

doi:10.3799/dqkx.2015.076

# 承压含水层中非完整井附近“非达西—达西” 两区渗流模型近似解析解

文 章<sup>1</sup>, 刘 凯<sup>1,2</sup>, 陈晓恋<sup>1</sup>

1. 中国地质大学环境学院, 湖北武汉 430074

2. 中国交通建设股份有限公司第二公路勘察设计研究院有限公司, 湖北武汉 430056

**摘要:** 抽水井附近由于流速过快往往发生非达西流, 而远离抽水井随着流速下降又变为达西流. 为了描述这些特征, 建立了承压含水层中非完整井附近“非达西—达西”两区渗流模型, 即距离抽水井较近的区域由于流速较快假设发生非达西渗流, 并利用 Izbash 公式刻画, 而距离抽水井较远由于流速较慢假设仍然满足达西定律, 含水层中垂向流速较小也利用达西定律描述. 通过线性化近似方法结合 Laplace 变换和有限 Fourier 余弦变换对模型进行了求解, 分析探讨了该两区模型下水位降深曲线特征. 结果表明: 抽水初期, 非达西渗流区域水位降深与全非达西渗流模型结果吻合, 而抽水后期两区模型非达西渗流区域的水位降深与全达西模型水位降深基本一致, 但大于全非达西渗流模型的水位降深; 抽水初期, 两区模型中达西渗流区域的水位降深比全达西渗流模型结果大, 但比全非达西渗流模型结果小; 对不同时间的水位降深随井距变化曲线分析发现非达西渗流区域水位降深随 Izbash 公式中的幂指数  $n$  增大而减小, 而在达西渗流区域水位降深基本不受  $n$  值的影响. 研究成果对非完整井抽水试验参数反演具有重要理论意义.

**关键词:** 非达西流; 两区模型; 非完整井; 线性化; 地下水.

**中图分类号:** P641.2

**文章编号:** 1000-2383(2015)05-0918-07

**收稿日期:** 2014-09-15

## Approximate Analytical Solutions for Two-Region Non-Darcian Flow to a Partially Penetrating Well

Wen Zhang<sup>1</sup>, Liu Kai<sup>1,2</sup>, Chen Xiaolian<sup>1</sup>

1. School of Environmental Studies, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

2. Second Highway Consultants Co., Ltd., China Communications Construction Co., Ltd., Wuhan 430056, China

**Abstract:** Non-Darcian flow is likely to occur in the region near a pumping well because of high velocities, while flow becomes Darcian again in the region far away from the pumping well as the velocity decreases. To describe these characteristics, a two-region non-Darcian flow model toward a partially penetrating well is developed in this study. The flow in the region near the pumping well is assumed to be non-Darcian which can be described by the Izbash equation. The flow in the region far away from the pumping well was assumed to be Darcian as well as the vertical flow due to the low velocities. A linearization procedure associated with the Laplace transform and finite cosine transform is used to work out such two-region non-Darcian flow model. The characteristics of the drawdowns under such flow conditions are examined. It is concluded that: (1) the drawdown in the non-Darcian flow region is the same as that of the fully non-Darcian flow model at early times, and it is the same at that of the fully Darcian flow model and larger than that of the fully non-Darcian flow model at late times. (2) the drawdown in the Darcian flow region is larger than that of the fully Darcian flow model and smaller than that of the full non-Darcian flow model at early times; (3) the drawdown-distance behavior indicates that the drawdown in the non-Darcian flow region increases as the power

**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (Nos. 41372253, 41002082); 国家重点基础研究发展计划项目 (No. 2010CB428802); 中央高校基本科研业务费专项基金项目 (Nos. CUG140501, CUG120113).

**作者简介:** 文章 (1982-), 男, 博士, 副教授, 主要从事地下水渗流、污染物迁移等方面的研究. E-mail: wenzhangcau@gmail.com

**引用格式:** 文章, 刘凯, 陈晓恋, 2015. 承压含水层中非完整井附近“非达西—达西”两区渗流模型近似解析解. 地球科学——中国地质大学学报, 40(5): 918-924.

index  $n$  in the Izbash equation increases, while the value of  $n$  has a little effect on the drawdown in the Darcian flow region. The results of this study will be of great theoretical significance for the aquifer parameters estimation with the pumping test data in a partially penetrating well.

