

<https://doi.org/10.3799/dqkx.2021.056>



求解岩体裂隙产状三维概率分布的数值方法

赵 萌¹, 唐辉明^{1,2*}, 詹红兵³, 张俊荣¹

1. 中国地质大学工程学院, 湖北武汉 430074
2. 中国地质大学教育部长江三峡库区地质灾害研究中心, 湖北武汉 430074
3. 美国德州农工大学地质与地球物理系, 美国德州 77843-3115

摘要: 测线法是一种广泛使用的裂隙几何特征野外观测技术,但它获得的一维产状观测数据不能代表三维空间内的概率分布.在实测裂隙倾向和倾角之间相互独立的假设基础上,借用概率论和微积分建立了一维数据和三维分布的数值解关系式,进而提出一种由一维观测数据求解三维概率分布的方法.该方法的实现步骤是:(1)通过关系式数值求解产状的三维累积概率;(2)使用如Kolmogorov-Smirnov逼近法对累积概率进行分布形式和分布参数的估计.结合两类裂隙(层理面和节理面)的观测数据,比较了本文方法与Fouché方法的求解误差,并调查了样本容量对本文方法求解误差的影响.结果表明,本文方法求解误差更低.样本容量接近150时,可实现最低求解误差;当超过150时,求解误差不会随样本容量的增加而显著降低.同时,应用于互不平行的裂隙个体如节理面时,本文方法效果明显.而应用于近似平行的裂隙个体如层理面时,效果不明显.

关键词: 产状三维概率分布;Fouché方法;样本容量;裂隙几何特征;测线法;工程地质.

中图分类号: P64

文章编号: 1000-2383(2022)04-1470-13

收稿日期: 2020-11-04

A Numerical Method for Solving Three-Dimensional Probability Distribution of Rockmass Fracture Orientations

Zhao Meng¹, Tang Huiming^{1,2*}, Zhan Hongbing³, Zhang Junrong¹

1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
2. Three Gorges Research Center for Geo-Hazard, Ministry of Education, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
3. Department of Geology & Geophysics, Texas A & M University, Texas 77843-3115, USA

Abstract: The scanline mapping is a widely-used 1D field technique for fracture geometry observation. However, the 1D orientation observations from this technique poorly represent the 3D probability distribution. In this work, a numerical method for solving the 3D probability distribution of orientations is presented. It makes the assumption of observed dip direction-angle independence and adopts a mathematical relationship between the 1D observations and the 3D distribution. This method follows a two-step procedure that first using the relationship to solve the 3D cumulative, and then estimating the distribution type and parameters over the probabilities by employing the Kolmogorov-Smirnov approximation. Two cases of fractures (bedding planes and joints) illustrate that the presented method provides a smaller-error solution in comparison with the Fouché method. The

基金项目: 国家重点研发计划项目(No.2017YFC1501305);国家重大科研仪器研制项目(No.41827808);中国地质大学(武汉)中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(No.1810491T13).

作者简介: 赵萌(1991-),男,博士生,主要从事工程地质和岩土工程方面的学习和研究工作. ORCID: 0000-0002-0922-0996. E-mail: zhaomeng@cug.edu.cn

* **通讯作者:** 唐辉明, ORCID: 0000-0002-0385-8155. E-mail: tanghm@cug.edu.cn

引用格式: 赵萌,唐辉明,詹红兵,张俊荣,2022.求解岩体裂隙产状三维概率分布的数值方法.地球科学,47(4):1470-1482.

Citation: Zhao Meng, Tang Huiming, Zhan Hongbing, Zhang Junrong, 2022. A Numerical Method for Solving Three-Dimensional Probability Distribution of Rockmass Fracture Orientations. *Earth Science*, 47(04): 1470-1482.

minimum solution error of the presented method can be attained when the sample size is closely 150; if the sample size exceeds this value, the solution error will not decrease significantly as sample size increases. Moreover, the effectiveness of the presented method is investigated. The results show that the presented method performs effectively when applied to non-parallel fracture individuals, e.g. joints, whereas with low effectiveness when applied to sub-parallel fracture individuals, e.g. bedding planes.

