

doi:10.3799/dqkx.2017.037

利用谱组合法实现 GOCE 卫星的 SST 和 SGG 数据融合处理

刘晓刚^{1,2,3,4}, 常宜峰^{2,5}, 孙文⁶, 李新星⁷

1. 地理信息工程国家重点实验室, 陕西西安 710054

2. 西安测绘研究所, 陕西西安 710054

3. 大地测量与地球动力学国家重点实验室, 湖北武汉 430077

4. 信息工程大学军事测绘导航工程军队重点实验室, 河南郑州 450052

5. 中国人民解放军 95948 部队, 甘肃兰州 732750

6. 中国人民解放军 61243 部队, 新疆乌鲁木齐 830006

7. 信息工程大学地理空间信息学院, 河南郑州 450052

摘要: 不同类型重力测量数据的融合处理, 是地球重力场模型化研究的难点和热点问题之一。基于调和分析方法推导了由 GOCE 卫星 SST 和 SGG 数据构建地球重力场模型的谱组合法公式及对应谱权的具体形式, 给出了多种类型重力测量数据联合处理的谱权及谱组合的通用表达式。结果表明, SST 数据能够有效改善 SGG 数据解算模型在低阶部分的精度, 从而提高了解算的地球重力场模型的质量和可靠性并拓宽了其频带范围, 使其精度和空间分辨率有更进一步的提高。

关键词: 地球重力场模型; 谱组合法; 调和分析法; 卫星跟踪卫星; 卫星重力梯度; 地球物理。

中图分类号: P228

文章编号: 1000-2383(2017)03-0471-08

收稿日期: 2016-09-22

Syncretic Processing of GOCE Satellite's SST and SGG Data Based on Spectral Combination Method

Liu Xiaogang^{1,2,3,4}, Chang Yifeng^{2,5}, Sun Wen⁶, Li Xinxing⁷

1. State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an 710054, China

2. Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

3. State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Wuhan 430077, China

4. Military Key Laboratory of Surveying, Mapping and Navigation of Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China

5. 95948 Unit of PLA, Lanzhou 732750, China

6. 61243 Unit of PLA, Urumqi 830006, China

7. Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China

Abstract: Syncretic processing of various types of gravimetric data is one of the challenging and hot issues in the modeling of Earth's gravitational field model (EGM). The general expressions of the spectral weight and spectral combination of the united-processing of various types of gravimetric data are presented in this paper. What's more, the detailed expressions of spectral combination formulae and the corresponding spectral weights in the EGM determination using satellite-to-satellite tracking (SST) data and satellite gravity gradient (SGG) data of GOCE satellite are derived, based on spherical harmonic analysis method. Experimentation results show that the EGM computed by SGG data is improved by SST data in the low order, whatever the data are simulated or surveyed. It is concluded that as many types of gravimetric data as possible should be combined together in the data processing in order to improve the quality and reliability with widening scope and to improve the precision and spatial

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(Nos.61322201, 2013CB733303); 国家自然科学基金项目(Nos.41304022, 41504018, 41404020); 中国科学院测量与地球物理研究所大地测量与地球动力学国家重点实验室开放基金项目(No.SKLGED2017-1-1-E); 军事测绘导航工程军队重点实验室开放基金项目。

作者简介: 刘晓刚(1983—), 男, 助理研究员, 主要从事卫星重力、磁力测量研究。ORCID:0000-0003-2727-8582. E-mail: liuxiaogang_1949@163.com

引用格式: 刘晓刚, 常宜峰, 孙文, 等, 2017. 利用谱组合法实现 GOCE 卫星的 SST 和 SGG 数据融合处理. 地球科学, 42(3): 471-478.

resolution of the computational results.

Key words: Earth's gravitational field model (EGM); spectral combination method; spherical harmonic analysis; satellite-to-satellite tracking (SST); satellite gravity gradient (SGG); geophysics.

0 引言

未来地球重力场模型化的挑战之一是如何将不同类型的重力测量数据进行联合处理,其解算结果广泛适用于大地水准面确定、资源探测等方面.目前的重力测量手段主要包括卫星重力、卫星测高、航空重力、地面、船载重力测量等.不同的重力测量技术,由于其以不同的视角来观测地球重力场,因此包含了不同波段的重力场信息(张传定,2000;徐新禹,2008;吴星,2009;刘晓刚,2011;刘晓刚等,2012;郭东美等,2015).由 CHAMP(challenging mini-satellite payload)和 GRACE(gravity recovery and climate experiment)卫星测量任务提供的高低卫星跟踪卫星(high-low satellite to satellite tracking, SST-hl)和低低卫星跟踪卫星(low-low SST, SST-ll)数据主要反映了地球重力场的中低频信息,这使得目前已有的地球重力场低频信息更加可靠,但是这些数据是有带宽限制的,利用该类数据恢复地球重力场模型的有效阶次在 120 阶左右,如果需要恢复高阶(超过 300 阶)地球重力场模型,仅利用 SST-hl/SST-ll 数据显然是不合理的,而 GOCE(gravity field and steady-state ocean circulation explorer)卫星测量任务提供的卫星重力梯度(satellite gravity gradient, SGG)数据(于锦海和万晓云,2012)以及卫星测高、航空、地面、船测等重力测量任务提供的重力异常等数据主要反映了地球重力场的中高频信息;因此,要构建超高阶的地球重力场模型,实现解算厘米级精度大地水准面的宏伟目标,就必须将所有可用的不同类型重力测量数据进行联合处理.

