

doi:10.3799/dqkx.2014.155

# 基于二维经验模态分解的地磁基准图制备边界补偿方法

赵玉新, 常 帅, 李 旺

哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江哈尔滨 150001

**摘要:** 针对采用矩谐分析方法构建地磁基准图的边界震荡问题, 提出一种基于二维经验模态分解的区域地磁异常数据边界补偿方法。采用二维经验模态分解方法对区域地磁异常数据进行多尺度分解, 对分解所得小尺度本征模态函数分量, 利用总体 Hilbert 变换法进行瞬时频率和瞬时幅值特征提取, 通过自采样和特征匹配进行边界补偿; 将大尺度分量之和作为趋势项, 利用三角函数方法建立模型并计算边界之外的大尺度磁异常值。实验证明, 相比当前已有方法, 可以更加有效地抑制对区域地磁异常数据进行矩谐分析的边界震荡问题, 稳定提高构建地磁基准图的准确性。

**关键词:** 地磁异常场; 矩谐模型; 二维经验模态分解; 总体 Hilbert 变换; 边界补偿; 地球物理。

**中图分类号:** P318

**文章编号:** 1000-2383(2014)11-1617-08

**收稿日期:** 2014-02-24

## Boundary Compensation Approach in Geomagnetic Map Preparation Based on BEMD

Zhao Yuxin, Chang Shuai, Li Wang

*College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*

**Abstract:** A boundary compensation method based on bi-dimensional empirical mode decomposition (BEMD) is proposed in this paper to address the boundary effect in preparation of geomagnetic navigation reference map. The local geomagnetic anomaly data are firstly decomposed into components with different scales with BEMD; then for small scale ones instant amplitude and frequency are computed with total Hilbert transform, and the boundary is compensated with self-sampling and feature-matching; whereas for the large scale ones, trigonometric function model is conducted and used to compute the values outside the boundary. After the compensation of local dataset, rectangular harmonic model is used to prepare geomagnetic map. Experimental results indicate that BEMD method could better compress the boundary effect of rectangular harmonic analysis, and improve the mapping precision steadily in comparison with other existing methods.

**Key words:** geomagnetic anomaly field; rectangular harmonic model; bi-dimensional empirical mode decomposition (BEMD); total Hilbert transform; boundary compensation; geophysics.

地磁异常场是极其丰富的空间资源, 由相应区域的地质结构决定, 主要分布在近地空间, 在空间分布上变化丰富, 而在时间上的变化非常稳定, 它呈区域性分布, 是开展矿产资源勘探、运载器导航等研究的重要资源 (Tyren, 1982)。

高精度的地磁基准图是地磁资源应用的重要基础, 矩谐分析方法是优异的区域地磁场建模方法 (Alldredge, 1981), 通过控制截断阶数的大小可以对小尺度的地磁异常场进行良好的描述。但是矩谐

分析方法的一个重要缺陷就是边界震荡问题, 从数据角度来讲, 引起边界震荡问题的原因是由于边界外再无数据信息, 从而使得模型建立过程中在边界区域缺少足够的约束条件; 从模型角度来讲, 是因为矩谐分析模型应用周期函数的傅里叶级数表示因位置变化而引起的磁位变化, 因而在区域的边界处, 磁位形式近似等于两边界处磁位形式的均值, 易产生振荡现象。在测量精度和采样密度一定的情况下, 如果所分析数据的变化比较剧烈, 对模型精度的要

**基金项目:** 国家自然科学基金 (No. 51379049); 中央高校基础科研业务费专项资金资助 (No. HEUCFX41302)。

**作者简介:** 赵玉新 (1980—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为船舶导航及海洋装备。E-mail: zhaoyuxin@hrbeu.edu.cn

求也较高时,这种现象会愈加明显.在现代工程和军事应用中,所利用的恰恰是这种特征丰富的磁异常信息,因而边界震荡问题就会显得异常严峻,若不采取措施进行抑制,所建地磁图在边界区域将产生较大误差,从而降低地磁图的可用性.

针对该问题有不少学者进行了相关研究, Malin *et al.* (1996) 在进行区域地磁场研究时,提出一种带有线性趋势补偿项的矩形模型,增强了对边界震荡问题的抑制;李明明等(2010)在此基础上做了进一步的改进,削减了计算的复杂度;乔玉坤等(2010a, 2010b)采用 BP 神经网络、支持向量机对边界区域的地磁数据进行预测,从而避免矩谐模型处理边界数据的缺陷,这些方法均是在数学方法上进行改进,能够在一定程度上抑制矩谐模型的边界震荡问题,但效果比较有限.引起边界震荡问题的本质是由于边界外缺少足够的参考点,从而打断了矩谐模型的连续性,基于此,本文提出一种区域地磁异常数据边界补偿方法,通过对边界外添加尽量真实的地磁异常参考点,从而改进边界震荡问题.

