https://doi.org/10.3799/dqkx.2020.339



最小结构磁化率成像反演方法在 水下目标探测中的应用

胡正旺¹,吕邦来^{2*},杜劲松^{1,3},孙石达⁴,陈 超¹

1. 中国地质大学地球物理与空间信息学院,地球内部多尺度成像湖北省重点实验室,湖北武汉 430074

2. 中交第四航务工程勘察设计院有限公司,广东广州 510230

3. 中国地质大学地质过程与矿产资源国家重点实验室,湖北武汉 430074

4. 河北地质大学河北省战略性关键矿产资源重点实验室,河北石家庄 050031

摘 要: 磁测技术对发现和确定水下目标十分有效,已被广泛用于探测水下沉船、水下掩埋管线、电缆和其他(电)磁性物体.然而,水下目标往往具有较强的剩磁与退磁特点,影响了定性解释结果和定量计算精度.为了更精准地确定和刻画水下目标的位置与形状,以磁异常模量数据为基础,采用最小结构模型进行磁化率成像反演;在模型试验中采用了L₁范数和L₂范数分别进行反演,并且对两者结果进行了对比分析,结果显示L₁范数反演结果具有更为规则与清晰的边界,而L₂范数反演结果则相对更为平滑.因此,对于常见水下目标磁测,L₁范数反演更适合.以港珠澳大桥沉管隧道磁测数据为例,基于磁异常模量的最小结构模型反演了水下沉管的埋设状态,其平面位置、宽度和埋深具有较好的精准度.因此,本方法能够基于磁测数据更加精细地计算水下掩埋目标的位置和规模,具有较强的实际应用价值.

关键词:水下目标;磁法探测;磁异常模量;最小结构反演;磁化率成像;地球物理.

中图分类号: P318 **文章编号:** 1000-2383(2021)09-3376-09 **收稿日期:** 2020-11-04

Application of Susceptibility Imaging Method by Minimum-Structure Inversion to Underwater Target Detection

Hu Zhengwang¹, Lü Banglai^{2*}, Du Jinsong^{1,3}, Sun Shida⁴, Chen Chao¹

- 1. Hubei Subsurface Multiscale Image Key Laboratory, Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
- 2. CCCC-FHDI Engineering Co., Ltd., Guangzhou 510230, China
- State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
- 4. Hebei Key Laboratory of Strategic Critical Mineral Resources, Hebei GEO University, Shijiazhuang 050031, China

Abstract: Some defects still exist in the magnetic survey for the underwater targets especially in case of the objects with small sizes. In general, the interpretation is dominated by qualitative approach and the accuracy of the quantitative results is low, which is mainly caused by the remanent magnetization and the self-demagnetization in the underwater targets. These have great impact on the analysis and inversion of the magnetic anomaly data. To obtain a robust result, the minimum-structure inversion is applied to

基金项目:国家自然科学基金项目(Nos. 42174090, 41804067, 41604060).

作者简介:胡正旺(1979-),男,博士,讲师,硕士研究生导师,主要从事区域地球物理学方面的教学与研究.ORCID:0000-0003-2932-9320.E-mail: hzw@cug.edu.cn

^{*} 通讯作者: 吕邦来, E-mail: 376324342@qq. com

引用格式:胡正旺,吕邦来,杜劲松,等,2021.最小结构磁化率成像反演方法在水下目标探测中的应用.地球科学,46(9):3376-3384.

the magnetic magnitude transform data to image the location and shape of the underwater target. In the inversion, the L_1 norm and L_2 norm are utilized respectively to measure the complexity of the susceptibility structure. The corresponding results show that, to recover the cuboid model, the results by the L_1 norm has much clearer boundaries and that by the L_2 norm much smoother. Therefore, to detect the common underwater objects, the L_1 norm is more appropriate to be adopted in the inversion. Moreover, the susceptibility imaging method is applied to the field data in the island-tunnel project for the Hong Kong-Zhuhai-Macao Bridge. The practical results verify that the horizontal location, width and depth of the underwater covered pipelines can be accurately determined by the minimum-structure inversion of the magnetic magnitude transform. In short, both the synthetic and the field examples indicate that the susceptibility imaging method is valuable to be applied to the field data.