**Key words:** non-Darcian flow; two-region model; partially penetrating well; linearization; ground water.

## 0 引言

非完整井抽水期间,抽水井附近含水层渗流速度随着井距增大而减小,为了更好地描述这一渐变特征,需要对含水层分区域分析.Sen(1988)建立了完整井抽水模型,根据与抽水井距离大小,将含水层分为两个区域建立达西渗流模型,两区域中含水层参数值不同.当抽水量较大时,非完整抽水井附近含水层渗流速度较快,雷诺系数较大,容易出现紊流现象,渗流不满足达西定律(万军伟等,2013),随着井距增大,地下水渗流速度逐渐减小,含水层渗流由紊流逐渐转化为层流,由非达西流逐渐转变为达西流(常安定等,2000;Wu,2001).因此,只建立单一的达西或者非达西渗流模型很难较好地刻画抽水井附近渗流渐变情况,需要联合达西渗流模型和非达西渗流模型综合分析抽水井附近渗流规律.根据抽水井附近含水层这一渗流特征,王鹏举(1996)运用 Forchheimer 非达西渗流公式描述了距离抽水井较近的非达西渗流区域,用达西公式描述了距离抽水井较远的达西渗流区域,非达西渗流区域和达西渗流区域分界面由临界雷诺系数确定,采用 Boltzmann 变换得到两区模型中含水层水位降深表达式.然而,Mathias *et al.*(2008)和 Wen *et al.*(2008a)发现 Boltzmann 变换在求解该类型问题中存在一定的问题,为此,Wen *et al.*(2008b)在 Izbash 非达西公式的基础上,同样分区域研究了完整井附近渗流情况,采用线性化方法近似非达西模型中非线性项,利用解析方法得到含水层水位降深近似结果,之后 Wen *et al.*(2009)通过数值方法对线性化方法进行验证,发现线性化方法在抽水后期与数值方法吻合且抽水前期与数值方法结果之间的差别在误差范围之内.王全荣等(2012)通过数值方法分析了第一类越流系统中大口径完整井附近“非达西—达西”渗流区域位置界面变化规律,通过该方法能计算出特定含水层参数下两区模型的分界面位置.以上关于抽水井附近“非达西—达西”两区模型的研究均停留在完整抽水井阶段,而非完整井附近相关研究尚未见到报道.

本文旨在建立非完整井附近“非达西—达西”两区

渗流模型,将含水层分为“非达西”、“达西”两个区域进行考虑,研究两区域中含水层水位降深变化规律.

## 1 模型的建立与求解

如图 1 所示,将承压含水层分为非达西渗流区域和达西渗流区域.非达西渗流区域的范围可以根据临界雷诺数确定,基于以下假设条件建立抽水物理模型:(1)各区域含水层为均质径向同性的承压含层,水平方向无限延伸;(2)抽水井为非完整井,抽水井半径无限小,井储效应可以忽略不计,抽水量为定值  $Q(\text{m}^3/\text{h})$ ;(3)抽水前,承压含水层水头面是水平的;(4)在抽水期间,假设径向流速在垂向上不发生变化.

基于以上假设条件,建立以下数学模型:

$$\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{q_r}{r} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = S_s \frac{\partial s(r, z, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$s(r, z, 0) = 0, \quad (2)$$

$$s_D(\infty, z, t) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial s(r, 0, t)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

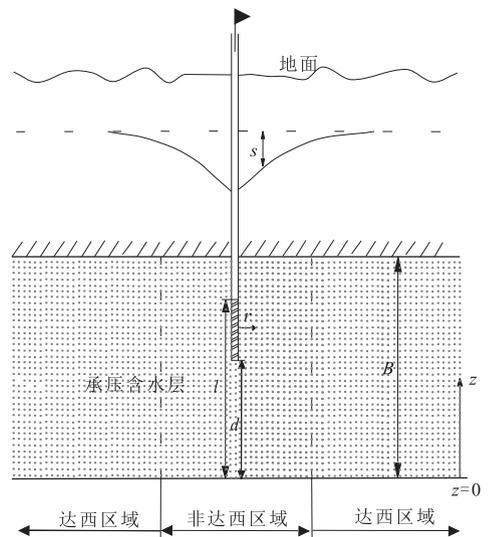


图 1 非完整抽水井附近两区模型渗流物理模型  
Fig.1 The schematic of two-region model near a partially penetrating well

$$\frac{\partial s(r, B, t)}{\partial z} = 0, \tag{5}$$

$$s_N(R_c, z, t) = s_D(R_c, z, t), \tag{6}$$

$$q_{r,N}(R_c, z, t) = q_{r,D}(R_c, z, t), \tag{7}$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} q_{r,N} = -\frac{Q}{2\pi(l-d)} [U(z-d) - (z-l)],$$

