流速 $u(\text{cm/s})$	水力梯度 J	渗透系数 $K(\text{cm/s})$	雷诺数 Re
3.60	1.11	0.016	1.91	0.008 1	0.12
7.65	2.26	0.033	3.90	0.008 5	0.25
12.00	4.00	0.052	6.90	0.007 5	0.40
14.28	4.90	0.062	8.45	0.007 3	0.47
15.20	5.02	0.066	8.66	0.007 6	0.50
21.80	7.63	0.094	13.16	0.007 2	0.72
23.40	8.13	0.101	14.02	0.007 2	0.77
24.50	8.58	0.106	14.79	0.007 2	0.81
27.80	9.86	0.120	17.00	0.007 1	0.92
29.40	10.89	0.127	18.78	0.006 8	0.97

注:渗透断面直径 $D = 0.35 \text{ m}$; 渗流长度 $L = 0.58 \text{ m}$; 表中 Q 、 h 的数据引自达西原著译本(Darcy and Bobeck, 2004)第 457 页, u 、 J 、 K 、 Re 为相应的计算值.

Bear 在《多孔介质流体动力学》一书中对达西定律的适用条件进行了归纳(表 1),认为:达西定律的适用范围的上限是雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 的某个值的层流运动,而雷诺数 Re 大于此范围的层流及紊流运动,渗流服从非线性定律(Bear, 1983).

基于上述认识,假如地下水渗流实验能够满足达西线性渗流的条件,则用实验求得的渗透系数 K 应该为常数($K = C$),反之,若渗透系数 K 不等于常数,则说明此时的渗流不是线性流动,而是非线性流动.据此,笔者对达西当年的实验数据进行了整理计算,得到了每一组实验的渗透系数 K 及其相应的雷诺数 Re ,如表 2、图 2 所示.

从图 2 可以明显发现:对于同种孔隙介质,渗透系数 K 并不等于常数,而是呈现出随雷诺数 Re 的增大(水力梯度的增大或渗透流速的增大),渗透系数 K 逐渐减小,渗透系数 K 并不等于常数,也就是说达西当年的渗流实验并不服从线性渗流定律.

2 透水石渗流实验验证

为了验证上述认识,笔者选用了孔隙介质结构不会发生变化的 2 种粒径 (0.250 mm 和 0.178 mm)

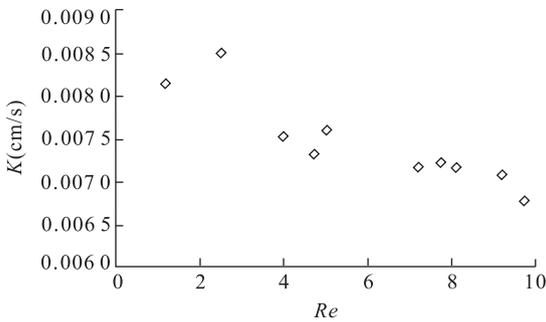


图 2 达西实验的 Re - K 曲线

Fig. 2 Relationship between Re and K of Darcy's experiments

的透水石作为渗透介质进行渗流实验。实验装置如图 3 所示,该装置由循环水装置、测压装置、测流装置和实验管段 4 部分组成。实验步骤分以下 4 步:(1)透水石饱水。稍许打开进水阀门,让水缓慢地充满实验管段,充分排出透水石中的气体;(2)装置检测。主要检查仪器是否漏水,压力传感器的接头内是否有气泡以及数据采集程序的运行情况。首先关闭出水阀门,观测透水石两端的压力传感器读数是否相同,如果相同说明仪器正常,否则说明仪器存在漏水或憋气的情况。(3)实验开始。调节分流阀门,使进、出水口的压力差处于一个较小的值,开始观测测流容器的压力传感器的数据,当压力传感器观测到的水位随时间成比例增长时,说明渗流流量趋于稳定,此时,根据该压力传感器的数据和测流容器的面积计算渗透流量和渗透流速,同时根据实验管段的压力传感器数据计算得到对应的水力梯度值。(4)逐渐开大进水阀门,不断重复步骤(3),即可获得一系列渗透流速和水力梯度的实验数据。