Key words: underwater target; magnetic survey; magnetic magnitude transform; minimum - structure inversion; susceptibility imaging; geophysics.

0 引言

针对常见的水下目标,目前国际通行的方法 是采用地球物理勘察方法进行探测,辅以人工探 摸等方式加以验证;采用的地球物理勘察方法包 括多波束测深、浅地层剖面法探测、侧扫声纳探 测、磁法探测等方法,不同的方法有其各自的优缺 点.由于泥沙淤积或主动掩埋,且水下目标多为铁 质或水泥质,磁法探测是必选的、最主要的技术手 段之一(陈军等,2015).磁测技术对发现和确定 水下目标十分有效,已被广泛用于探测水下沉船、 水下插埋管线、电缆和其他(电)磁性物体.然而, 水下目标往往具有较强的剩磁与退磁特点,影响 了定性解释结果和定量计算精度.主要表现在定 性分析准确而定量计算精度不够,如何提高水下 目标磁测反演的精准度,是一个值得研究的课题.

在磁法勘探中,磁测数据处理与反演受剩磁 与退磁的影响极大.前人研究表明对于二度磁性 体,磁异常模量不依赖于正常场的方向和磁测目 标的磁化方向,并且磁异常的极大峰值点正对应 着磁测目标的水平投影位置;对于三度磁性体, 磁异常模量弱依赖于异常体的磁化方向,其异常 的峰值点与磁测目标的水平投影位置存在着一 定程度的中心偏离(Gerovska et al., 2004; 刘圣 博,2011年). Shearer(2005)系统地研究了磁异常 模量的三维反演,磁化率成像结果在一定程度上 能够压制强剩磁的影响.Li et al. (2010)模拟强 剩磁情况下,利用磁异常模量数据进行三维磁化 率成像,根据Helbig磁矩法、小波多尺度法和互 相关法估计了异常体的磁化方向.由于磁异常模 量对磁化方向不敏感,因此可将磁异常转换为磁 异常模量并用于分析和反演,可在很大程度上提

高磁异常定量解释的准确性和可靠性.

磁化率成像反演方法,以正演计算为基础,根据最优化理论通过计算寻找出与实际磁测数据最接近的水下目标分布.在多种磁化率成像反演方法中,最小结构反演(minimum-structure inversion)发展较为成熟并得到了较为广泛的应用(Li and Oldenburg, 1996, 1998), Shearer(2005)、刘圣博(2011)等的研究表明该类方法在尽量拟合磁测数据的同时,能够加入模型约束项以防止过分拟合噪声数据,大幅减少了反演结果的多解性.因此本文基于磁异常模量数据开展磁化率成像的最小结构反演研究,这对于通过磁测分析水下目标的分布形态和位置具有积极意义.

1 最小结构反演方法

1.1 磁异常正演

磁总场强度异常正演公式采用骆遥和姚长利(2007)提出的均匀长方体磁场及其梯度无解 析奇点表达式.假设地下空间被剖分为M个规则网格排列的长方体组合,观测平面上存在N 个数据观测点,则第j个长方体单元在第i个观 测点处的磁总场异常可表达为:

 $T_{ij} = G_{ij}m_{j}$, (1) 其中, m_{j} 为第j个单元的磁化率, G_{ij} 为根据正 演公式计算得到的核系数,其只与正常场的 磁场强度及方向、长方体单元的磁化方向以 及与观测点的相对位置有关.

由于位场的可叠加性,若将磁总场强度异常近 似为磁异常矢量在主磁场方向的投影分量,则整个 模型空间对第*i*个观测点的磁异常可通过所有单元 在该点产生异常值的线性叠加得到,因此可将所有 (2)

数据点的正演计算写为矩阵形式:

$$T = Gm$$
,

其中,G为N×M维矩阵,可称为核矩阵或敏感 度矩阵,其中第i行第j列元素即为式(1)中的 核系数,T和m分别为正演结果和模型磁化率 构成的N维向量和M维向量.

由于磁总场异常及其梯度、三分量异常、梯度 张量等与磁化率存在线性关系,通过上述思路均可 正演得到;对于与磁化率存在非线性关系的数据类 型如模量 T_a和解析信号振幅 ASA 等,则需要首先 计算出三分量异常以及总场三方位梯度异常后根 据相应数学关系得到(Shearer,2005;刘圣博,2011).