$$0 \leq z \leq B, \tag{8}$$

式(1)~(8)中:  $q_r$  为含水层径向渗透流速(m/h);  $q_z$  为含水层垂直方向渗透流速(m/h);  $r$  为距离抽水井的径向距离(m);  $z$  为垂向坐标(m);  $s$  为承压含水层水位降深(m);  $S_s$  为含水层单位储水系数( $m^{-1}$ );  $Q$  为抽水流量( $m^3/h$ );  $B$  为含水层的厚度(m);  $R_c$  为非达西流区域与达西流区域的临界半径(m), 可根据临界雷诺数确定(文章等, 2011);  $l$  为滤水管顶端到含水层底板的距离(m);  $d$  为滤水管底端到含水层底板的距离(m).  $q_{r,N}$  为非达西区域径向流速(m/h);  $q_{r,D}$  为达西区域径向流速(m/h);  $s_N$  为非达西区域承压含水层水位降深(m);  $s_D$  为达西区域承压含水层水位降深(m);  $U(\cdot)$  为阶跃函数,  $U(z-d)$  表示当  $z$  小于  $d$  时为 0, 当  $z$  大于  $d$  时为 1.

非达西渗流区域径向流速较大, 由 Izbash 非达西公式表示如下:

$$q_{r,N} | q_{r,N} |^{n-1} = K_r \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r}, \tag{9}$$

其中:  $n, K_r$  为经验参数, 对于高速非达西流,  $n$  取值在 1~2 之间. 当  $n=1$  时, 上式变成达西公式,  $K_r$  可以当作为水平方向的渗透系数(m/h). 式(9)中  $q_{r,N}$  与规定正方向相反, 因此为负值, 故式(9)可以变为:

$$q_{r,N} | q_{r,N} |^{n-1} = -(-q_{r,N})^n = K_r \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r}. \tag{10}$$

垂向上假设渗流仍满足达西定律, 由达西公式表示为:

$$q_{z,N} = K_z \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial z}, \tag{11}$$

其中,  $K_z$  为垂向渗透系数(m/h).

将式(10)、(11)代入式(1)中, 得到非达西区域渗流连续性方程为:

$$\frac{K_r}{n(-q_{r,N})^{n-1}} \frac{\partial^2 s_N(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{K_r}{r(-q_{r,N})^{n-1}} \cdot \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r} + K_z \frac{\partial^2 s_N(r, z, t)}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r}, \tag{12}$$

式(12)中含有非线性项, 无法直接求出方程的解, 需要运用线性化方法进行近似处理, 线性化方法表示

如下:

$$(-q_{r,N})^{n-1} \approx \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1}. \tag{13}$$

该线性化方法被证实, 在抽水初期会低估含水层中的水位降深, 但在抽水后期精度较高(Wen et al., 2009). 将式(13)代入到式(12)中, 对以上连续性方程进行线性化处理得:

$$\frac{\partial^2 s_N(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r} + \frac{K_z n}{K_r} \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1} \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r} \approx \frac{S_s n}{K_r} \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1} \frac{\partial s_N(r, z, t)}{\partial r}. \tag{14}$$

对式(14)应用 Laplace 变换后得:

$$\frac{\partial^2 \bar{s}_N(r, z, p)}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial \bar{s}_N(r, z, p)}{\partial r} + \frac{K_z n}{K_r} \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1} \frac{\partial \bar{s}_N(r, z, p)}{\partial r} \approx \frac{S_s n}{K_r} \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1} p \bar{s}_N(r, z, p). \tag{15}$$

式(15)通过有限余弦 Fourier 变换后得到以下常微分方程:

$$\frac{d^2 \hat{s}_N(r, N, p)}{dr^2} + \frac{n}{r} \frac{d \hat{s}_N(r, N, p)}{dr} = \frac{B^2 S_s n p + K_z n N^2 \pi^2}{K_r B^2} \cdot \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1} \hat{s}_N(r, N, p), \tag{16}$$

( $N=0, 1, 2, \dots$ ).

通过简化处理, 式(16)可以表示为:

$$\frac{d^2 \hat{s}_N(r, N, p)}{dr^2} + \frac{n}{r} \frac{d \hat{s}_N(r, N, p)}{dr} = \delta r^{1-n} \hat{s}_N(r, N, p), \tag{17}$$

其中  $\delta = \frac{B^2 S_s n p + K_z n N^2 \pi^2}{K_r B^2} \left(\frac{Q}{2\pi r B}\right)^{n-1}$ .