BEMD 方法是 EMD 方法在二维信号处理领域的推广(Huang *et al.*, 1998; Nunes *et al.*, 2003), 可以将二维离散非线性、非平稳信号进行多尺度分解,从而得到多个不同尺度的本征模态函数分量,在重磁场的处理中有广泛应用(Huang *et al.*, 2010; 陈建国等, 2011; Hou *et al.*, 2012). 经验模态分解方法是一种针对非线性、非稳态信号的分解和分析方法,具有很强的适应性,同时它使得信号的瞬时频率具有了物理意义,有助于深入地研究系统的真实特性.本文在根据尺度特征对分解所得各分量进行分类的基础上,进行针对性补偿.对分解所得小尺度分量,基于地磁异常数据分布的自相似性(Spector and Grant, 1970),提出一种自采样边界补偿方法,采用总体 Hilbert 变换法求取瞬时特征,利用自采样方法对边界区域进行补偿;对大尺度分量,采用三角函数法对整体数据集进行建模,通过控制分块的大小,并利用三角函数的周期性,可对模型向外进行延拓从而完成补偿.实验证明该方法能够准确地对边界区域进行补偿,有效增强数据集边界处的连续性和分析结果的可靠性,相比已有方法具有明显的优势.

## 1 矩谐分析和二维经验模态分解

矩谐分析方法是优异的区域地磁场建模方法,

通过选择合适的截断阶数可以很好地刻画地磁异常场.二维经验模态分解方法可以对研究对象进行多尺度分解,从而增强数据分析的针对性.

### 1.1 矩谐分析方法

在无源磁空间,磁位满足拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 U = 0. \quad (1)$$

经推导,磁位的数值解析形式可表达为:

$$U(x, y, z) = Ax + Bx + Cz + \sum_{q=0}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^q p_{mq}(x, y) \exp(uz), \quad (2)$$

$$P_{mq}(x, y) = D_{mq} \cos(mvx) \cos(nvy) + E_{mq} \cos(mvx) \sin(nvy) + F_{mq} \sin(mvx) \cos(nvy) + G_{mq} \sin(mvx) \sin(nvy), \quad (3)$$

其中  $n = q - m$ ,  $v = 2/L_x$ ,  $w = 2/L_y$ ,  $u = \sqrt{(mv)^2 + (nw)^2}$ ,  $x, y, z$  为直角坐标系下某点的位置坐标,  $U(x, y, z)$  为磁位,  $A, B, C, D_{mq}, E_{mq}, F_{mq}, G_{mq}$  均为待定常数,  $N_{\max}$  为模型最大截断阶数,  $L_x, L_y$  分别为矩形区域在  $x, y$  方向上的边长.

对式(2)在  $x, y, z$  方向上求负梯度,可求得对应方向上的磁场分量.

### 1.2 二维经验模态分解方法

BEMD 方法通过“筛选”过程提取二维本征模态函数分量(BIMF),并在该过程中采用径向基函数法构造包络面,设  $f(x, y)$  为初始数据集, BEMD 方法的详细流程如图 1 所示.

其中判断  $h_j(x, y)$  为 BIMF 的条件(即停止条件)可通过 2 个相邻的“筛选”结果进行计算:

$$SD = \sum_{x=0}^x \sum_{y=0}^y \left[ \frac{|h_{j-1}(x, y) - h_j(x, y)|^2}{h_{j-1}^2(x, y)} \right], \quad (4)$$

如果  $SD < r$  ( $r$  为设定的阈值)或者  $SD$  开始增大,则视为满足停止条件,最终可得 BEMD 分解的结果如下:

$$f(x, y) = \sum_{j=1}^k \text{BIMF}_j(x, y) + r_k(x, y). \quad (5)$$

### 1.3 BEMD 分解结果尺度特征判断准则

由于 BEMD 方法分解所得各分量之间尺度差别较大,为提高边界补偿的针对性,给出以下准则用以判断各分量的尺度特征.

计算分量中相邻极值点(极大指点或极小值点)间的平均距离,并将该距离的二分之一作为判断基准,如式(6):

$$d = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} d_{ij} \cdot (1/\sum N_i), \quad (6)$$