根据上述实验获得的每一组对应的渗透流速和

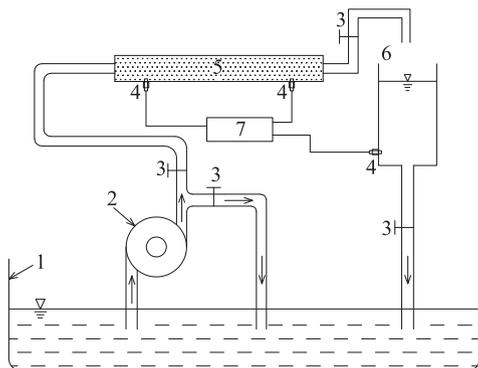


图 3 渗流实验装置

Fig. 3 Seepage experimental setup

1. 供水箱;2. 离心泵;3. 阀门;4. 压力传感器;5. 透水石;6. 测流容器;7. 数据采集器

表 3 粒径 $d=0.25$ mm 透水石的渗流实验数据

Table 3 Results of experiments in permeable stone ($d=0.25$ mm)

渗透流量 $Q(\text{mL/s})$	水头差 $\Delta H(\text{cm})$	水力梯度 J	渗透流速 $u(\text{cm/s})$	雷诺数 Re	渗透系数 $K(\text{cm/s})$
3.23	46.28	6.61	0.156	3.34	0.0236
3.64	53.45	7.64	0.176	3.77	0.0231
4.67	68.91	9.84	0.226	4.83	0.0230
5.98	88.54	12.65	0.289	6.18	0.0229
6.67	99.82	14.26	0.323	6.90	0.0226
7.56	113.07	16.15	0.366	7.81	0.0226
8.46	126.50	18.07	0.409	8.75	0.0226
9.31	140.33	20.05	0.450	9.63	0.0225
10.17	155.39	22.20	0.492	10.52	0.0222
11.32	174.24	24.89	0.548	11.70	0.0220
12.14	188.74	26.96	0.587	12.55	0.0218
13.12	205.36	29.34	0.635	13.57	0.0216
13.91	219.19	31.31	0.673	14.38	0.0215

注:渗透断面面积 $A=20.67$ cm^2 ;渗流长度 $L=7$ cm;表中 Q 、 h 为实验观测值, u 、 J 、 K 、 Re 为相应的计算值, h 的测试精度为 ± 1 mm, Q 的测试精度为 ± 3.8 mL,表 4 同。

表 4 粒径 $d=0.178$ mm 透水石的渗流实验数据

Table 4 Results of experiments in permeable stone ($d=0.178$ mm)

渗透流量 $Q(\text{mL/s})$	水头差 $\Delta H(\text{cm})$	水力梯度 J	渗透流速 $u(\text{cm/s})$	雷诺数 Re	渗透系数 $K(\text{cm/s})$
3.10	68.95	9.85	0.150	2.59	0.0152
3.49	78.05	11.15	0.169	2.91	0.0151
3.82	87.00	12.43	0.185	3.19	0.0149
4.22	98.10	14.01	0.204	3.52	0.0146
4.64	108.65	15.52	0.225	3.88	0.0145
4.98	117.95	16.85	0.241	4.16	0.0143
5.36	127.90	18.27	0.259	4.47	0.0142
5.73	138.00	19.71	0.277	4.78	0.0141
6.11	148.20	21.17	0.296	5.10	0.0140
6.49	158.50	22.64	0.314	5.41	0.0139
6.91	169.40	24.20	0.335	5.77	0.0138
7.28	179.65	25.66	0.352	6.07	0.0137
7.67	190.45	27.21	0.371	6.40	0.0136
8.10	201.55	28.79	0.392	6.76	0.0136
8.38	210.30	30.04	0.406	7.00	0.0135
8.76	220.90	31.56	0.424	7.31	0.0134

水力梯度数据(表 3,表 4),按达西定律求得其相应的渗透系数 K ,同时根据下式(3)计算雷诺数 Re ,并绘制成图(图 4,图 5)。

$$Re = \frac{u \cdot d}{\nu}, \tag{3}$$

式中: Re 为雷诺数; u 为渗透流速(cm/s); d 为颗粒粒径(mm); ν 为运动粘滞系数(cm^2/s)。

图 4 和图 5 也同样表明:在雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 的条件下,对同种孔隙介质的渗透系数(K)并不

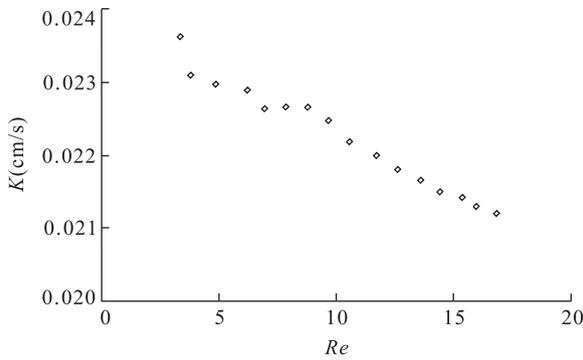


图 4 $d=0.25$ mm 透水石 Re - K 变化曲线

Fig. 4 Relationship between Re and K on water flow in permeable stone ($d=0.25$ mm)