式(17)为贝塞尔方程形式的常微分方程, 得到该方程的通解为:

$$\hat{s}_N(r, N, p) = r^{\frac{1-n}{2}} \left[ C_1 I_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} r^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) + C_2 K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} r^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) \right], \tag{18}$$

其中:  $C_1, C_2$  为积分常数, 可以通过边界条件获取,  $I_{\frac{1-n}{3-n}}(\cdot)$  和  $K_{\frac{1-n}{3-n}}(\cdot)$  分别为第一类和第二类修正贝塞尔函数.

对于达西渗流区域, 假定均符合达西规律, 运用达西公式分别刻画两个方向上的渗流规律为:

$$q_{r,D} = K_D \frac{\partial s_D(r, z, t)}{\partial r}, \tag{19}$$

$$q_{z,D} = K_z \frac{\partial s_D(r, z, t)}{\partial r}, \tag{20}$$

其中:  $K_D$  为达西区域径向渗透系数(m/h),  $K_z$  为达西区域垂向渗透系数(m/h).

将式(19)和式(20)代入到式(1)中可以得到达西渗流区域连续性方程,同样由 Laplace 变换和有限余弦 Fourier 变换将其转化为贝塞尔方程形式的常微分方程,达西区域在拉氏空间下的通解为:

$$\hat{s}_D(r, N, p) = C_3 I_0(r \sqrt{\delta^r}) + C_4 K_0(r \sqrt{\delta^r}), \quad (21)$$

其中  $\delta^r = \frac{B^2 S_s p + K_z N^2 \pi^2}{K_D B^2}$ ,  $C_3$ 、 $C_4$  为积分常数。

对边界条件式(3)进行 Laplace 变换和有限余弦 Fourier 变换得:  $\hat{s}_D(\infty, z, t) = 0$ . (22)

联立式(21)和式(22),根据第一类修正贝塞尔函数的性质可得  $C_3 = 0$ .因此,达西渗流区域模型结果可以简化为:  $\hat{s}_D(r, N, p) = C_4 K_0(r \sqrt{\delta^r})$ . (23)

为得到非达西模型和达西模型含水层水位降深最终结果,需要进一步求出积分常量  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_4$ . 分别对式(18)和式(23)求导得到:

$$\frac{d\hat{s}_N(r, N, p)}{dr} = C_1 r^{1-n} \sqrt{\delta} I_{\frac{2}{n-3}} \left( \frac{2}{3-n} r^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) - C_2 r^{1-n} \sqrt{\delta} K_{\frac{2}{n-3}} \left( \frac{2}{3-n} r^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right), \quad (24)$$

$$\frac{d\hat{s}_D(r, N, p)}{dr} = -C_4 K_1(r \sqrt{\delta^r}) \sqrt{\delta^r}. \quad (25)$$

当  $r$  趋近于 0 时,式(24)可简化为:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\hat{s}_N(r, N, p)}{dr} = C_1 \frac{\sqrt{\delta}}{r^n \Gamma\left(\frac{1-n}{3-n}\right)} \left(\frac{\sqrt{\delta}}{3-n}\right)^{\frac{2}{n-3}} - \frac{1}{2} C_2 r^{-n} \sqrt{\delta} \Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right) \left(\frac{\sqrt{\delta}}{3-n}\right)^{\frac{2}{n-3}}. \quad (26)$$

在求解式(24)、(25)和(26)过程中运用到贝塞尔函数以下性质:  $x \frac{dI_n(x)}{dx} + nI_n(x) = xI_{n-1}(x)$ ,  $x \frac{dK_n(x)}{dx} + nK_n(x) = -xK_{n-1}(x)$ ,  $K_n(x) = K_{-n}(x)$ , 以及当  $n > 0$ ,  $x$  趋于 0 时,  $K_n(x) \approx \frac{1}{2} \Gamma(x) \left(\frac{x}{2}\right)^{-n}$  和  $x$  趋于 0 时,  $I_n(x) \approx \frac{1}{\Gamma(1+n)} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n$ .

对式(6)、(7)和(8)进行 Laplace 变换和有限余弦 Fourier 变换得:

$$\hat{s}_N(R_c, N, p) = \hat{s}_D(R_c, N, p), \quad (27)$$

$$\hat{s}_N(R_c, N, p) = \hat{s}_D(R_c, N, p), \quad (28)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\hat{s}(r, N, p)}{dr} = - \left[ \frac{Q}{2\pi r(l-d)} \right]^n \frac{B}{K_r p} \cdot \frac{\sin\left(\frac{N\pi l}{B}\right) - \sin\left(\frac{N\pi d}{B}\right)}{N\pi}. \quad (29)$$