Key words: 3D probability distribution of orientation; Fouché method; sample size; fracture geometry; scanline mapping; engineering geology.

0 引言

岩体裂隙包括节理面、层理面和片理面等显著破裂面,它是地壳中普遍存在的一类地质介质分界面.由各个裂隙单元构成的网络,特别是其网络的几何性状,控制着岩体介质的运动学、力学和水力等行为(Roy *et al.*, 2016; Bisdorn *et al.*, 2017).通过输入裂隙网络几何性状信息建立三维离散裂隙网络(3D-DFN)模型来实现岩体的非连续特性分析,可以应用到岩体稳定性评价、渗透性分析、分级评价和其他相关领域(Alghalandis, 2017; 夏丁等, 2020).几何性状信息可用大小、位置和产状等一组三维物理量的统计分布来定量描述(阮云凯等, 2016; 亢金涛等, 2019).

测线技术是一种常用的几何性状野外观测技术,但只收集与测线相交的裂隙,故而观测样本反映的是一维裂隙几何信息,并不能代表三维统计量.前人研究成果显示,要较好地采集裂隙信息,采样测线应当与裂隙有较大的交角(Manda and Mabee, 2010).交角增加,采样的准确性将大大提高.为了更好地阐述这个问题,图1a任意假设了一组裂隙,这组裂隙包含两个相互平行的子集,第1个子集与测线的交角小于第2个子集与测线的交角,即 $\theta_1 < \theta_2$.显然,第1个子集中被采集到的样本容量少于第2个,在交角 $\theta_1 = 0^\circ$ 的极端条件下,第1个子集将采集不到样本(详见图1b).因此,与测线具有小交角的部分裂隙会被过低采样,导致整体裂隙产状一维观测数据不全面,不能代表三维空间内的概率分布.

前人提出了多种由测线技术获得的一维观测量来求解三维概率分布的方法,包括 Terzaghi 公式(Terzaghi, 1965)、Terzaghi 修改版本如 Mauldon 方法(Mauldon and Mauldon, 1997)、Peacock 方法(Peacock *et al.*, 2003)、Fouché 方法(Fouché and Diebolt, 2004)、Tang 方法(Tang *et al.*, 2017, 2018),以及 Williams-Stroud 方法(Williams-Stroud *et al.*, 2013)、Follin 方法(Follin *et al.*, 2014)、Ber-

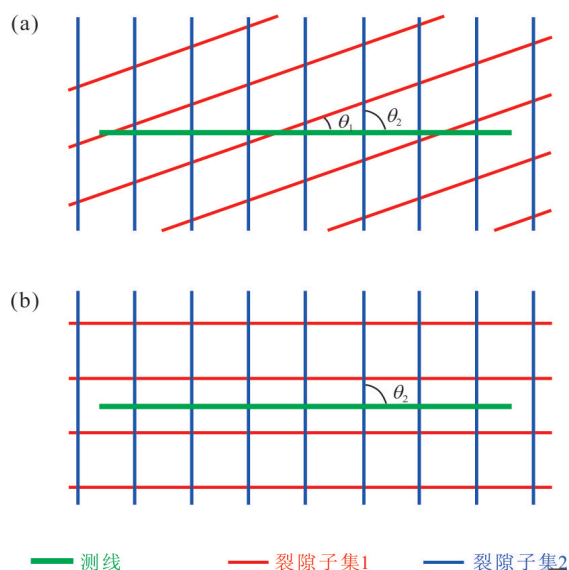


图1 测线与裂隙交切关系模型(二维概化)

Fig.1 Illustration of intersection of scanline to fractures. 假设包含于同一裂隙组的两个子集,子集1和子集2.图a为测线与子集1的夹角小于测线与子集2的夹角,即 $\theta_1 < \theta_2$;图b为极端情况 $\theta_1 = 0^\circ < \theta_2$.