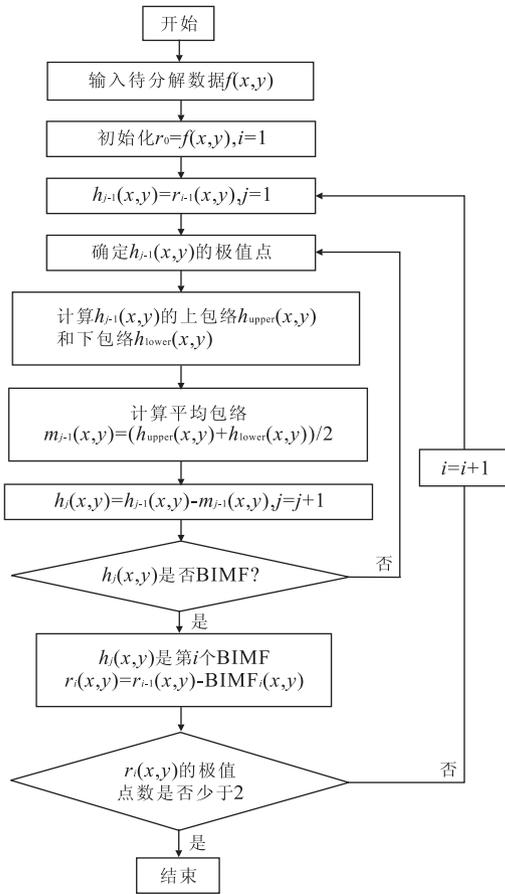


图 1 BEMD 方法流程

Fig. 1 Flow chart of BEMD

其中,  $M$  表示分量中极大指点(极小值点)的个数,  $N_i$  表示与其中第  $i$  ( $1 \leq i \leq M$ ) 个极值点相邻的极大指点(极小值点)的个数,  $d_{ij}$  表示第  $i$  个极值点和与其相邻的第  $j$  个极值点之间的距离。

在保证能够补偿足够多数据的前提下,如果补偿部分的数据长度大于  $d$ ,则认为该分量是小尺度分量,反之则为大尺度分量。

该准则的提出是基于以下 3 点:(1)极值点间的平均距离反映了相应分量数据成分的平均周期;(2)采用平均距离的二分之一作为基准,是保证利用三角函数位场建模方法(第 3 部分)对大尺度分量进行补偿时,其中的高频数据成分可以得到很好的补偿效果;(3)对于二维数据,补偿的数据一般不少于 5 周(大量的实验证明边界震荡现象主要体现在最外围 5 周数据上)。

## 2 总体 Hilbert 变换及特征提取

利用总体 Hilbert 变换法可对关于零均值对称

的分量数据构建解析信号,并进行瞬时幅值和瞬时频率特征的提取。

### 2.2 总体 Hilbert 变换及特征提取

**2.2.1 总体 Hilbert 变换** 对已知信号  $f(x, y)$ , 其总体 Hilbert 变换形式如式(7):

$$f_H(x, y) = V \cdot p \cdot \int_{k^2} \frac{f(\xi, \eta)}{\pi^2 (x - \xi)(y - \eta)} d\xi d\eta, \quad (7)$$

其中,  $V \cdot p$  为柯西主值(Thomas and Gerald, 2001)。

**2.2.2 瞬时频率及瞬时幅值特征提取** 根据 2.2.1, 可构建  $f(x, y)$  的解析信号, 表达式如式(8):

$$f_A(x, y) = f(x, y) + if_H(x, y), \quad (8)$$

首先定义瞬时幅值特征如式(9):

$$A(x, y) = [f^2(x, y) + f_H^2(x, y)]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

定义相位  $\varphi$  如式(10):

$$\varphi = \arctan\left(\frac{f_H(x, y)}{f(x, y)}\right). \quad (10)$$

进一步对  $\varphi$  在  $x$  和  $y$  两个方向上求偏导, 可得数据集中每个点的双向瞬时频率:

$$\omega_k = \frac{d\varphi}{dj_k} = \frac{f(x, y) \cdot \frac{df_H(x, y)}{dj_k} - f_H(x, y) \cdot \frac{df(x, y)}{dj_k}}{f^2(x, y) + f_H^2(x, y)}. \quad (11)$$

其中,  $k=1$  和  $2$  时,  $\vec{j}_k$  分别为  $x$  和  $y$  两个方向上的单位向量。

## 3 三角函数位场建模方法

当所有点位均位于最高场源平面之上, 在无源区域内构建直角坐标系, 根据  $z$  坐标(向下为正)趋于负无穷远时位场值趋向于零的自然边界条件, 将研究区域划分为若干子区域, 可得出区域内三角函数位场解析式(王万银和潘作枢, 1997):

$$U(x, y, z) = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \iint_{D_{mn}} A(k, \alpha, \beta) \cdot F(k) \cdot \exp(z \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) da d\beta. \quad (12)$$

其中,  $M \times N$  为子区域的个数,  $D_{mn}$  为其中一子区域,  $A(k, \alpha, \beta)$  为待定函数;  $\alpha$  和  $\beta$  为积分变量, 且不能同时为 0;  $F(k)$  的表达式如下:

$$\begin{cases} F(1) = \cos\alpha x \cdot \cos\beta y, F(2) = \cos\alpha x \cdot \sin\beta y, \\ F(3) = \sin\alpha x \cdot \cos\beta y, F(4) = \sin\alpha x \cdot \sin\beta y. \end{cases} \quad (13)$$