利用卫星重力测量数据解算地球重力场模型的主要方法概括起来有两类:一类是基于经典位理论的物理大地测量边值问题解算方法,称为空域法;另一类是建立在卫星动力学基础上的时域法.人们在利用 SST 数据解算重力场时倾向于采用时域法,而使用 SGG 数据时倾向于使用空域法.空域法和时域法各有优缺点,前者与物理大地测量边值问题紧密联系,后者与轨道动力学紧密联系,两者都可联合多种类型的观测数据来求解地球重力场,但都未能在理论上解决向下延拓的问题.空域法中的积分法虽然不是最优的,但可以避免频率混叠现象,并且简单

易行;统计法和组合型方法不需要连续数据,只要球面上分布了足够密度的数据,数据间断、数据空白以及由于控制卫星而引起的数据跳跃都可以通过内插或使用先验信息来填补,因此不会对解算结果产生大的影响,但该方法没有和卫星轨道联系起来,不能反映出卫星轨道的振动和不确定性.另外,这两种方法均需要进行数据归算和内插,从而引入了误差;并且在严格处理有色噪声时存在一定的困难.时域法能准确反映卫星的轨道特征和顾及卫星轨道、姿态误差以及有色噪声的影响,可以比较准确地估计或评价卫星重力测量系统的总体性能,对卫星重力测量系统的设计、优化以及数据质量评价有重要作用;时域法使法方程矩阵具有块对角结构,可提高计算速度,但存在与实际不完全相符的严格假设条件,因此会引入近似误差,并且不易处理数据间断和数据空白问题(刘晓刚,2011).

目前,利用多种类型重力测量数据恢复地球重力场模型的融合处理方法主要有联合平差法、谱组合法、最小二乘配置法、大地测量超定边值问题法等.不同方法,其优缺点各有不同:联合平差法最为经典,被广泛应用于卫星和地面重力数据的联合处理,该方法原理简单,易于实现,缺点是需要采用迭代来对各类观测数据进行定权,并且涉及到大型矩阵的求逆,其占用计算机内存和求逆的时间随着解算的重力场模型阶数呈指数增长;最小二乘配置法的重要优点是可以联合处理不同类型的重力数据,而且其解算不依赖于所要估计的信号参数个数,如果协方差函数选择得当,则其解算结果是最优的,该方法的缺点是在确定合适的协方差函数上存在较大难度;超定边值问题法也可以处理多种类型重力观测数据,其解算结果以全球连续的重力信息给出,但实际上不同的重力测量数据不仅在分辨率、数据类型和随机性上存在差异,而且其频谱特性也相差较大,通过该方法来对这些重力观测数据进行联合处理似乎有些困难.

不同类型的重力测量数据,其频谱特性具有明显的差异,因此,联合不同种类的重力测量数据计算重力位系数,可基于谱组合法,根据数据的频谱特性和观测精度来定权(Sjöberg,1981;Wichiencharoen,1984;Kern *et al.*,2003;Sjöberg and Eshagh,2012).

利用谱组合法,对由时域法解算的 SST 模型和由空域法解算的 SGG 模型进行融合处理,仅需要重力场模型位系数的精度信息,而并不需要顾及该模型是通过什么途径计算得到的.因此,本文研究了联合 GOCE 卫星 SST 和 SGG 数据确定地球重力场的谱组合法,并采用模拟和实测数据对该方法的精度进行评估.

1 不同类型重力测量数据谱组合的基本原理

将不同重力测量技术得到的重力场参量 u_i 分别作谱分解,以球谐函数的级数展开形式表示,有:

$$u_i = \sum_{n=0}^{\infty} u_n^{(i)}, \quad (i=1,2,\dots,M), \quad (1)$$

其中, n 为位系数阶数, M 为数据类型的个数, u_i 的方差和协方差分别为:

$$\begin{cases} \sigma_{n(i)}^2 = E\{(u_n^{(i)} - u_n)^2\}, \\ \sigma_{n,l(i,j)} = E\{(u_n^{(i)} - u_n)(u_l^{(j)} - u_l)\}, \end{cases} \quad (j=1,2,\dots,M; l=0,1,\dots,\infty). \quad (2)$$

假设位系数各分量的权之间相互独立,则地球重力场参量 u 的最优估值可以根据下面的无偏估计模型来确定:

$$\hat{u} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n^{(1)} u_n^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} p_n^{(2)} u_n^{(2)} + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} p_n^{(M)} u_n^{(M)}, \quad (3)$$

$$p_n^{(1)} + p_n^{(2)} + \dots + p_n^{(M)} = 1, \quad (4)$$

其中, $p_n^{(i)}$ 为谱分量 $u_n^{(i)}$ 的权,与位系数的阶数 n 相关.