1.2 最小结构反演

磁化率反演的目的是根据观测异常数据求取 比较符合实际地质情况的地下磁化率空间分布.为 使反演结果尽量精细,一般情况下地下空间剖分单 元个数远远多于观测数据点数,反演过程需要求解 欠定方程组;同时由于观测数据中也存在噪声等误 差,仅仅通过拟合观测数据难以得到理想的解,因 此需要加入某些先验的模型约束来控制解模型空 间的结构以改善反演的病态程度及降低多解性,这 种反演方法统称为最小模型结构反演,并被较多地 应用于地球物理数据反演中(Li and Oldenburg, 1996, 1998; Sun and Li, 2014), 而加入模型结构约 束的过程也被称为正则化(Tikhonov and Arsenin, 1977).这样最终的反演目标函数通常包括两部分: 数据拟合差函数 Φ_{d} 和模型目标函数 Φ_{m} ,前者体现 的是反演结果正演数据与观测数据的拟合程度,后 者则表示反演结果的模型复杂程度和光滑程度,且 这两部分的相对权重由正则化参数β来确定,因此 反演目标函数形式可写为:

$$\Phi(\boldsymbol{m}) = \Phi_{\mathrm{d}} + \beta \Phi_{\mathrm{m}}. \tag{3}$$

针对磁化率成像反演,将 Φ_d 和 Φ_m 采用计算矢量长度的常规表达方式,反演目标函数形式则为:

 $\Phi(\boldsymbol{m}) = \Phi_{\mathrm{d}}^{\mathrm{g}} [W_{\mathrm{d}}(\boldsymbol{d}^{\mathrm{obs}} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{m})] +$

$$\beta \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_i \Phi_i^{g} [\boldsymbol{W}_i (\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}_{ref})], \qquad (4)$$

其中,*d*^{obs}是观测数据,*G*是根据所给定物性模型与 数据观测点正演计算得到的核矩阵,*Gm*即为模型 预测数据的正演表达,*W*_a是根据观测数据标准差确 定的对角矩阵;*W*_i是测算模型空间*m*模型复杂度的 单位矩阵和三方向粗糙度的差分矩阵,*m*_{ref}是参考 模型(Li and Oldenburg, 1996, 1998);*Φ*^s表示测量 矢量长度的函数,不同的测度函数具有不同的性质 (Farquharson, 2008; 杜劲松, 2014), 也就会导致反 演结果呈现不同的分布特征, 其中比较特殊的情况 是, 当其采用 L_2 范数时, 式(4)形式如下:

$$\Phi(\boldsymbol{m}) = \left\| \boldsymbol{W}_{d}(\boldsymbol{d}^{\text{obs}} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{m}) \right\|_{2}^{2} + \beta \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_{i} \left\| \boldsymbol{W}_{i}(\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}_{\text{ref}}) \right\|_{2}^{2}, \quad (5)$$

这是应用较多的一种形式,得到的物性结果较为平 滑,并且由于磁异常正演是线性问题,因此采用二 阶范数求解时反演过程也是线性的;当 Φ^s 采用其他 测度函数如 L_1 范数时,尽管磁异常正演是线性的, 但是整个目标函数求解的过程则会成为非线性的, 在此采用加权迭代最小二乘方法(iteratively reweighted least squares,简称IRLS)来求解此非线性 问题.首先设定初始模型 $m^{(0)}$;然后假设第(n-1)次 迭代得到的物性结果为 $m^{(n-1)}$,其正演得到的预测 数据为 $d^{(n-1)}$ (等同于 $Gm^{(n-1)}$),那么第n次迭代的过 程就是计算物性模型的变化 Δm 来拟合 d^{obs} 和 $d^{(n-1)}$ + Δm .因此第n次迭代反演目标函数如下:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \Phi_{d}^{g} [W_{d}(\mathbf{d}^{00s} - G(\mathbf{m}^{(n-1)} + \Delta \mathbf{m}))] + \beta \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_{i} \Phi_{i}^{g} [W_{i}(\mathbf{m}^{(n-1)} + \Delta \mathbf{m} - \mathbf{m}_{ref})],$$
(6)