在某一子区域内, 待定函数可用双线性或其他的插

值基函数  $\lambda(i, j, \alpha, \beta)$  表示为以下形式:

$$A(k, \alpha, \beta) = \sum_{i=-1}^0 \sum_{j=-1}^0 A(k, m+i, n+j) \cdot \lambda(i, j, \alpha, \beta), \quad (14)$$

从而由式(12)和式(14)可得:

$$U(x, y, z) = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{i=-1}^0 \sum_{j=-1}^0 A(k, m+i, n+j) \cdot p(k), \quad (15)$$

其中,

$$p(k) = \iint_{D_{mm}} F(k) \cdot \exp(z \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \cdot \lambda(i, j, \alpha, \beta) \, d\alpha \, d\beta. \quad (16)$$

### 4 区域地磁异常数据边界补偿

针对特定区域地磁异常数据,本文边界补偿方法具体步骤如下:

步骤 1 对区域地磁异常数据进行 BEMD 分解并确定各分量尺度特性;

(1-1)对区域地磁异常数据进行 BEMD 分解,得  $n$  个本征模态函数分量  $BIMF_1$ 、 $BIMF_2$ 、 $\dots$ 、 $BIMF_n$  和残余项 RES; (1-2)根据 1.3 中判断准则,确定  $BIMF_1$ 、 $BIMF_2$ 、 $\dots$ 、 $BIMF_m$  为小尺度分量,  $BIMF_m$ 、 $BIMF_{m+1}$ 、 $\dots$ 、 $BIMF_n$ 、RES 为大尺度分量.

步骤 2 对小尺度分量进行边界补偿;

(2-1)对各小尺度分量进行总体 Hilbert 变换,构造解析信号;

(2-2)计算各分量中每个数据点的瞬时振幅及  $x$ 、 $y$  方向上的瞬时频率特征;

(2-3)令  $A = BIMF_1 + BIMF_2 + \dots + BIMF_m$ ,  $A$  中每个数据点包含  $3m$  个特征,进行数据块自采样,根据特征相似性进行边界补偿,得补偿结果  $A_1$ .

步骤 3 对大尺度分量进行边界补偿;

(3-1)令  $B = BIMF_{m+1} + \dots + BIMF_n + RES$ ,采用三角函数法构建大尺度位场模型;

(3-2)利用所建模型计算边界外区域的磁异常值,得补偿结果  $B_1$ .

步骤 4 完成补偿;

令  $Compensation = A_1 + B_1$ , Compensation 即为最终补偿结果.

#### 4.1 自采样方法

根据步骤 2-3,对小尺度分量之和进行补偿时的自采样是指将数据集自身作为样本,并将其划分为众多特定大小的数据块单元. 设所研究数据集大

小为  $M \times N$ , 采样数据块的大小为  $m \times n$ , 则整个数据集可划分为  $(\lceil \frac{M-m}{k_m} \rceil + 1) \cdot (\lceil \frac{N-n}{k_n} \rceil + 1)$  个数据块, 其中  $k_m$  和  $k_n$  分别为 2 个方向上的采样间隔,  $\lceil \cdot \rceil$  表示小于某个值的最大整数.

根据式 (17) 可计算不同数据块之间的特征差异:

$$diff = \sum_{i=1}^{m_u} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^k \frac{(u_1^k(i, j) - u_2^k(i, j))^2}{(u_1^k(i, j))^2}, \quad (17)$$

式中,  $u_1$ 、 $u_2$  表示 2 个数据块,  $m_u$  和  $n_u$  为 2 个数据块特征匹配区域的大小,  $k$  为每个点位置的特征数量,  $u_1^k(i, j)$ 、 $u_2^k(i, j)$  分别表示  $u_1$ 、 $u_2$  在匹配区域内某点处的第  $k$  个特征.

#### 4.2 边界补偿方案

根据步骤 2-3, 需要将自采样所得数据块单元对边界部分进行补偿. 首先对于采样得到的数据块单元, 可按图 2 中 3 种方式进行特征匹配区域的划分.

为充分利用每个数据块的特征资源, 以保证数据在经度、纬度 2 个方向上不颠倒为原则, 在每种形式下, 通过旋转或翻转操作, 可变换为总共 4 种匹配形式, 以“方式一”为例, 变换形式如图 3 (其中 a、b、c、d 为数据集相应角落代号, 表示数据块的当前变换状态).