公式(3)中 $\hat{u}$ 的方差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{u}}^2 &= \sum_{n=0}^{\infty} [(p_n^{(1)})^2 \sigma_{n(1)}^2 + (p_n^{(2)})^2 \sigma_{n(2)}^2 + \dots + (p_n^{(M)})^2 \sigma_{n(M)}^2 + \\ & p_n^{(1)} \sum_{l=0}^{\infty} (p_l^{(2)} \sigma_{n,l(1,2)} + \dots + p_l^{(M)} \sigma_{n,l(1,M)} + \dots + p_n^{(M)} \cdot \\ & \sum_{l=0}^{\infty} (p_l^{(1)} \sigma_{n,l(M,1)} + \dots + p_l^{(M-1)} \sigma_{n,l(M,M-1)} + \\ & \sum_{l=0(l \neq n)}^{\infty} (p_n^{(1)} p_l^{(1)} \sigma_{n,l(1,1)} + \dots + p_n^{(M)} p_l^{(M)} \sigma_{n,l(M,M)})]. \end{aligned} \quad (5)$$

根据公式(4),并假设估计的谱分量之间相互独立,即当 $l \neq n$ 时,有 $\sigma_{n,l(i,j)} = 0$;进一步假设不同的重力测量技术得到的数据之间不相关,即当 $i \neq j$ 时,有 $\sigma_{n,l(i,j)} = 0$.要使 $\sigma_{\hat{u}}^2 = \min$ 成立,可根据最小二乘估计原理中求最小值的方法,在上式两端对所有的 $p_n^{(i)}$ 求偏导,并令:

$$\frac{\partial \sigma_{\hat{u}}^2}{\partial p_n^{(i)}} = 0. \quad (6)$$

则公式(3)中各种重力数据对应的谱权为(钟波,2010):

$$p_n^{(i)} = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_{n(1)}^2} + \frac{1}{\sigma_{n(2)}^2} + \dots + \frac{1}{\sigma_{n(M)}^2}}. \quad (7)$$

谱分量 $\hat{u}_n$ 对应的误差估计为(钟波,2010):

$$\sigma_{\hat{u}_n}^2 = \left[\frac{1}{\sigma_{n(1)}^2} + \frac{1}{\sigma_{n(2)}^2} + \dots + \frac{1}{\sigma_{n(M)}^2} \right]^{-1}. \quad (8)$$

基于调和分析法,利用扰动位 T 和 SGG 张量 T_{zz} 分量格网平均值数据解算位系数的公式分别为:

$$\begin{cases} \bar{C}_{nm}^* = \frac{1}{4\pi} \frac{r}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \beta_n^* T \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda \\ \bar{S}_{nm} = \frac{1}{4\pi} \frac{r}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \beta_n^* T \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda, \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \bar{C}_{nm}^* = \frac{1}{4\pi(n+1)(n+2)} \frac{r^3}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \beta_n^* T_{zz} \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda \\ \bar{S}_{nm} = \frac{1}{4\pi(n+1)(n+2)} \frac{r^3}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \beta_n^* T_{zz} \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda, \end{cases} \quad (10)$$

其中,平滑因子 β_n^* 的计算,参阅了陆仲连(1996)的方法.

可以给出联合扰动位 T 和 SGG 张量 T_{zz} 分量解算地球重力场模型的谱组合公式为:

$$\begin{cases} (\bar{C}_{nm}^*)_{cmb} = \frac{1}{4\pi} \frac{r}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} [p_n^T T + \frac{r^2}{(n+1)(n+2)} \cdot \\ p_n^{T_{zz}} T_{zz}] \cdot \beta_n^* \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda, \\ (\bar{S}_{nm})_{cmb} = \frac{1}{4\pi} \frac{r}{fM} \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} [p_n^T T + \frac{r^2}{(n+1)(n+2)} p_n^{T_{zz}} T_{zz}] \cdot \\ \beta_n^* \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda, \end{cases} \quad (11)$$

其中, p_n^T 为扰动位 T 对应的谱权, $p_n^{T_{zz}}$ 为 SGG 张量 T_{zz} 分量对应的谱权.

谱组合公式(11)实际上等价于位系数的谱组合:

$$(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{cmb} = p_n^T (\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T + p_n^{T_{zz}} (\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}}, \quad (12)$$

其中,谱权 p_n^T 和 $p_n^{T_{zz}}$ 可以根据扰动位 T 和 SGG 张量 T_{zz} 分量分别估计的位系数误差来确定.

如果将扰动位 T 和 SGG 张量 T_{zz} 分量归算为球面规则的格网数据,并给出了其精度信息,分别用

m_T^2 、 $m_{T_{zz}}^2$ 来表示,则根据公式(9)、(10),通过误差传播定律,可以给出格网数据精度与位系数估计精度之间的解析关系.

由公式(9)可得:

$$\begin{cases} m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T = (\frac{r}{4\pi fM})^2 (\frac{r}{R})^{2n} m_T^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} [\beta_n^* \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \cos m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda]^2 \\ m^2(\bar{S}_{nm})_T = (\frac{r}{4\pi fM})^2 (\frac{r}{R})^{2n} m_T^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} [\beta_n^* \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \sin m\lambda \sin\theta d\theta d\lambda]^2. \end{cases} \quad (13)$$

根据球谐函数正交性,并假设格网的经差和纬差相等,即 $\Delta\theta = \Delta\lambda$,则公式(13)可转化为(石磐, 1984):

$$m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T = \frac{1}{4\pi} (\frac{r}{fM})^2 (\frac{r}{R})^{2n} (\frac{s}{r})^2 m_T^2, \quad (14)$$

其中, s 为球面格网的边长.上式即为格网扰动位 T 与位系数的误差关系.