求取 Δm 的最终表达式为:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}^{T} \boldsymbol{W}_{d}^{T} \boldsymbol{R}_{d} \boldsymbol{W}_{d} \boldsymbol{G} + \beta \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_{i} \boldsymbol{W}_{i}^{T} \boldsymbol{R}_{i} \boldsymbol{W}_{i} \end{bmatrix} \Delta \boldsymbol{m} = \\ \boldsymbol{G}^{T} \boldsymbol{W}_{d}^{T} \boldsymbol{R}_{d} \boldsymbol{W}_{d} (\boldsymbol{d}^{\text{obs}} - \boldsymbol{G} \boldsymbol{m}^{(n-1)}) + \\ \beta \sum_{i=s,x,y,z} \alpha_{i} \boldsymbol{W}_{i}^{T} \boldsymbol{R}_{i} \boldsymbol{W}_{i} (\boldsymbol{m}_{\text{ref}} - \boldsymbol{m}^{(n-1)}) \end{bmatrix}$$

$$(7)$$

其中, R_i 是对角矩阵,其中的元素取决于所选取的 测度函数 Φ^{g} .通过采用共轭梯度法对式(7)进行 求解即可求得每次迭代的 Δm ,经多次迭代后若 达到终止条件即可得到最终反演结果.

1.3 磁异常模量T_a计算

在实际磁测工作中,能够精确测定总磁场强 度异常 ΔT , ΔT 是磁场总强度T与正常场 T_0 之 间的模量差.一般磁异常矢量 T_a 的强度比正常 场 T_0 的强度要小很多,因此可以将 ΔT 视为 T_a 在 T_0 方向上的投影,如此近似具有足够的精度. 另外, T_0 在相当大的区域内其方向变化很小,所 以认为 ΔT 是 T_a 在固定方向上的投影.因此, ΔT 的物理意义与 H_{ax} 、 H_{ay} 和 Z_a 相似,均是 T_a 在固定 方向上的投影(或分量),可以表示为:

 $\Delta T = H_{ax} \cos I_0 \cos D_0 + H_{ay} \cos I_0 \sin D_0 + Z_a \sin I_0, (8)$ 其中: $H_{ax} \setminus H_{ay}$ 和 Z_a 分别是磁异常场 T_a 在相互

垂直的三个坐标轴上的投影,*I*。为正常场的倾角,*D*。为正常场的偏角.

若测量数据为ΔT,则可以在频率域将ΔT数据 转换成磁异常的三分量H_{ax}、H_{ay}和Z_a.由磁场与磁位 的关系可知,磁场各分量之间的微分关系式为:

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial x} = \frac{\partial H_{ax}}{\partial t_0}, \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = \frac{\partial H_{ay}}{\partial t_0},$$
$$\frac{\partial \Delta T}{\partial z} = \frac{\partial H_{az}}{\partial t_0},$$
(9)

其中: t_0 为正常场方向的单位矢量 { L_0 , M_0 , N_0 }, 并 且 L_0 =cos I_0 cos D_0 , M_0 =cos I_0 sin D_0 , N_0 =sin I_0 .

由此可将 ΔT 转换为 H_{ax} 、 H_{ay} 和 Z_a 三个分量,从而可以得到磁异常模量 T_a .若是三分量磁法测量,则可以直接利用下式计算磁异常模量 T_a :

$$T_{a} = (H_{ax}^{2} + H_{ay}^{2} + Z_{a}^{2})^{1/2}, \qquad (10)$$

在磁测目标具有强剩磁的情况下,由于ΔT受磁化方向影响较大,如果不清楚磁性体的剩余磁化方向,直接采用正常场的倾角及偏角对 ΔT进行反演与解释容易得到错误的结果,因此以受剩磁影响较弱的模量*T*_a为基础进行反演则可以得到更为准确的磁化率分布结果.

2 模型试验

2.1 数据正演

假设长方体处在 50 000 nT 的地磁场作用 下,正常场磁化偏角 $D_0 = -8^\circ$,磁化倾角 $I_0 = 58^\circ$,长方体模型参数见表 1,由该长方体正演的 0 m 高度面上的磁异常及下延 35 m 的磁异 常见图 1,其中黑色线框表示长方体在平面上 的位置投影,而向下延拓是为了区分叠加异常 以及增强目标异常(马国庆等, 2016).