rone 方法(Berrone *et al.*, 2015)和 Zaree 方法(Zaree *et al.*, 2016). Terzaghi 公式通过观测频率除以裂隙与测线交角的正弦值来获得三维概率分布.该公式可以应用于测线和钻孔数据.随后,产生了不少修改版本,其中比较显著的是,Peacock 通过修正,能够更加适用于曲线的测线数据和钻孔数据. Terzaghi 公式另一先进的改进版本是 Fouché 方法,它充分考虑了样本容量效应以降低求解误差,但仍有一定误差.其他方法,如 Williams-Stroud 方法、Follin 方法、Berrone 方法、Zaree 方法需要额外的调查信息如渗透系数的测量,增加了实测工作量,并且求解过程中需要设置一些参数,求解结果可能对这些外加的调查信息和设置敏感,从而引起结果的不确定性与不准确性.

本文提出一种产状三维概率分布求解方法.它基于一个假设,借助一维测线观测量和三维空间概率分布之间的函数关系式数值求解三维概率分布,

方法的实现过程仅包括两个步骤.首先,研究降低误差的最优参数,重点讨论样本容量这个参数,采用广泛的人工裂隙试验调查样本容量对本文方法误差的效应,并确定能够取得最低误差的最优样本容量.然后,选取 2 个自然裂隙案例对比本文方法与前人方法的误差,同时,采用其中一个案例检验由试验确定的最优样本容量.

1 提出方法

1.1 假设的提出

本文方法采用的数值近似解,是建立在实测倾向和倾角相互独立的假设上.因此,有必要检验实测产状样本是否满足独立性假设.只有当独立性检验结果符合标准时该样本才可以被采用.

Pearson 卡方检验(χ^2)是诸多变量独立性检验的方法中的一种(Pearson, 1900; Brereton, 2015).该方法以列联表中两个分类变量的对比观测值评判其是否满足独立性假设,并通过值在 0~1 之间的双尾显著性概率代表参数的独立性,值越大,独立性越显著.普遍认为,当显著性概率大于显著性水平 0.05 时,即可认为独立性假设成立.

1.2 关系式的建立

岩体裂隙的一维测线观测量和三维空间概率分布之间的函数关系式的推导基于之前的假设.附件给出了具体推导过程.推导过程表明,由于存在无法解析的积分项,导致难以获得准确解析解,转

$$P_A(\alpha_j) = \frac{\sum_{r=1}^{j-1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\beta_k + \beta_{k+1}}{2} \cos \zeta \cos(\frac{\alpha_r + \alpha_{r+1}}{2} - \psi) - \cos \frac{\beta_k + \beta_{k+1}}{2} \sin \zeta}}{\sum_{r=1}^{j-1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\beta_k + \beta_{k+1}}{2} \cos \zeta \cos(\frac{\alpha_r + \alpha_{r+1}}{2} - \psi) - \cos \frac{\beta_k + \beta_{k+1}}{2} \sin \zeta}}, j=2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

对于倾角,关系式为:

$$P_A(\beta_k) = \frac{\sum_{r=1}^{k-1} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\beta_r + \beta_{r+1}}{2} \cos \zeta \cos(\frac{\alpha_j + \alpha_{j+1}}{2} - \psi) - \cos \frac{\beta_r + \beta_{r+1}}{2} \sin \zeta}}{\sum_{r=1}^{k-1} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\beta_r + \beta_{r+1}}{2} \cos \zeta \cos(\frac{\alpha_j + \alpha_{j+1}}{2} - \psi) - \cos \frac{\beta_r + \beta_{r+1}}{2} \sin \zeta}}, k=2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

式中: α 和 β 分别为裂隙的倾向和倾角; ψ 和 ζ 分别为测线的倾伏向和倾伏角; n 为测线法测得裂隙产状的样本容量; j 为倾向按升序或降序排序后的序号; k 为倾角升序或降序排序后的序号.