以图 3a、3b 为例, 根据式(15)将匹配区域 2 与整体数据集上边界处的相应区域进行特征匹配, 当满足要求时, 则在当前状态下将区域 1 补偿到边界外的相应区域, 特征匹配区域内的数据保持不变, 同样根据图 3c、3d 可对下边界进行补偿; 进而, 对方式二和方式三进行状态变换, 并在每种状态下分别对

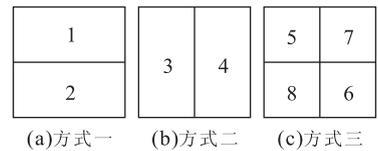


图 2 数据块单元匹配区域划分示意

Fig. 2 Schematic diagram of data block's division patterns

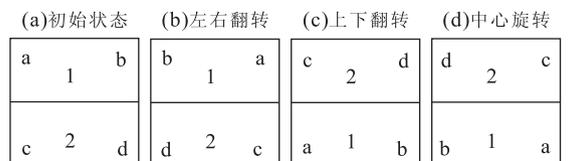


图 3 方式一的 4 种变换匹配形式

Fig. 3 Four matching transformations of pattern 1

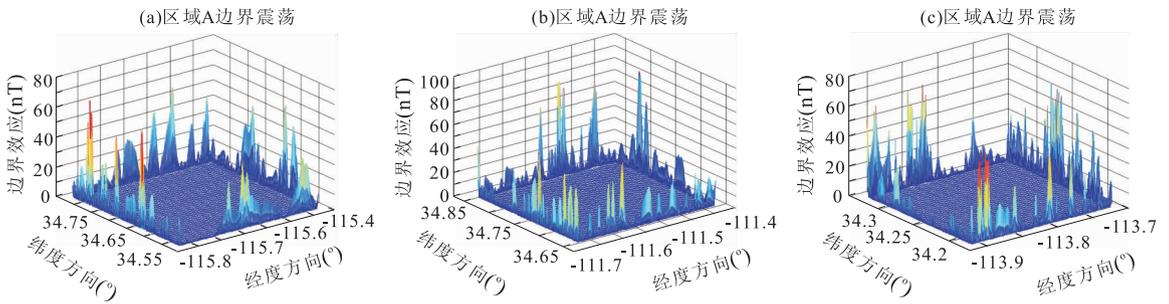


图 4 不同区域矩谐分析边界震荡

Fig. 4 Boundary effect of rectangular harmonic analysis in different areas

左、右边界或 4 个拐角区域进行特征匹配和补偿。

### 4.3 对大尺度分量进行边界补偿

将大尺度分量相加作为趋势项,利用三角函数法进行建模。由于趋势项主要为大尺度信息,因此可以将整体数据分割成若干较大的子区域。

在整体数据中进行间隔采样得  $N$  个已知点  $(X_s, Y_s, Z_s, G_s), s=1, 2, \dots, N$  代入式(15)可得一矛盾线性方程组:

$$G_s = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{i=-1}^0 \sum_{j=-1}^0 A(k, m+i, n+j) \cdot P(k). \quad (18)$$

利用最小二乘法对待定函数进行求解,进一步将边界外区域待补偿位置的坐标代入式(15),即完成对趋势项的边界补偿。

## 5 实验与分析

选择 3 组 NOAA 发布的航磁测量数据,并在每组中提取  $120 \times 120$  规则网格数据,分辨率均为  $0.003^\circ \times 0.003^\circ$ ,分别编号为 A、B、C,用来分析基准图制备中的边界震荡问题。实验条件为 windows 操作系统,以 Matlab 7.8 为仿真平台进行实验分析。

### 5.1 边界震荡问题分析

首先分别根据 A、B、C 三组  $120 \times 120$  地磁异常数据构建矩谐模型,为精确刻画小尺度地磁异常,截断阶数选为 30,采用多种群遗传算法求得模型参数。利用该模型制备地磁图,分辨率为  $0.001^\circ \times 0.001^\circ$ ,分别记为  $D_{A0}, D_{B0}, D_{C0}$ 。

在每组数据的中心区域提取  $100 \times 100$  网格数据,按同样方法制备分辨率为  $0.001^\circ \times 0.001^\circ$  的地磁图,记为  $D_{A1}, D_{B1}, D_{C1}$ 。分别将  $D_{A1}, D_{B1}, D_{C1}$  与  $D_{A0}, D_{B0}, D_{C0}$  的中心对应区域做绝对差,从而可以观察利用矩谐分析方法构建基准图的边界震荡现象,如图 4。

显然利用矩谐分析方法,以  $100 \times 100$  地磁异常数据为基准进行基准图制备时,由于边界区域在外围缺少足够的参考点,从而导致与插值参考点充足时的真实情况相比,在边界处产生了较大的误差。而且这种边界震荡引起的误差主要体现在最外围五周数据之内。