同理,根据公式(10),可以推导出 T_{zz} 分量与位系数的误差关系为:

$$m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}} = \frac{1}{4\pi} [\frac{1}{(n+1)(n+2)} \frac{r^3}{fM}]^2 (\frac{r}{R})^{2n} (\frac{s}{r})^2 m_{T_{zz}}^2. \quad (15)$$

根据利用不同类型重力测量数据恢复地球重力场模型的谱组合法基本原理,可以得到扰动位 T 和 SGG 张量 T_{zz} 分量对应的谱权分别为:

$$p_n^T = \frac{\frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T}}{\frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T} + \frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}}}}, \quad (16)$$

$$p_n^{T_{zz}} = \frac{\frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}}}}{\frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T} + \frac{1}{m^2(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}}}}. \quad (17)$$

将公式(14)、(15)分别代入公式(16)、(17),整理后可得:

$$p_n^T = \frac{r^4 m_{T_{zz}}^2}{r^4 m_{T_{zz}}^2 + (n+1)^2 (n+2)^2 m_T^2}, \quad (18)$$

$$p_n^{T_{zz}} = \frac{(n+1)^2 (n+2)^2 m_T^2}{r^4 m_{T_{zz}}^2 + (n+1)^2 (n+2)^2 m_T^2}. \quad (19)$$

将公式(18)、(19)代入公式(12),可以得到由 GOCE 卫星 SST 和 SGG 数据恢复的地球重力场模

型的谱组合公式为:

$$(\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{cmb} = \frac{r^4 m_{T_{zz}}^2 \cdot (\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_T + (n+1)^2 (n+2)^2 m_T^2 \cdot (\bar{C}_{nm}^*; \bar{S}_{nm})_{T_{zz}}}{r^4 m_{T_{zz}}^2 + (n+1)^2 (n+2)^2 m_T^2}. \quad (20)$$

从公式(20)可以看出,利用谱组合法对 GOCE 卫星的轨道和梯度数据进行融合处理,仅需要根据各自的权重将位系数叠加,计算非常简单,并不涉及大型矩阵的求解,因此,大大提高了计算速度,节约了计算时间.另外需要说明的是,如果考虑位系数之间的协方差分量,谱权组合在理论上将更为严密,但计算量也将大幅度增加.

本文对解算的地球重力场模型进行评价主要采用两种方式(Zheng *et al.*, 2008; Zheng *et al.*, 2012a, 2012b):

(1)解算的模型系数阶误差 RMS:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm}^{*2} + \delta \bar{S}_{nm}^2)}, \quad (21)$$

其中, $\delta \bar{C}_{nm}^*$ 、 $\delta \bar{S}_{nm}$ 表示地球重力场模型的系数误差.

(2)解算模型对应的大地水准面和重力异常阶误差、累计误差:

$$\begin{cases} \sigma_{N_n} = R \sqrt{\sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm}^{*2} + \delta \bar{S}_{nm}^2)}, \sigma_{C_{N_n}} = \sqrt{\sum_{n=2}^N \sigma_{N_n}^2}, \\ \sigma_{\Delta g_n} = (n-1)\gamma \sqrt{\sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm}^{*2} + \delta \bar{S}_{nm}^2)}, \sigma_{C_{\Delta g_n}} = \sqrt{\sum_{n=2}^N \sigma_{\Delta g_n}^2}. \end{cases} \quad (22)$$

其中, R 表示地球平均半径, N 表示解算模型的阶数, γ 表示地球正常重力(采用 fM/R^2 近似计算).

2 数值实验与结果分析

2.1 模拟数据实验结果

模拟实验中,笔者首先利用 EGM2008 重力场模型积分 GOCE 卫星轨道,并生成沿卫星轨道上的重力梯度张量径向分量 T_{zz} 数据(刘晓刚等, 2010); 接下来,利用能量守恒法(徐天河和杨元喜, 2005)将 GOCE 卫星轨道数据转化为扰动位 T (刘晓刚等, 2014),并采用延拓和格网化方法(钟波等, 2011),将沿轨的扰动位 T 以及重力梯度张量径向分量 T_{zz} 数据归算到 250 km 的平均轨道面上,利用 EGM2008 模型数据填充两极的数据空白区,从而形成扰动位 T 以及重力梯度张量径向分量 T_{zz} 的全球格网平均数据;最后,采用调和分析法分别计算得到扰动位

T 和重力梯度张量径向分量 T_{zz} 的重力场模型,并对 GOCE 卫星 SST 和 SGG 这两种数据组合模式的联合处理精度进行测试。

需要说明的是,在往实验数据中添加白噪声时,主要是基于 SST 数据能够恢复 70 阶的重力场模型以及 SGG 数据能够恢复 200 阶的重力场模型来考虑的,然后对两种数据恢复的重力场模型进行谱组合,下面进行详细分析。

基于谱组合法公式(20),将含有 $0.5\text{ m}^2/\text{s}^2$ 零均值白噪声的 $45' \times 45'$ 全球格网平均扰动位 T 数据、含有 1mE ($1\text{mE} = 10^{-12}/\text{s}^2$) 零均值白噪声的 $20' \times 20'$ 全球格网平均 T_{zz} 数据得到的位系数进行联合处理,得到卫星跟踪卫星(SST)、卫星重力梯度(SGG)以及两者联合(SST+SGG)数据的解算模型见图 1, SST、SGG 以及 SST+SGG 的重力场模型恢复精度的统计结果见表 1。