联立式(13)、(18)、(23)、(24)、(25)和(26),式(27)、(28)和(29)可以分别表示为:

$$R_c \frac{1-n}{2} \left[ C_1 I_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} R_c^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) + C_2 K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} R_c^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) \right] = C_4 K_0(R_c \sqrt{\delta^r}), \quad (30)$$

$$C_1 K_r \left( \frac{Q}{2\pi R_c B} \right)^{1-n} R_c^{1-n} \sqrt{\delta} I_{\frac{2}{n-3}} \left( \frac{2}{3-n} R_c^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) - C_2 K_r \left( \frac{Q}{2\pi R_c B} \right)^{1-n} R_c^{1-n} \sqrt{\delta} K_{\frac{2}{n-3}} \left( \frac{2}{3-n} R_c^{\frac{3-n}{2}} \sqrt{\delta} \right) + C_4 K_D K_1(R_c \sqrt{\delta^r}) \sqrt{\delta^r} = 0, \quad (31)$$

$$C_1 \frac{\sqrt{\delta}}{\Gamma\left(\frac{1-n}{3-n}\right)} \left(\frac{\sqrt{\delta}}{3-n}\right)^{\frac{2}{n-3}} - \frac{1}{2} C_2 \sqrt{\delta} \Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right) \left(\frac{\sqrt{\delta}}{3-n}\right)^{\frac{2}{n-3}} = - \left[ \frac{Q}{2\pi(l-d)} \right]^n \frac{B}{K_r p} \frac{\sin\left(\frac{N\pi l}{B}\right) - \sin\left(\frac{N\pi d}{B}\right)}{N\pi}. \quad (32)$$

联立式(30)、(31)和(32)得出积分常量  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_4$ .将其代入到式(18)和式(23)中得出非达西区域和达西区域含水层水位降深在拉氏空间的解析表达式。

## 2 结果分析与讨论

以上得到的含水层水位降深结果中包含 Laplace 变量  $p$  和 Fourier 变量  $N$ ,需要通过 Laplace 逆变换和 Fourier 逆变换将其转化为实域空间形式,目前有多种 Laplace 数值逆变换方法适用于该问题的求解(Stehfest, 1970a, 1970b; Crump, 1976; de Hoog *et al.*, 1982),本文采用最为常见的 Stehfest 方法(Stehfest, 1970a, 1970b),以上求解运算较为复杂,最终解析表达式也比较复杂,为此,笔者编制了相关 Matlab 计算程序辅助求解,分析了不同抽水条件下两区模型含水层水位降深曲线特征。

### 2.1 模型简化分析

为验证本次两区模型求解结果的正确性,将两区模型中非达西区域非达西因子  $n$  取为 1,则本文所描述的两区模型将变为全达西模型,得到全达西模型中水位降深曲线,将其与 Hantush(1964)结果比较,得到结果如图 2 所示.从图 2 可以看出两区模型简化为全达西渗流模型时得到的含水层水位降深曲线与 Hantush(1964)非完整井达西渗流模型结果一致,说明两区模型结果正确。

### 2.2 不同抽水模型比较分析

比较不同抽水模型下,非达西渗流区域和达西渗

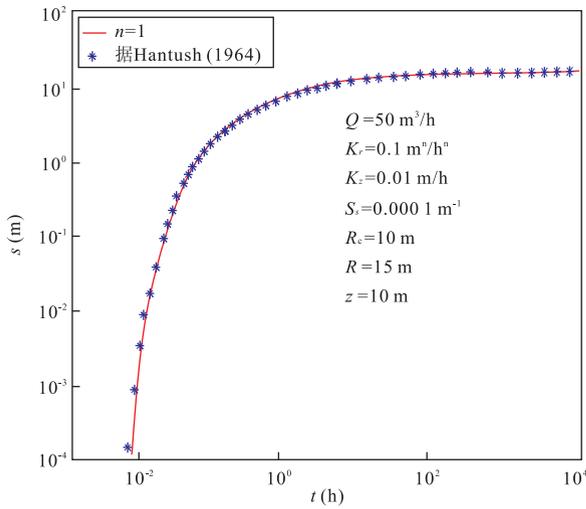


图 2 简化模型与 Hantush 模型结果比较

Fig.2 Comparison between the results of this study and the solution of Hantush model for Darcian flow case