2.2 反演数据选择

采用图1中模型正演并下延35m的磁异常计 算磁异常模量 T_a(图2a),为了减小反演计算量,截 取的反演区域范围为东西向112~192m、南北向 112~190m(图2b).由图2可以看出,当存在强剩磁 时,虽然模量异常与场源体具有较好的对应,但是 异常中心与场源体中心存在一定程度偏离,且异常 分布范围较大,不利于精确的磁异常数据解释工作.

2.3 最小结构反演

由于相当一部分水下磁测目标为具有规则形体的人造产物,因此反演适合采用L1范数,但是为了显示其优势,论文采用了L1范数和L2范数分别进行反演,并对两者结果进行对比分析.

表1 单一长方体模型参数

Table 1 Parameters of single cuboid model

	-			
(长,宽,高)(m)	中心埋深(m)	磁化倾角(°)	磁化偏角(°)	磁化率(SI)
(40, 8, 10)	50	40	25	1.2



Fig.1 Synthetic magnetic anomaly (a) and its downward continuation by 35 m





Fig.2 Synthetic magnetic magnitude transform T_a after downward continuation of 35 m



图 3 单一长方体模量 T_a异常反演结果

Fig.3 Recovered susceptibility model from the synthetic magnetic magnitude transform T_a caused by the single cuboid

将水下空间剖分为40×39×20个网格单元组 合,网格间距均为2m.采用最小结构反演的最终结 果如图3所示,L1范数反演结果具有更为规则的边 界,L2范数的则相对更为平滑,并且包含了一些虚 假的倾向信息;由于异常中心与场源体中心存在一 定程度的偏离,导致两种反演结果异常体中心均向 西南方向偏离场源体中心,因此如果能够提供更多 关于场源体边界、顶面埋深方面的信息,则可以反 演得到更为准确的磁化率结果.现实中水下目标磁 测更加注重目标体的边界,因此L1范数反演更加适 合于常规水下目标磁测的反演计算和定量解释.

3 港珠澳大桥沉管隧道实例应用

3.1 沉管隧道基本情况

港珠澳大桥是我国重大基础设施建设项目, 东连香港、西接珠海与澳门,是集桥、岛、隧为一体的超大型跨海通道,建成后成为了世界上最长的跨海大桥,其岛隧工程是施工控制性工程,由 沉管隧道、东/西人工岛3大部分组成.其沉管隧 道是目前世界上综合难度最大的沉管隧道之一, 采用两孔一管廊截面形式,沉管断面8.0 m× 22.5 m,为钢筋混凝土结构,具体详见图4.

为了验证最小结构反演的有效性和精度,对当



Fig. 4 Location sketch map of the island-tunnel project for the Hong Kong-Zhuhai-Macao Bridge





时正处于施工状态的港珠澳大桥沉管隧道区进行 了磁法探测试验,以研究水下目标的磁测反演情况.

3.2 磁测情况

本次试验性的磁测采用 SeaSPY 海洋磁力仪. 实测北西-南东向主测线(与沉管隧道斜交)9条,间 距约100 m,东西向联络线5条,从南至北间距分别 为100 m、50 m、50 m及100 m.详细测线见图5.

3.3 磁异常模量计算

笔者利用 IGRF12(Thébault *et al.*, 2015)模型 计算了港珠澳大桥沉管隧道区域的磁偏角 D= -2.5°、磁倾角 I=32.8°,利用磁偏角和磁倾角计算了 研究区域磁异常三分量 H_{ax}、H_{ay}和 Z_a,利用三分量和 去噪处理后的磁异常计算了该研究区域的磁异常模 量,并在此基础上选择两条测线(见图 6)进行磁化率 成像反演.由于大幅减少了沉管剩、退磁的影响,磁 异常模量体现的异常分布范围更加收敛和明确.

3.4 磁化率成像反演

选取图 6 两条实测剖面 AA'、BB'进行二度半 反演,并根据得到的磁化率成像结果对管道位置 和范围进行估算.测线方向从南向北角度为北偏 西 15.43°,当地正常场倾角和偏角分别为 32.8° 和-2.5°、磁场强度约为 45 000 nT,并经计算得 到沿测线方向有效磁化倾角为 33.47°.