### 5.2 采用本文方法进行边界补偿

以区域 A 为例,对网格数据进行 BEMD 分解,确定  $BIMF_1, BIMF_2$  为小尺度分量,将其他分量之和作为趋势项,如图 5 所示。

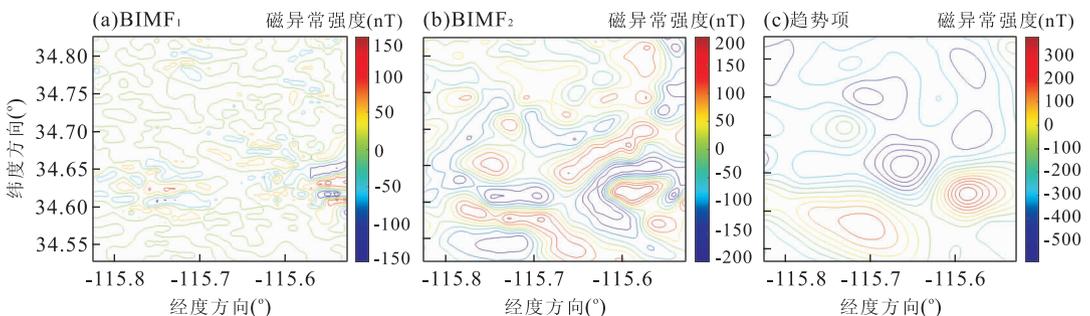


图 5 区域 A 中心区域网格数据分解结果

Fig. 5 Central data's decomposition results of area A

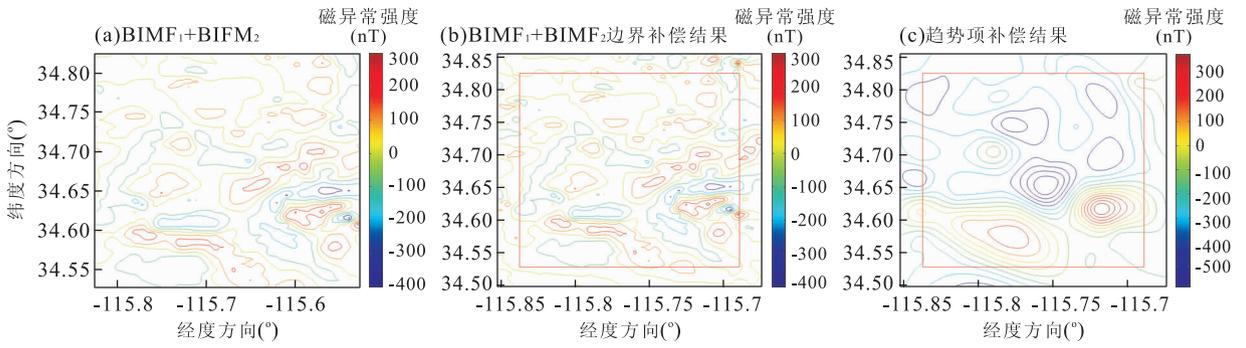


图 6 本征模态函数分量及趋势项补偿结果

Fig. 6 Composition results of intrinsic mode functions and tendency item

红色框内为补偿前数据

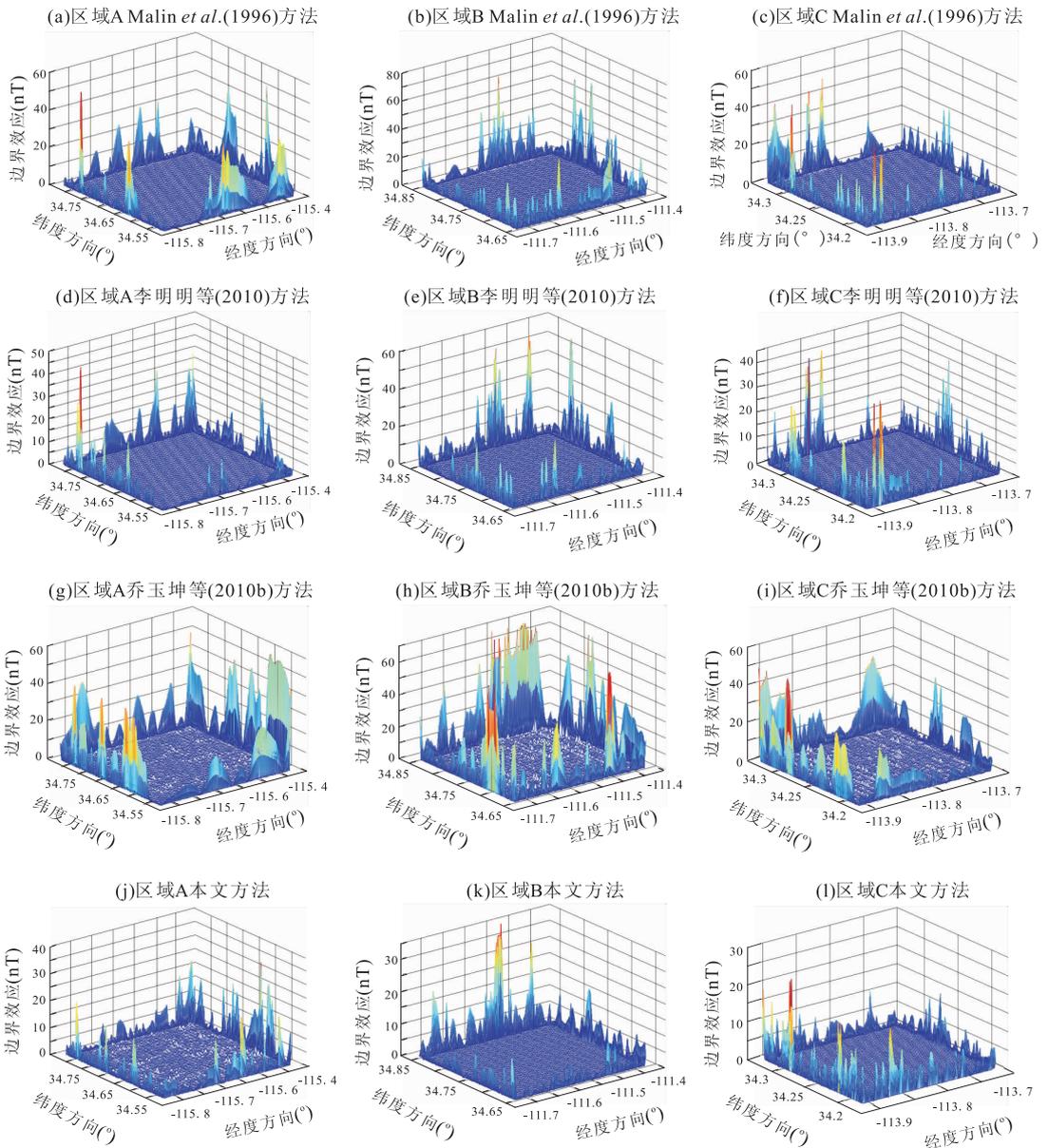


图 7 实验区域采用不同方法边界补偿后的边界震荡问题对比

Fig. 7 Comparison of experimental areas' boundary effect after compensation with different methods

根据 2 求取其中每个数据点分别在  $BIMF_1$  和  $BIMF_2$  中的瞬时幅值及经度、纬度双向上的瞬时频率特征,将  $BIMF_1 + BIMF_2$  作为一个整体,则其中每个数据点包含 6 个特征,通过自采样方法对  $BIMF_1 + BIMF_2$  进行边界补偿;趋势项中包含的都是大尺度信息,整体变化较平缓,采用三角函数法进行准确地建模和外延,边界补偿后得到数据集如图 6 所示。

### 5.3 实验对比及分析

在对每组数据进行边界补偿的基础上,构建矩谐模型并制备基准图;以  $100 \times 100$  网格数据为基础,分别选用文献 Malin *et al.* (1996)、李明明等 (2010)、乔玉坤等 (2010b) 和本文中的方法构建基准图,将这 4 种方法对边界震荡问题的抑制进行对比如图 7 所示。