笔者比较图 1 中 SST、SGG 和 SST+SGG 数据解算的重力场模型,发现大约在 20 阶前, SST 数据解算的模型精度要高于 SGG 数据解算结果,其解算精度在 20 阶之后则迅速下降; SST+SGG 的解算结果,在大约 20 阶前接近于 SST 数据的解算结果,而在 20 阶之后则接近于 SGG 数据的解算结果,从而得到了兼顾 SST 和 SGG 解算结果的最优联合解。

从表 1 可以看出,相对于 70 阶的 SST 和 SGG 单一数据模型, SST+SGG 谱组合模型的精度有了明显提高,这也充分说明了 SST 数据能够有效改善 SGG 数据在低阶部分的精度,从而使得谱组合模型的整体精度有了一定程度的提高。

2.2 实测数据实验结果

GOCE 卫星数据由欧洲空间局(European space agency, ESA)提供,包括轨道数据、姿态数据、共模加

表 1 SST、SGG、SST+SGG 恢复重力场模型的精度统计结果
Table 1 The precision statistical results of the EGM recovered by SST, SGG, SST+SGG data

数据类型	模型阶数	累计大地水准面误差(cm)	累计重力异常误差(mGal)
SST	70	2.409	0.259
SGG	70	0.249	0.027
SST+SGG	70	0.199	0.021
SGG	200	3.041	0.934
SST+SGG	200	3.037	0.933

速度计数据和卫星重力梯度数据,其中卫星轨道数据分为几何轨道数据和约化动力轨道数据,约化动力轨道数据不可避免地受轨道确定中所使用的先验重力场模型的影响,因此,在 GOCE 卫星 SST 重力场恢复中,一般采用几何轨道数据更为合适。然而几何轨道数据中不可避免地存在粗差,由于约化动力轨道数据较为平滑,整体精度较高,因此可将其与几何轨道数据进行比较以便探测粗差。由于几何轨道数据采样为 1 s 且采样点一般不为整秒,而约化动力轨道数据采样为 10 s,整秒采样;因此在进行粗差探测之前,先利用 7 点牛顿插值多项式将约化动力轨道数据插值到几何轨道数据的各采样点上,然后进行比较。姿态数据和加速度计数据的预处理主要是对间断处的数据进行内插,内插采用线性多项式进行,并插值到几何轨道数据的历元时刻。

本文采用 2009 年 11 月—2010 年 6 月共 8 个月的 GOCE 卫星几何轨道数据,恢复了 120 阶的地球重力场模型,以 GOCE-SST 表示,接着采用相应时间的 GOCE 卫星重力梯度数据恢复了 250 阶的地球重力场模型,以 GOCE-SGG 表示,最后通过谱组合法将 GOCE-SST 模型和 GOCE-SGG 模型进

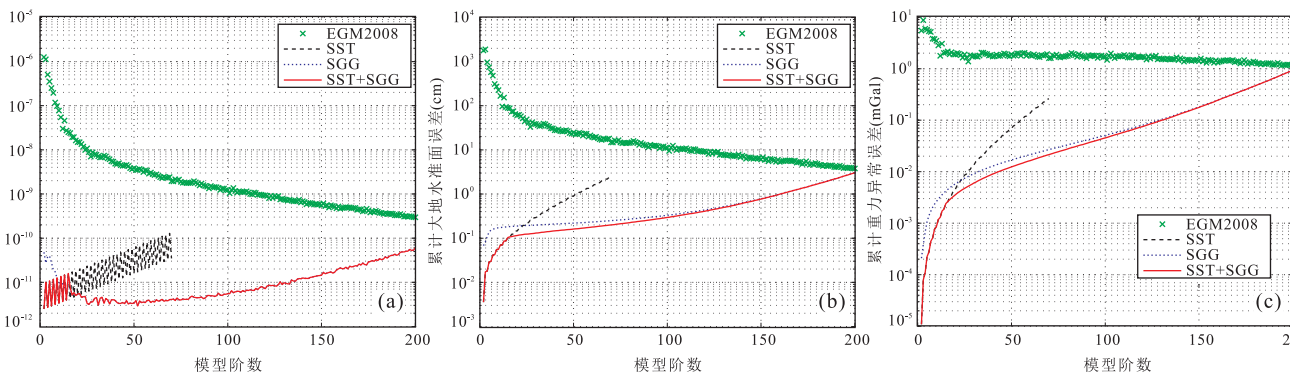


图 1 SST、SGG、SST+SGG 数据恢复的重力场模型阶误差 RMS(a)、累计大地水准面误差(b)和累计重力异常误差(c)
Fig.1 The degree error RMS of the EGM (a), the cumulative geoid error (b) and the cumulative gravity anomaly error (c) recovered by SST, SGG and SST+SGG data

行组合,得到混合数据的地球重力场模型,以 GOCE-SST+GOCE-SGG 表示.另外,将 SST 和 SGG 数据作为两类不同类型的观测值,由联合平差方法计算得到另一个混合数据地球重力场模型,用 GOCE-SST-SGG 表示,从而与谱组合解算的模型进行比较.联合平差方法的实质是将 SST 和 SGG 的法方程进行叠加求解,本文采用经验权法来确定两种数据的权重.