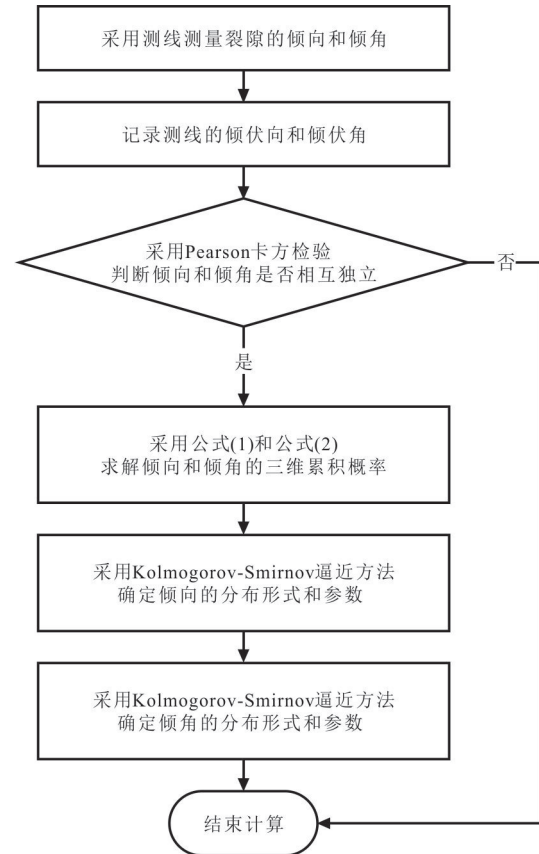


图 2 本文方法的实现流程

Fig.2 Workflow of the presented method

而采用数值近似解.推导得出了分段函数形式的关系式.对于倾向,关系式为:

1.3 求解的实现

当观测产状满足假设后,本文方法实现步骤(图 2)如下:(1)采用公式(1)和(2),分别对倾向和倾角的概率分布进行求解;(2)通过采用一定的逼

表1 3D-DFN建模参数
Table 1 3D-DFN modeling parameters

体密度(m ⁻³)	模拟区			应用区			测线	
	长(m)	宽(m)	高(m)	长(m)	宽(m)	高(m)	倾伏向(°)	倾伏角(°)
7	30	30	30	20	20	20	0	45
模型	产状		半径(m)	样本容量				
	倾向(°)	倾角(°)						
I	$N(180, 10^2)$	$N(45, 10^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
II	$N(180, 15^2)$	$N(45, 15^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
III	$N(180, 20^2)$	$N(45, 20^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
IV	$\ln N(5.19, 0.06^2)$	$\ln N(3.78, 0.22^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
V	$\ln N(5.19, 0.08^2)$	$\ln N(3.75, 0.32^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
VI	$\ln N(5.19, 0.11^2)$	$\ln N(3.72, 0.42^2)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
VII	$U(160, 200)$	$U(25, 65)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
VIII	$U(150, 210)$	$U(15, 75)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
IX	$U(140, 220)$	$U(5, 85)$	Exp(1.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
X	Exp(180)	Exp(45)	Exp(2.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
XI	Exp(185)	Exp(50)	Exp(2.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				
XII	Exp(190)	Exp(55)	Exp(2.5)	50/100/150/200/300/500/1 000				

注:表中 $N(i, j^2)$ 为正态分布,其中 i 表示均值, j 表示标准差;Exp(k)为指数分布,其中 k 表示均值; $\ln N(l, m^2)$ 为对数正态分布,其中 l 表示位置参数, m 表示比例参数; $U(n, \rho)$ 为均匀分布,其中 n 表示上限, ρ 表示下限。