两条测线进行反演的相关参数及反演结 果相关几何参数见表2,用于反演的剖面实 测磁异常及最终反演结果如图7所示.反演 结果与实际情况对比见表3.

与实际情况(8.0 m×22.5 m,中心点埋深34 m) 对比,发现磁化率成像反演的结果与中心点位置和埋 深情况对应良好,异常体(沉管)中心点位置误差在



Fig.6 Magnetic magnitude transform T_a and the horizontal locations of the profiles for inversion

2 m以内,埋深误差在2 m以内;另外,对于异常体(沉管)的反演宽度28 m和29 m,与沉管实际宽度22.5 m相差5.5 m和6.5 m,这与实际测线与沉管斜交而不是垂直有关,反演宽度与实际情况较为吻合.值得注意的是,反演的异常体

(沉管)的高度分别是 20 m 和 19 m, 而沉管实际 高度 8 m, 相差 12 m 和 11 m, 这说明磁性体磁 化率成像反演时, 其纵向高度的精度差于平面 宽度和平面位置的反演精度. 如何提高纵向上 的反演精度, 还需要进一步的研究.

4 结论

(1) 在磁测目标具有强剩磁时,由于 ΔT 磁异常受磁化方向影响较大,如果不清楚磁 性体的剩余磁化方向,直接采用正常场的倾 角及偏角对 ΔT 进行反演处理与解释容易得 到错误的结果,而以受剩磁影响较弱的模量 T_a 为基础进行反演则可以得到更为准确的 磁化率分布结果,大大降低了水下目标剩磁 与退磁对反演精度的影响.

(2)采用最小结构反演时,L₁范数反演结果 具有更为规则的边界,L₂范数反演结果则相对 更为平滑,由于异常中心与场源体中心存在一 定程度的水平位置偏离,导致两种反演结果的 异常体中心均在一定程度上偏离场源体中心,



Fig.7 Profiles of the ΔT magnetic anomaly and the cross-sections of the inversed susceptibility

	Table 2 Parameters	used in the inversion and	d the estimated geome	tric parameters of the pi	pelines	
	反演参数			结果几何参数		
剖面	坐标范围	网格数	网格间距	位置-深度	高度−宽度	
	(m, m)	(个,个)	(m, m)	(m,m)	(m, m)	
AA'	(0,660)	(166, 50)	(4,2)	(303, 32)	(12, 25)	
BB'	(0,660)	(166, 50)	(4, 2)	(304, 33)	(10, 26)	

表 2 反演过程相关设置参数及估算的管线几何参数

表3 反演结果与实际情况对比

Table 3 Comparison between the inversed results and the actual values

数据来源	AA '			BB'				
	中心点位置	中心点埋深	高度	宽度	中心点位置	中心点埋深	高度	宽度
反演结果	303	32	20	28	304	35	19	29
实际情况	302	34	8	22.5	306	34	8	22.5

注:数据单位,m.

若给反演提供水下目标边界、顶面埋深方面的 信息,则可以反演得到更为准确的磁化率结果. 考虑到水下目标磁测更加注重目标体的边界, 因而L₁范数反演相对更适合.

(3) 在港珠澳大桥沉管隧道磁测试验实例中,应用磁测可快速圈定海底沉管的位置;应用磁异常模量对磁异常分布范围进行细化,收敛了磁异常的边界;同时也对磁测剖面进行了最小结构磁化率成像,反演计算了沉管在水下的埋设状态.实例证实基于磁异常模量的最小结构反演水下沉管的埋设状态,其平面位置、宽度和埋深具有较好的精准度,但是水下目标的高度误差较大,需要进一步分析和研究.

(4)最小结构磁化率成像反演对于水下 掩埋的相对小规模目标(如沉管隧道)的探 测具有实际工程意义,能够更加精细地计 算水下掩埋目标的位置、形状和规模.