为了与国际上相同阶次的组合解模型进行比较,本文采用 GO-CONS-TIM 模型.该模型是采用 GOCE 卫星的运动学轨道数据和重力梯度张量对角线三分量 T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{zz} 数据构建的地球重力场模型,数据周期为 2009 年 11 月—2011 年 4 月,模型阶数为 250 阶,该模型是利用方差分量估计法将 2~100 阶的轨道数据模型和 2~250 阶的梯度数据模型组合而成的,并且利用 Kaula 正则化方法对模型的 181~250 阶采取了正则化处理(Pail *et al.*, 2010;Pail *et al.*,2011).

GOCE-SST、GOCE-SGG、GOCE-SST+GOCE-SGG、GOCE-SST-SGG 以及 GO-CONS-TIM 对应的重力场模型阶误差 RMS、累计大地水准面误差、累计重力异常误差如下图 2 所示.表 2 为 GOCE-SST、GOCE-SGG、GOCE-SST+GOCE-SGG、GOCE-SST-SGG、GO-CONS-TIM 等模型的精度统计结果.

如图 2 和表 2 所示,SST 数据解算的位系数精度大约在 80 阶前要高于 SGG 数据解算结果,而在 80 阶之后其解算精度则迅速下降;两种数据组合的解算结果,在低于 80 阶时接近于 SST 数据的解算结果,而在 80 阶之后则接近于 SGG 数据的解算结果,因而兼顾了 SST 和 SGG 解算结果的最优联

合解.

本文用联合平差法解算的 GOCE-SST-SGG 模型精度在低于 40 阶时介于 SST 和 SGG 数据解算模型精度,在高于 40 阶时则低于 SST 和 SGG 数据模型,说明采用经验权法确定的 SST 和 SGG 数据权重不够理想,其精度也远差于采用方差分量法定权的国际发布模型 GO-CONS-TIM 和谱组合解模型 GOCE-SST+GOCE-SGG.

谱组合解模型 GOCE-SST+GOCE-SGG,其精度在低于 40 阶时要优于国际发布模型 GO-CONS-TIM,在 40 阶之后,国际发布模型逐渐优于谱组合解模型.如果用于谱组合解的 SGG 数据解算模型精度更高的话,则谱组合解模型与国际发布模型的精度在高于 40 阶时则更加一致.

从图 1a 和图 2 比较来看,模拟数据和实测数据确实在曲线转折的阶次上有较大区别,究其原因,主要有以下几点.(1)模拟数据与实测数据的属性存在较大差异.(2)实际的卫星重力梯度观测数据中,有色噪声对低阶部分的影响较大,因此,实际解算地球重力场模型时,需要采用滤波器(如 ARMA、FIR 等)将该部分的信号滤掉,才能避免有色噪声对解算结果的影响,图 1a 中的 SGG 数据是通过 EGM2008 重力场模型来模拟的,并且在利用其解算地球重力场模型的过程中仅仅加入了白噪声,并没有考虑有色噪声,这会对结果产生较大的影响.(3)在利用实测数据解算重力场模型时,其中 SGG 的结果是将重力梯度张量对角线三分量解算的重力场模型按照一定的权比进行拟合,得到一个综合的重力场模型,而模拟数据的 SGG 结果仅利用重力梯度张量径向分量 T_{zz} 解算的,这也将会对结果产生一定的影响.

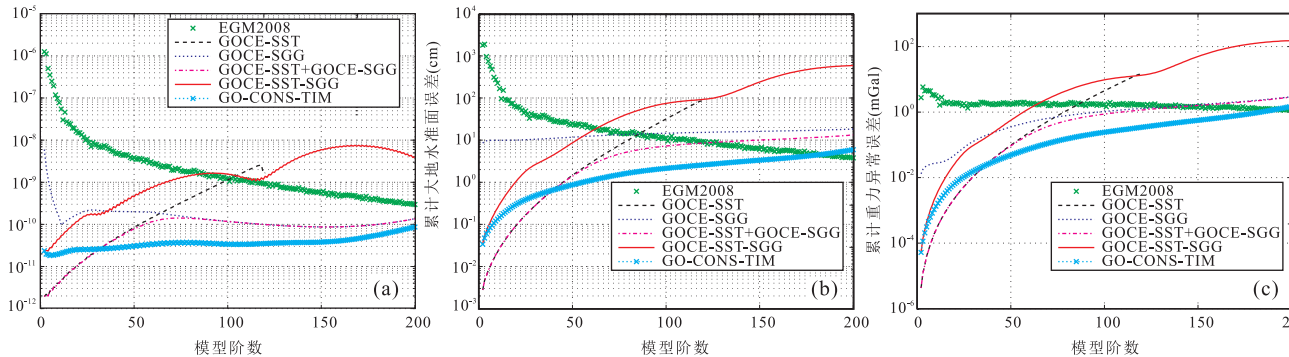


图 2 GOCE-SST、GOCE-SGG、GOCE-SST+GOCE-SGG、GOCE-SST-SGG、GO-CONS-TIM 对应的重力场模型阶误差 RMS (a)、累计大地水准面误差(b)和累计重力异常误差(c)

Fig.2 The degree error RMS (a), the cumulative geoid error (b) and the cumulative gravity anomaly error (c) of the GOCE-SST, GOCE-SGG, GOCE-SST+GOCE-SGG, GOCE-SST-SGG and GO-CONS-TIM