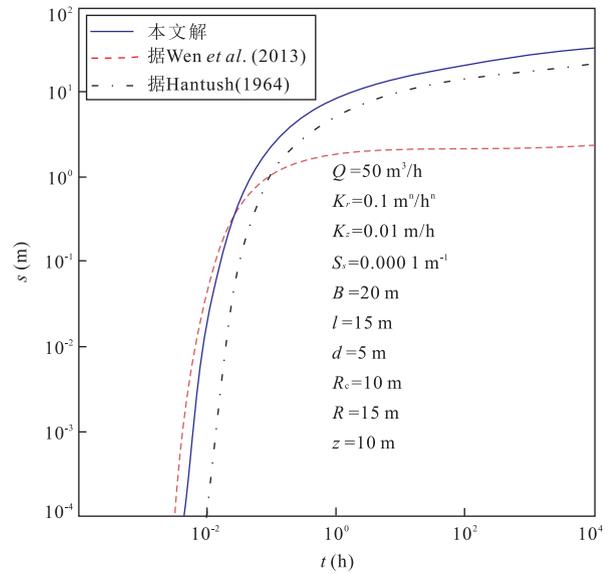


图 4 不同抽水模型下达西区域水位降深对比

Fig.4 Comparison of the drawdown in Darcian flow region under for different models

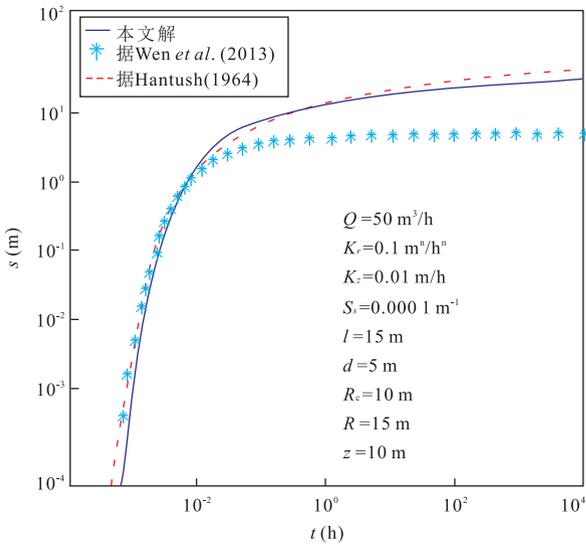


图 3 不同抽水模型下非达西区域水位降深对比

Fig.3 Comparison of the drawdown in non-Darcian flow region under for different models

流域含水层水位降深变化情况如图 3 和图 4 所示,图中分别描述非达西渗流区域水位降深(本文解)、含水层为全非达西渗流模型水位降深(Wen *et al.*, 2013)和含水层为全达西渗流模型水位降深(Hantush, 1964),并分析两区模型中各区域渗流特征。

从图 3 可以看出在抽水初期,非达西渗流区域水位降深与全非达西渗流模型结果重合,而抽水后期全非达西渗流模型得到的水位降深比其他两种模型得到的结果小.这主要是因为,在抽水初期,含水层受抽水的影响范围较小,只在非达西渗流区域有影

响,所以图 3 中本文所得到的含水层水位降深结果与全非达西渗流模型(Wen *et al.*, 2013)结果相同,随着抽水时间增长,非达西区域渗流受达西区域渗流的影响,得到的水位降深偏大.这可能是因为,在抽水后期非达西流由于紊动比较剧烈,能更好地接受非达西渗流区域以外的含水层水量的补给,所以表现为全非达西渗流模型的水位降深最小。

从图 4 可以看出,抽水初期,两区模型中达西渗流区域的水位降深比全达西渗流结果大,但比全非达西渗流结果小.这主要是因为抽水初期非达西渗流区域对达西渗流区域影响较大,由此可见含水层非达西流越强,降落漏斗向外扩散得越快,加速含水层弹性释水,得到的水位降深越大,使得图 4 中达西区域得到的水位降深结果处于全非达西渗流模型与全达西渗流模型结果之间.抽水后期水流基本达到拟稳定状态,所以达西渗流区域水位降深结果与非达西渗流区域水位降深结果一致(图 3)。

### 2.3 水位降深随井距变化曲线

为了更清楚反映水位降深在某一特定时间在整个含水层中的分布情况,绘制了水位降深随井距变化曲线,如图 5 和图 6 所示.图 5 为不同非达西因子  $n$  值( $n=1.0, 1.2, 1.5$  和  $1.8$ ),含水层中水位降深随井距的变化曲线,图 6 为不同抽水时间  $t$  值( $t=0.1, 1.0, 10.0$  和  $100.0$  h),含水层中水位降深随井距的变化曲线.从图 5 中可以看出在非达西区域,含水层中水位降深随  $n$  值增大而减小,而在达西渗流区