References

- Chen, J., Chen, Z.Y., Yang, C., 2015. Borehole Magnetic Gradient Method Based on Detection of Deep Underground Pipeline. *Earth Science*, 40(12): 2110-2118 (in Chinese with English abstract).
- Du, J. S., 2014. Study on Processing Forward Modeling and Inversion Algorithms of Satellite Magnetic Anomaly Data in Spherical Coordinate System (Dissertation). China University of Geosciences, Wuhan (in Chinese with English abstract).

- Farquharson, C. G., 2008. Constructing Piecewise-Constant Models in Multidimensional Minimum-Structure Inversions. *Geophysics*, 73(1): K1-K9. https://doi.org/ 10.1190/1.2816650
- Gerovska, D., Araúzo-Bravo, M. J., Stavrev, P., 2004. Determination of the Parameters of Compact Ferro-Metallic Objects with Transforms of Magnitude Magnetic Anomalies. Journal of Applied Geophysics, 55(3-4): 173-186. https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2003.10.001
- Li, Y. G., Oldenburg, D. W., 1996. 3-D Inversion of Magnetic Data. *Geophysics*, 61(2): 394-408. https://doi. org/10.1190/1.1443968
- Li, Y. G., Oldenburg, D. W., 1998. 3-D Inversion of Gravity Data. *Geophysics*, 63(1): 109-119. https://doi.org/ 10.1190/1.1444302
- Li, Y. G., Shearer, S. E., Haney, M. M., et al., 2010. Comprehensive Approaches to 3D Inversion of Magnetic Data Affected by Remanent Magnetization. *Geophysics*, 75(1): L1-L11. https://doi.org/10.1190/1.3294766
- Liu, S. B., 2011. 3D Magnetic Susceptibility Imaging Based on the Amplitude of Magnetic Anomalies (Dissertation). China University of Geosciences, Wuhan (in Chinese with English abstract).
- Liu, S. B., Chen, C., Hu, Z. W., 2011. The Application and Characteristic of Vertical First-Order Derivative of the Total Magnitude Magnetic Anomaly. *Progress in Geophysics*, 26(2): 647-653 (in Chinese with English abstract).
- Luo, Y., Yao, C. L., 2007. Theoretical Study on Cuboid Magnetic Field and Its Gradient Expression without Analytic Singular Point. Oil Geophysical Prospecting, 42(6):

 $714\!-\!719$ (in Chinese with English abstract).

- Ma, G. Q., Ming, Y. B., He, Y., et al., 2016. Horizontal Derivative Iteration Method for Downward Continuation of Gravity and Magnetic Data. *Earth Science*, 41(7): 1231-1237 (in Chinese with English abstract).
- Shearer, S., 2005. Three-Dimensional Inversion of Magnetic Total Gradient Data in the Presence of Remanent Magnetization (Dissertation). Colorado School of Mines, Golden.
- Sun, J. J., Li, Y. G., 2014. Adaptive Lp Inversion for Simultaneous Recovery of both Blocky and Smooth Features in a Geophysical Model. Geophysical Journal International, 197(2): 882-899. https://doi.org/ 10.1093/gji/ggu067
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., et al., 2015. Special Issue "International Geomagnetic Reference Field—The Twelfth Generation". Earth, Plan-

ets and Space, 67(1): 1-4. https://doi.org/10.1186/ s40623-015-0313-0

Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Y., 1977. Solution of Ill-Posed Problems. John Wiley and Sons, New York.

附中文参考文献

- 陈军,陈泽元,杨川,2015.基于深埋管线探测的井中磁梯 度方法.地球科学,40(12):2110-2118.
- 杜劲松,2014.基于球坐标系的卫星磁异常数据处理与正反 演方法研究(博士学位论文).武汉:中国地质大学.
- 刘圣博,2011.基于磁异常模量的三维磁化率成像研究(硕 士学位论文).武汉:中国地质大学(武汉).
- 刘圣博,陈超,胡正旺,2011.磁异常模量垂向一阶导数的 特征及应用.地球物理学进展,26(2):647-653.
- 骆遥,姚长利,2007.长方体磁场及其梯度无解析奇点表达 式理论研究.石油地球物理勘探,42(6):714-719.
- 马国庆,明彦伯,贺杨,等,2016.重磁数据稳定向下延拓的 水平导数迭代法.地球科学,41(7):1231-1237.