近方法确定产状样本的分布形式和估计分布参数。例如Kolmogorov-Smirnov逼近方法,该非参数检验法采用假设的理论分布来逼近经验累积概率,它返回一个双尾显著性概率来定量表征假设的理论分布与经验累积概率之间的差距(Kolmogorov, 1933; Smirnov, 1948; Carvalho, 2015)。双尾显著性概率数值范围从0至1。它的数值越大,理论分布与经验累积概率之间的差距就越小。首先假设尽量多种理论分布形式,对每一种理论分布形式进行Kolmogorov-Smirnov逼近求解得到分布参数。然后对比在每一种分布形式下的双尾显著性概率,最大概率对应的分布即为最佳分布(包括分布形式和分布参数),成为倾向、倾角的三维概率分布估计。还存在其他非参数检验方法,如曼-惠特尼U检验、W-W游程检验、极端反应检验、Kruskal-Wallis检验、Jonckheere-Terpstra检验等。

2 样本容量对求解误差的效应

2.1 试验描述和分析

试验重点调查样本容量对本文方法求解误差的效应,包含如下4步:(1)设置建模三维参数;(2)实现3D-DFN模型;(3)采用测线技术观测产状一维样本;(4)采用本文方法,由产状一维样本求解三

维分布并计算求解误差。

步骤1:设置产状三维概率分布和建立3D-DFN模型所必需的其他参数(表1)。产状由倾向和倾角2个元素组成。产状分布包括4种常见分布形式:正态分布,对数正态分布,均匀分布和指数分布;对于每一种分布形式,赋予3个离差值或等效离差值;对于每一个离差值,设置7个用于后面产状观测的样本容量,即50,100,150,200,300,500和1 000。

步骤2:采用上述参数建立总共12个3D-DFN模型,对应于如上4种分布形式和3个离差值的组合。由于篇幅限制,图3a中仅展示了模型VII。

步骤3:在每个模型上采用测线技术进行裂隙产状观测。对于如上12个模型、7个样本容量,可获得84组产状一维观测样本。图3b中展示了模型VII上获得的样本容量为1 000的产状观测样本。对产状进行Pearson卡方检验,其结果列于表2。由检验结果可知,双尾显著性概率皆大于显著性水平0.05,表明观测样本满足独立性假设,可以使用本文方法。

步骤4:使用本文方法由产状一维观测样本求解三维概率分布,其结果列于表3。求解误差采用建模分布与求解分布之间根方误差值来定量表示。对于倾向、求解误差(根方误差值)计算公式为:

$$\delta(\alpha) = \sqrt{\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} [p_c(\alpha) - p_l(\alpha)]^2 d\alpha}, \quad (3)$$