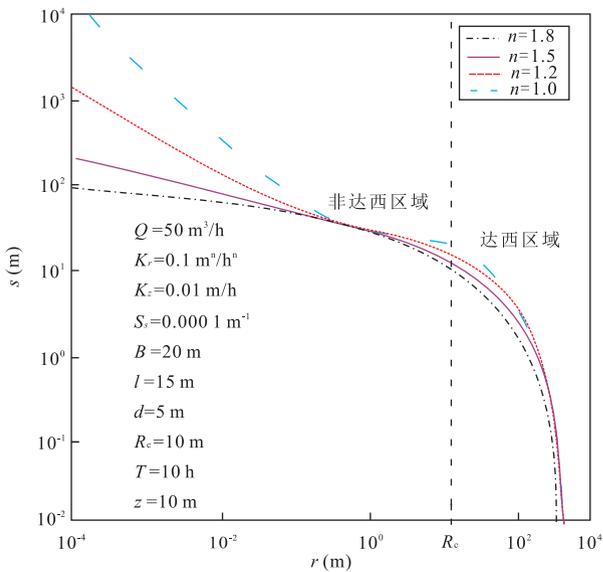


图 5 不同  $n$  值时含水层水位降深-距离曲线

Fig.5 Drawdown-distance behavior for different  $n$  values

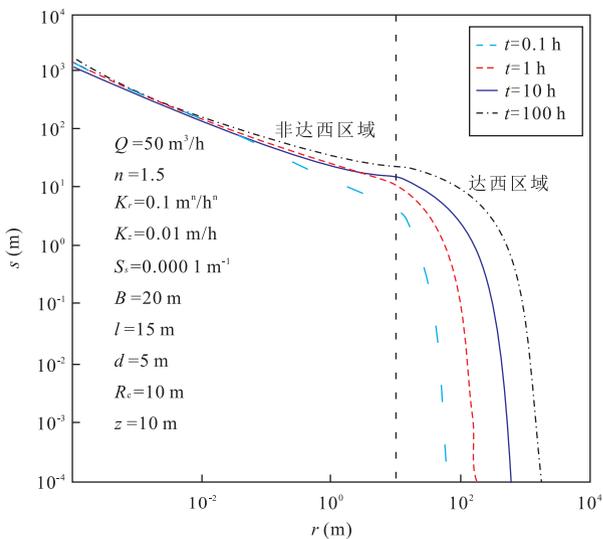


图 6 不同抽水时间下含水层水位降深-距离曲线

Fig.6 Drawdown-distance behavior for different pumping times

域含水层水位降深基本不发生变化,根据图 5 中曲线形态可以将非达西区域分为两部分,前半段水位降深随  $n$  值变化比较明显,而在后半段水位降深基本不随  $n$  值改变.因为前半段曲线距离抽水井较近,抽水时间为 10 h,渗流为拟稳定状态, $n$  值越大,越有利于含水层得到外界补给,水位降深较小,因此非达西渗流区域前半段水位降深随  $n$  值增大而减小,而达西渗流区域水位降深不随  $n$  值而改变,后半段曲线处于达西与非达西渗流的过渡段,水位降深受  $n$  值的影响小,因此在非达西渗流区域后半段水位降深关于  $n$  值变化不明显.图 6 表示水位降深随井

距变化曲线,在非达西渗流区域前半部分,水位降深基本不变化,因为离抽水井较近时,含水层渗流容易达到拟稳定状态,水位降深不随抽水时间改变,随着井距增大,含水层渗流从拟稳定状态逐渐转变为非稳定状态,抽水时间越长,水位降深越大.

### 3 结论

本文建立了非完整抽水井附近“非达西-达西”两区渗流模型,即将距离抽水井较近的区域看作非达西渗流,而距离抽水井较远的区域看作达西渗流.采用线性化近似方法结合 Laplace 变换和有限 Fourier 余弦变换对模型进行了求解,编制了相应的 Matlab 程序对两区模型的水位降深规律进行了分析,该研究成果可以为大流量抽水情况下水文地质参数反演提供理论依据,本文主要结论如下:

(1)抽水初期,非达西渗流区域水位降深与全非达西渗流模型结果吻合,而抽水后期两区模型非达西渗流区域的水位降深与全达西模型水位降深基本一致,但大于全非达西模型的水位降深.

(2)抽水初期,两区模型中达西渗流区域的水位降深比全达西渗流模型结果大,但比全非达西渗流模型结果小.抽水后期达西渗流区域的水位降深规律与非达西渗流区域的水位降深规律一致.

(3)对不同时间的水位降深随井距变化曲线分析发现在非达西区域含水层中水位降深随  $n$  值增大而减小,而在达西区域含水层中水位降深基本不受  $n$  值的影响.