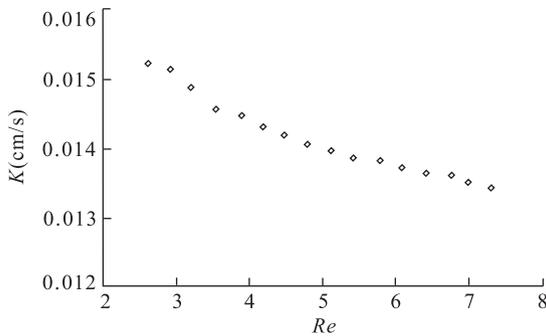


图 5 $d=0.178$ mm 透水石 Re - K 变化曲线

Fig. 5 Relationship between Re and K on water flow in permeable stone ($d=0.178$ mm)

等于常数,而是呈现出随雷诺数(Re)的增大(水力梯度的增大或渗透流速的增大)渗透系数(K)呈逐渐减小的趋势。

3 结论与展望

通过对上述达西实验数据的再分析以及利用透水石孔隙介质开展的渗流实验表明:即使在雷诺数 $Re < (1 \sim 10)$ 的条件下,地下水渗流也不服从达西线性定律,而是呈现出随着雷诺数的增大水流阻力逐渐增大的趋势,渗流服从非线性渗流规律。达西线性渗流定律只是对实际为非线性渗流但变化斜率不大的非线性渗流规律的近似表征。严格意义上讲:孔隙介质地下水的运动,无论是小雷诺数的低速渗流,还是大雷诺数的高速渗流,均不存在线性流动,都应该用非线性渗流方程来描述。

鉴于目前达西线性渗流定律已经在地下水流动问题中得以广泛应用,因此,急需进一步开展用达西线性渗流定律近似代替非线性渗流定律的误差研

究,以及以非线性渗流理论为基本方程的各种地下水流动问题的求解方法研究。

References

- Bear, J., 1983. Dynamics of Fluids in Porous Media. Translated by Li, J. S., Chen, C. X.. China Architecture and Building Press, Beijing, 95—97 (in Chinese).
- Chen, C. X., Lin, M., 1999. Dynamics of Groundwater. China University of Geosciences Press, Wuhan, 3—12 (in Chinese).
- Darcy, H., Bobeck, P., 2004. The Public Fountains of the City of Dijon. Kendall/Hunt Publishing Company, Debuque.
- Forchheimer, P., 1901. Wasserbewegung Durch Boden. *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, 45: 1782—1788.
- Li, J., Zhan, H., Huang, G., 2011. Applicability of the Linearized Governing Equation of Gas Flow in Porous Media. *Transport in Porous Media*, 87(3): 815—834. doi: 10.1007/s11242-011-9720-2
- Li, J., Huang, G. H., Wen, Z., et al., 2012. A Laboratory Experiment on Radial Non-Darcian Flow in Confined Aquifer under Steady-State Conditions. *Journal of Hydrologic Engineering*, 43(1): 76—83 (in Chinese with English abstract).
- Izbash, S. V., 1931. O Filtracii V Krupnozernistom Materiale. Leningrad, Russian.
- Mathias, S. A., Todman, L. C., 2010. Step-Drawdown Tests and the Forchheimer Equation. *Water Resources Research*, 46(7): 1—9. doi: 10.1029/2009WR008635
- Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2009. A Numerical Solution for Non-Darcian Flow to a Well in a Confined Aquifer Using the Power Law Function. *Journal of Hydrology*, 364(1—2): 99—106. doi: 10.1016/j.jhydrol.2008.10.009
- Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2011. Non-Darcian Flow to a Well in a Leaky Aquifer Using the Forchheimer Equation. *Hydrogeology Journal*, 19(3): 563—572. doi: 10.1007/s10040-011-0709-2

附中文参考文献

- Bear, J., 1983. 多孔介质流体力学. 李竞生, 陈崇希译, 北京: 中国建筑工业出版社, 95—97.
- 陈崇希, 林敏, 1999. 地下水动力学. 武汉: 中国地质大学出版社, 3—12.
- 李健, 黄冠华, 文章, 等, 2012. 承压含水层中非达西径向稳定流动抽水模拟试验. *水利学报*, 43(1): 76—83.