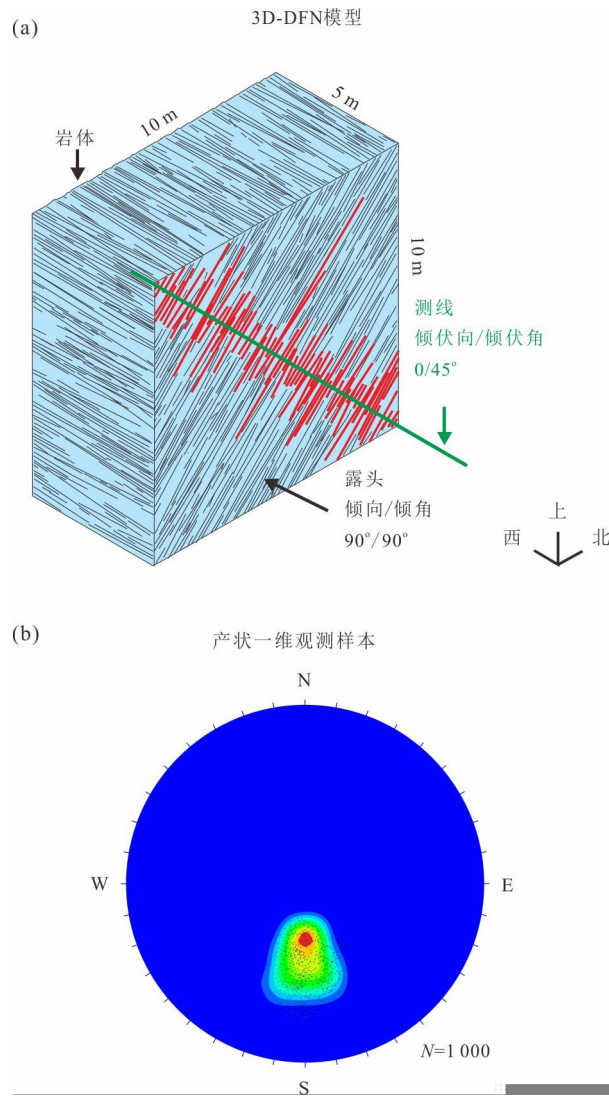


图3 3D-DFN模型和其上的产状一维观测样本

Fig.3 3D-DFN model and 1D orientation sample

a. 3D-DFN模型,红线表示测线技术观测的裂隙;b.产状一维观测样本,采用上半球等角度赤平投影成图, N 代表样本容量

式中: $p_c(\alpha)$ 为求解的倾向概率密度函数, $p_t(\alpha)$ 为建模的倾向概率密度函数, α_{\min} 为定义域的下限值, α_{\max} 为定义域的上限值, $\delta(\alpha)$ 为建模概率密度函数与求解概率密度函数之间根方误差值.

对于倾角,求解误差(根方误差值)计算公式为:

$$\delta(\beta) = \sqrt{\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} [p_c(\beta) - p_t(\beta)]^2 d\beta}, \quad (4)$$

式中: $p_c(\beta)$ 为求解的倾角概率密度函数, $p_t(\beta)$ 为建模的倾角概率密度函数, β_{\min} 为定义域的下限值, β_{\max} 为定义域的上限值, $\delta(\beta)$ 为建模概率密度函数与求解概率密度函数之间根方误差值.产状的根方误差值越小,求解误差越低,结果见下节.

2.2 结果

定义能使求解误差(根方误差值)最小的样本容量为最佳样本容量.根方误差值一样本容量的结果如图4.

(1)正态分布(图4a):当倾向服从 $N(180, 10^2)$ 分布时,在样本容量在区间 $[50, 500]$ 内,根方误差值由 4.1×10^{-2} 下降到 4.4×10^{-3} ,平均下降速率(每个样本容量增量的根方误差值平均下降量)为 8.1×10^{-5} ;当倾角服从 $N(180, 10^2)$ 分布时,在样本容量在区间 $[50, 500]$ 内,根方误差值由 3.6×10^{-2} 下降到 1.5×10^{-3} ,平均下降速率为 7.7×10^{-5} .样本容量超过500后,倾向的根方误差值基本稳定在 5.0×10^{-3} ,其平均上升速率只有 1.2×10^{-6} ,倾角的根方误差值基本稳定在 7.3×10^{-4} ,其平均下降速率同样极小,为 1.5×10^{-6} .上述结果表明,随着样本容量的增加,求解误差越来越低,直到样本容量达到500;对不同离差值的数据进行分析也可以发现同样的规律,尽管当样本容量为200,产状分布服从 $N(180, 20^2)$ 分布时,根方误差曲线存在一个局部最小值.可以得出,对于正态分布产状,能够得到较低求解误差的经济样本容量 ≤ 500 .

(2)对数正态分布(图4b):当倾向服从 $\ln N(5.19, 0.062)$ 分布时,在样本容量在区间 $[50, 150]$ 内,根方误差值由 6.8×10^{-2} 近似线性下降到 3.1×10^{-4} ,其平均下降速率为 6.7×10^{-4} ;当倾角服从 $\ln N(3.78, 0.222)$ 分布,在样本容量在区间 $[50, 150]$ 内,根方误差值由 5.2×10^{-2} 近似线性下降到 6.9×10^{-3} ,平均下降速率为 6.7×10^{-4} .样本容量超过150后,产状的根方误差值不断波动并最终达到稳定;对不同离差值的数据进行分析也可以发现同样的规律,这意味着增加样本容量可以显著降低求解误差,直到样本容量达到150.