### References

Chang, A. D., Guo, J. Q., Wang, H. S., 2000. The Analytical Solution of Unsteady Well Flow with Two Flow Regimes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 31(6): 49-53, 66 (in Chinese with English abstract).

Crump, K. S., 1976. Numerical Inversion of Laplace Transforms Using a Fourier Series Approximation. *Journal of the ACM*, 23(1): 89-96. doi: 10.1145/321921.321931

de Hoog, F. R., Knight, J. H., Stokes, A. N., 1982. An Improved Method for Numerical Inversion of Laplace Transforms. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 3(3): 357-366. doi: 10.1137/0903022

Hantush, M.S., 1964. Hydraulics of Wells. In: Chow, V. T., ed., *Advances in Hydrosience*, Academic Press, Inc., New York.

Mathias, S. A., Butler, A. P., Zhan, H. B., 2008. Approximate

- Solutions for Forchheimer Flow to a Well. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9): 1318–1325. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:9(1318)
- Sen, Z., 1988. Type Curves for Two-Regime Well Flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12): 1461–1484. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1988)114:12(1461)
- Stehfest, H., 1970a. Algorithm 368: Numerical Inversion of Laplace Transforms [D5]. *Communications of the ACM*, 13(1): 47–49. doi: 10.1145/361953.361969
- Stehfest, H., 1970b. Remark on Algorithm 368: Numerical Inversion of Laplace Transforms. *Communications of the ACM*, 13(10): 624–625. doi: 10.1145/355598.362787
- Wan, J. W., Huang, K., Chen, C. X., 2013. Reassessing Darcy' Law on Water Flow in Porous Media. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 38(6): 1327–1330 (in Chinese with English abstract).
- Wang, P. J., 1996. Theory for Two-Regime Well Flow in Confined Aquifers. *Irrigation and Drainage*, 15(4): 1–9 (in Chinese with English abstract).
- Wang, Q. R., Tang, Z. H., Wen, Z., et al., 2012. Numeric Simulation for Flow to a Pumping Well with Moving Boundary of the Non-Darcian Flow Region in a Leaky Aquifer. *Journal of Hydraulic Engineering*, 43(10): 1171–1178 (in Chinese with English abstract).
- Wen, Z., Huang, G. H., Liu, Z. T., et al., 2011. An Approximate Analytical Solution for Two-Region Non-Darcian Flow toward a Well in a Leaky Aquifer. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 36(6): 1165–1172 (in Chinese with English abstract).
- Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2008a. Non-Darcian Flow toward a Finite-Diameter Vertical Well in a Confined Aquifer. *Pedosphere*, 18(3): 288–303. doi: 10.1016/S1002-0160(08)60019-3
- Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., et al., 2008b. Two-Region Non-Darcian Flow toward a Well in a Confined Aquifer. *Advances in Water Resources*, 31(5): 818–827. doi: 10.1016/j.advwatres.2008.01.014
- Wen, Z., Huang, G. H., Zhan, H. B., 2009. A Numerical Solution for Non-Darcian Flow to a Well in a Confined Aquifer Using the Power Law Function. *Journal of Hydrology*, 364(1–2): 99–106. doi: 10.1016/j.jhydrol.2008.10.009
- Wen, Z., Liu, K., Chen, X. L., 2013. Approximate Analytical Solution for Non-Darcian Flow toward a Partially Penetrating Well in a Confined Aquifer. *Journal of Hydrology*, 498(8): 124–131. doi: 10.1016/j.jhydrol.2013.06.027
- Wu, Y. S., 2001. Non-Darcy Displacement of Immiscible Fluids in Porous Media. *Water Resources Research*, 37(12): 2943–2950. doi: 10.1029/2001WR000389

#### 附中文参考文献

- 常安定, 郭建青, 王洪胜, 2000. 两种流态区域条件下的井流问题的解析解. *水利学报*, 31(6): 49–53, 66.
- 万军伟, 黄琨, 陈崇希, 2013. 达西定律成立吗. *地球科学——中国地质大学学报*, 38(6): 1327–1330.
- 王鹏举, 1996. 考虑非达西流情况下地下水向集水建筑物运动的非稳定理论的研究. *灌溉排水*, 15(4): 1–9.
- 王全荣, 唐仲华, 文章, 等, 2012. 越流含水层抽水井附近非达西流与达西流区界面位置变化规律研究. *水利学报*, 43(10): 1171–1178.
- 文章, 黄冠华, 刘壮添, 等, 2011. 越流含水层中抽水井附近非达西流两区模型近似解析解. *地球科学——中国地质大学学报*, 36(6): 1165–1172