根据实验结果,重构数据集最外围 4 周数据受边界震荡影响最大,使用不同方法进行边界补偿或采用数学方法对其进行抑制后,这些位置受边界震荡影响所造成的平均绝对误差如表 1 所示。

表 1 不同方法边界补偿效果对比

Table 1 Comparison of different compensation methods

数据编号	A	B	C
原始边界震荡	37.527	48.425	34.753
Malin <i>et al.</i> (1996) 方法	28.639	34.739	26.331
李明明等 (2010) 方法	25.815	32.121	24.727
乔玉坤等 (2010b) 方法	36.703	46.308	32.562
本文方法	19.318	24.643	18.248

注:单位为 nT。

通过对比不同方法对边界震荡问题的改善效果可以看出,本文方法可以有效地削减采用矩谐分析方法构建基准图的边界震荡问题,降低至原始边界震荡的 50% 左右,由于本方法致力于从本质上对导致边界震荡问题的边界区域添加参考点,因而相比于当前已有的对矩谐模型添加补偿项或采用 BP 神经网络对边界震荡进行抑制等方法,具有更好的效果。

## 6 结论

解决采用矩谐分析方法制备地磁基准图的边界震荡问题必须遵循地磁异常场的基本分布规律,本文利用 BEMD 方法对地磁异常数据进行多尺度分解,对不同尺度分量进行针对性补偿,采用 Hilbert 变换方法对小尺度分量进行瞬时频率和幅值特征的

求取,并根据数据块之间的特征相似性进行边界补偿;利用三角函数法对大尺度分量进行准确建模和外延,综合 2 种方式完成对研究数据的边界补偿,有效地改善了区域磁基准图制备中的边界震荡问题。当然,探究合适的方法对 BEMD 方法的模态混叠问题进行有效的解决,将会简化本文中对 BEMD 分解结果的尺度特征划分问题,而其对于最终补偿效果的影响,需要进一步研究和探讨。