表 2 GOCE-SST、GOCE-SGG、GOCE-SST + GOCE-SGG、GOCE-SST-SGG、GO-CONS-TIM 的精度统计

Table 2 The precision statistical results of the GOCE-SST, GOCE-SGG, GOCE-SST + GOCE-SGG, GOCE-SST-SGG and GO-CONS-TIM

数据类型	模型阶数	累计大地水准面 误差 (cm)	累计重力异常 误差 (mGal)
SST	120	86.798	14.567
SGG	120	15.292	1.294
GOCE-SST+GOCE-SGG	120	8.545	1.156
GOCE-SST-SGG	120	92.815	13.358
GO-CONS-TIM	120	2.585	0.344
SGG	200	18.369	2.947
GOCE-SST+GOCE-SGG	200	13.289	2.889
GOCE-SST-SGG	200	590.001	151.670
GO-CONS-TIM	200	5.940	1.491

图 2 中 SST 和 SGG 组合模型结果 GOCE-SST+GOCE-SGG 与国际上发布的 GO-CONS-TIM 模型存在一定差异,究其原因,主要有以下几点。(1)本文中 SGG 数据的解算结果仅采用 8 个月的数据,而 GO-CONS-TIM 模型在解算时采用了 18 个月的数据,因此,数据量的差异会对结果产生一定的影响。(2)本文的联合解算结果 GOCE-SST+GOCE-SGG 是采用谱组合法实现的,而 GO-CONS-TIM 是采用联合平差法解算的,因此,计算方法的差异也会对结果产生一定影响。(3)联合平差法的实质是将不同类型重力测量数据对应的法方程直接叠加进行求解,但在实际应用中,简单地叠加并不能获得联合解算的最优解,实际测量中如果有一类观测值的误差特性与先验模型不一致时,将直接影响求解结果的最优性。另外,由于不同类型重力测量数据反映了地球重力场的不同频段信息,每一类数据对联合解算结果的贡献也不相同;因此,需要对不同类型重力测量数据确定合适的权阵,并且正则化因子的合理使用也是提高计算结果精度的关键因素之一。上述结果表明,联合平差法优势明显,但也有明显的缺陷,例如计算过程非常复杂;而谱组合法是给已有的模型附上权值信息后进行加法计算,形式简单,易于实现。

3 结论

(1)SST+SGG 解算结果相比 SGG 解算结果在低阶部分有了明显改善,这也充分说明了 SST 数据能够有效改善 SGG 数据解算结果在低阶部分的精度,从而提高了谱组合模型的整体精度。

(2)谱组合法原理简单,在算法上也比较容易实现,可以对单一数据的重力场模型进行联合处理;其缺点是只能对已知的重力场模型进行组合,并且需要位系数的精度估计信息。

(3)无论是模拟数据,还是实测数据,最终解算结果的精度相比单一数据结果精度都有了一定程度的提高,这也证明了本文方法的正确性,也进一步说明了谱组合法的有效性。

致谢:感谢西安测绘研究所徐天河研究员对本文的悉心指导,感谢审稿专家给出的有益建议。

References

Guo, D. M., Bao, L. F., Xu, H. Z., 2015. Tectonic Characteristics of the Tibetan Plateau Based on EIGEN-6C2 Gravity Field Model. *Earth Science*, 40 (10): 1643 — 1652 (in Chinese with English abstract).

Kern, M., Schwarz, K. P., Sneeuw, N., 2003. A Study on the Combination of Satellite, Airborne, and Terrestrial Gravity Data. *Journal of Geodesy*, 77: 217 — 225. doi: 10.1007/s00190-003-0313-x

Liu, X. G., 2011. Theory and Methods of the Earth's Gravity Field Model Recovery from GOCE Data (Dissertation). Information Engineering University, Zhengzhou, 139 — 141 (in Chinese with English abstract).

Liu, X. G., Pang, Z. X., Wu, J., 2012. Earth's Gravitational Field Model Determination from Different Types of Gravimetric Data Based on Iteration Method. *Progress in Geophysics*, 27 (6): 2342 — 2347 (in Chinese with English abstract).

Liu, X. G., Sun, W., Li, X. X., et al., 2014. Study on Recovering Earth's Gravity Field with GOCE's SST-hl Data. *J Geodesy and Geodynamics*, 34 (6): 66 — 71 (in Chinese with English abstract).

Liu, X. G., Wu, X. P., Zhao, D. M., et al., 2010. Non-Singular Expression of the Disturbing Gravity Gradients. *Geodaetica et Cartographica Sinica*, 39 (5): 450 — 457 (in Chinese with English abstract).

Lu, Z. L., 1996. Theory and Method of the Earth's Gravity Field. PLA Publishing House, Beijing, 216 — 218 (in Chinese).

Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., et al., 2011. First GOCE Gravity Field Models Derived by Three Different Approaches. *Journal of Geodesy*, 85 (11): 819 — 843. doi: 10.1007/s00190-011-0467-x

Pail, R., Goiginger, H., Mayrhofer, R., et al., 2010. GOCE Gravity Field Model Derived from Orbit and Gradiometry Data Applying the Time-Wise Method. In: Lacoste-Francis, H., ed., Proceedings of the ESA Living Planet

- Symposium. ESA Publication, Bergen.
- Shi, P., 1984. Integrated Determination of Disturbing Potential. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 13(4): 241—248 (in Chinese with English abstract).
- Sjöberg, L. E., 1981. Least-Squares Combination of Satellite and Terrestrial Data in Physical Geodesy. *Annals of Geophysics*, 37: 25—30.
- Sjöberg, L. E., Eshagh, M., 2012. A Theory on Geoid Modelling by Spectral Combination of Data From Satellite Gravity Gradiometry, Terrestrial Gravity and an Earth Gravitational Model. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 47(1): 13—28.
- Wichiencharoen, C., 1984. A Comparison of Gravimetric Undulations Computed by the Modified Molodenskij Truncated Method and the Method of Least Squares Spectral Combination by Optimal Integral Kernels. *Bulletin Géodésique*, 58: 494—509.
- Wu, X., 2009. Theory and Methods of Satellite Gradiometry Data Processing (Dissertation). Information Engineering University, Zhengzhou, 1—10 (in Chinese with English abstract).
- Xu, T. H., Yang, Y. X., 2005. CHAMP Gravity Field Recovery Using Energy Conservation Method. *Geodaetica et Cartographica Sinica*, 34(1): 1—6 (in Chinese with English abstract).
- Xu, X. Y., 2008. Study of Determining the Earth's Gravity Field from Satellite Gravity Gradient and Satellite-to-Satellite Tracking Data (Dissertation). Wuhan University, Wuhan, 69—70 (in Chinese with English abstract).
- Yu, J. H., Wan, X. Y., 2012. Recovery of the Gravity Field from GOCE Data by Using the Invariants of Gradient Tensor. *Science in China (Series D)*, 42(9): 1450—1458 (in Chinese).
- Zhang, C. D., 2000. Satellite Gravimetry: Foundation, Modeling Methods, and Data Processing Algorithms (Dissertation). Information Engineering University, Zhengzhou, 1—7 (in Chinese with English abstract).
- Zheng, W., Shao, C. G., Luo, J., et al., 2008. Improving the Accuracy of GRACE Earth's Gravitational Field Using the Combination of Different Inclinations. *Progress in Natural Science*, 18(5): 555—561.
- Zheng, W., Xu, H. Z., Zhong, M., et al., 2012a. Efficient Accuracy Improvement of GRACE Global Gravitational Field Recovery Using a New Inter-Satellite Range Interpolation Method. *Journal of Geodynamics*, 53: 1—7. doi:10.1016/j.jog.2011.07.003
- Zheng, W., Xu, H. Z., Zhong, M., et al., 2012b. Precise Recovery of the Earth's Gravitational Field with GRACE: Inter-satellite Range-Rate Interpolation Approach. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 9(3): 422—426. doi:10.1109/LGRS.2011.2171475
- Zhong, B., 2010. Study on the Determination of the Earth's Gravity Field from Satellite Gravimetry Mission GOCE (Dissertation). Institute of Surveying and Mapping of Wuhan University, Wuhan, 184—188 (in Chinese with English abstract).
- Zhong, B., Liu, H. L., Luo, Z. C., et al., 2011. Reduction and Gridded Processing of Satellite Gravity Gradient Data. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 31(3): 79—84 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 郭东美, 鲍李峰, 徐厚泽, 2015. 基于 EIGEN-6C2 重力场模型反演青藏高原地壳结构. *地球科学*, 40(10): 1643—1652.
- 刘晓刚, 2011. GOCE 卫星测量恢复地球重力场模型的理论与方法 (博士学位论文). 郑州: 信息工程大学, 139—141.
- 刘晓刚, 庞振兴, 吴娟, 2012. 联合不同类型重力测量数据确定地球重力场模型的迭代法. *地球物理学进展*, 27(6): 2342—2347.
- 刘晓刚, 孙文, 李新星, 等, 2014. 由 GOCE 卫星的高低卫跟踪数据反演地球重力场的模拟研究. *大地测量与地球动力学*, 34(6): 66—71.
- 刘晓刚, 吴晓平, 赵东明, 等, 2010. 扰动重力梯度的非奇异表示. *测绘学报*, 39(5): 450—457.
- 陆仲连, 1996. *地球重力场理论与方法*. 北京: 解放军出版社, 216—218.
- 石磐, 1984. 扰动位的综合确定. *测绘学报*, 13(4): 241—248.
- 吴星, 2009. *卫星重力梯度数据处理理论与方法* (博士学位论文). 郑州: 信息工程大学, 1—10.
- 徐天河, 杨元喜, 2005. 基于能量守恒方法恢复 CHAMP 重力场模型. *测绘学报*, 34(1): 1—6.
- 徐新禹, 2008. 利用卫星重力梯度及卫星跟踪卫星数据确定地球重力场的研究 (博士学位论文). 武汉: 武汉大学, 69—70.
- 于锦海, 万晓云, 2012. 利用引力梯度不变量解算的 GOCE 引力场模型. *中国科学(D辑)*, 42(9): 1450—1458.
- 张传定, 2000. *卫星重力测量——基础、模型化方法与数据处理算法* (博士学位论文). 郑州: 信息工程大学, 1—7.
- 钟波, 2010. 基于 GOCE 卫星重力测量技术确定地球重力场的研究 (博士学位论文). 武汉: 武汉大学, 184—188.
- 钟波, 刘华亮, 罗志才, 等, 2011. 卫星重力梯度数据的归算与格网化处理. *大地测量与地球动力学*, 31(3): 79—84.