本文在对小尺度分量进行补偿时,并未直接利用磁异常强度对数据块之间的特征相似性进行度量,是因为瞬时频率和瞬时幅值作为一种动态信息,能够更有效地反映数据的整体变化,增强边界补偿的准确性。此外,本文方法的有效性与所研究区域的大小和测量数据的采样密度有关,随着区域的增大和采样数据的增加,数据本身所包含的特征也将更加丰富,本文方法的优势将愈加明显。

## References

- Allredge, L. R., 1981. Rectangular Harmonic Analysis Applied to the Geomagnetic Field. *Journal of Geophysical Research; Solid Earth*, 86 (B4): 3021—3026. doi: 10.1029/JB086iB04p03021
- Chen, J. G., Xiao, F., Chang, T., 2011. Gravity and Magnetic Anomaly Separation Based on Bidimensional Empirical Mode Decomposition. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 36(2): 327—335 (in Chinese with English abstract). doi: 10.3799/dqkx.2011.034
- Hou, W. S., Yang, Z. J., Zhou, Y. Z., 2012. Extracting Magnetic Anomalies Based on an Improved BEMD Method: A Case Study in the Pangxidong Area, South China. *Computers & Geosciences*, 48: 1—8. doi: 10.1016/j.cageo.2012.05.006
- Huang, J. N., Zhao, B. B., Chen, Y. Q., et al., 2010. Bidimensional Empirical Mode Decomposition (BEMD) for Extraction of Gravity Anomalies Associated with Gold Mineralization in the Tongshi Gold Field, Western Shandong Uplifted Block, Eastern China. *Computers & Geosciences*, 36 (7): 987—995. doi: 10.1016/j.cageo.2009.12.007
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., et al., 1998. The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-Stationary Time Series Analysis. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 454: 903—995. doi: 10.1098/rspa.1998.0193
- Li, M. M., Huang, X. L., Lu, H. Q., et al., 2010. Modeling of High Accuracy Local Geomagnetic Field Base on

- Rectangular Harmonic Analysis. *Journal of Astronautics*, 31(7): 1730—1736 (in Chinese with English abstract).
- Malin, S. R. C., Duzgit, Z., Baydemir N., 1996. Rectangular Harmonic Analysis Revisited. *Journal of Geophysical Research*, 101 (B12): 28205—28209. doi: 10. 1029/96JB01885
- Nunes, J. C., Bounaoune, Y., Delechelle, E., et al., 2003. Image Analysis by Bidimensional Empirical Mode Decomposition. *Image and Vision Computing*, 21(12): 1019—1026. doi: 10. 1016/S0262—8856(03)00094—5
- Qiao, Y. K., Wang, S. C., Zhang, J. S., et al., 2010a. A Constructing Method of Reference Maps for Geomagnetic Navigation Using Rectangular Harmonic Analysis and Support Vector Machine. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 44(10): 47—51 (in Chinese with English abstract).
- Qiao, Y. K., Wang, S. C., Zhang, J. S., et al., 2010b. RHA and BP Neural Network Based Constructing Method for Geomagnetic Reference Map. *Acta Armamentarii*, 31(9): 1254—1258 (in Chinese with English abstract).
- Spector, A., Grant, F. S., 1970. Statistical Models for Interpreting Aeromagnetic Data. *Geophysics*, 35: 293—302. doi: 10. 1190/1. 1440092
- Thomas, B., Gerald, S., 2001. Hypercomplex Signals—A Novel Extension of the Analytic Signal to the Multidimensional Case. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 49(11): 2844—2852. doi: 10. 1109/78. 960432
- Tyren, C., 1982. Magnetic Anomalies as a Reference for Ground-Speed and Map-Matching Navigation. *The Journal of Navigation*, 35(2): 242—254.
- Wang, W. Y., Pan, Z. S., 1997. The Trigonometric Function Methods for Data-Processing and Transform of Curved Surface Potential Field. *Geophysical & Geochemical Exploration*, 21(3): 209—218 (in Chinese with English abstract).

### 附中文参考文献

- 陈建国, 肖凡, 常韬, 2011. 基于二维经验模态分解的重磁异常分离. *地球科学——中国地质大学学报*, 36(2): 327—335.
- 李明明, 黄显林, 卢鸿谦, 等, 2010. 基于矩谐分析的高精度局部地磁场建模研究. *宇航学报*, 31(7): 1730—1736.
- 乔玉坤, 王仕成, 张金生, 等, 2010a. 采用矩谐分析和支持向量机的地磁导航基准图制备方法. *西安交通大学学报*, 44(10): 47—51.
- 乔玉坤, 王仕成, 张金生, 等, 2010b. 基于矩谐分析和 BP 神经网络的地磁基准图制备方法. *兵工学报*, 31(9): 1254—1258.
- 王万银, 潘作枢, 1997. 曲面位场数据处理及转换的三角函数法. *物探与化探*, 21(3): 209—218.