(3)均匀分布(图4c):当倾向服从 $U(160, 200)$ 分布和倾角服从 $U(25, 65)$ 分布,其根方误差值都基本稳定,分别为 1.0×10^{-3} 和 1.0×10^{-4} ;同样,对于倾向/倾角分布服从 $U(150, 210)/U(15, 75)$ 和 $U(140, 220)/U(5, 85)$ 分布,其根方误差值也基本稳定,分别为 $2.9 \times 10^{-3}/2.0 \times 10^{-3}$ 和 $2.1 \times 10^{-3}/3.2 \times 10^{-3}$.上述结果表明,对于均匀分布形式,样本容量的增加对求解误差的影响不大;此外,上述根方误差值基本都接近于0,表明当产状服从均匀分布时,本文方法能取得较好的求解效果.

(4)指数分布(图4d):当倾向服从 $\text{Exp}(180)$ 分

表 2 采用 Pearson 卡方检验获得的产状独立性测试结果

Table 2 Orientation independence output using the Pearson chi-square test

样本 M-s	显著性 概率	样本 M-s	显著性 概率	样本 M-s	显著性 概率	样本 M-s	显著性 概率	样本 M-s	显著性 概率	样本 M-s	显著性 概率
I-50	0.528	III-50	0.819	V-50	0.492	VII-50	0.512	IX-50	0.452	XI-50	0.429
I-100	0.526	III-100	0.330	V-100	0.827	VII-100	0.987	IX-100	0.475	XI-100	0.863
I-150	0.497	III-150	0.592	V-150	0.874	VII-150	0.835	IX-150	0.778	XI-150	0.537
I-200	0.259	III-200	0.460	V-200	0.629	VII-200	0.926	IX-200	0.565	XI-200	0.292
I-300	0.636	III-300	0.673	V-300	0.810	VII-300	0.562	IX-300	0.472	XI-300	0.415
I-500	0.773	III-500	0.550	V-500	0.754	VII-500	0.789	IX-500	0.969	XI-500	0.217
I-1000	0.830	III-1000	0.543	V-1000	0.424	VII-1000	0.733	IX-1000	0.987	XI-1000	0.246
II-50	0.297	IV-50	0.756	VI-50	0.396	VIII-50	0.954	X-50	0.992	XII-50	0.942
II-100	0.327	IV-100	0.344	VI-100	0.607	VIII-100	0.486	X-100	0.907	XII-100	0.859
II-150	0.316	IV-150	0.483	VI-150	0.256	VIII-150	0.518	X-150	0.704	XII-150	0.803
II-200	0.252	IV-200	0.301	VI-200	0.316	VIII-200	0.487	X-200	0.874	XII-200	0.925
II-300	0.593	IV-300	0.912	VI-300	0.313	VIII-300	0.981	X-300	0.838	XII-300	0.478
II-500	0.505	IV-500	0.568	VI-500	0.372	VIII-500	0.702	X-500	0.483	XII-500	0.938
II-1000	0.524	IV-1000	0.089	VI-1000	0.552	VIII-1000	0.433	X-1000	0.209	XII-1000	0.260

注:样本 M-s 中 M 是模型编号, s 是样本容量, 显著性概率指的是双尾值。

布和倾角服从 Exp(45) 分布时, 其根方误差值分别超过了 1.1×10^{-2} 和 2.9×10^{-2} ; 尤其是当样本容量在 [300, 1000] 时, 倾向和倾角的根方误差值分别超过了 2.1×10^{-2} 和 3.6×10^{-2} 。同样地, 当倾向/倾角分布服从 Exp(185)/Exp(50) 和 Exp(190)/Exp(55) 时, 其根方误差值都较大, 分别超过了 0.017 7/0.013 4 和 0.011 1/0.011 6。上述结果表明, 本文方法不适用于指数分布形式。

在进行岩体裂隙三维产状概率分布求解前, 任何样本的产状分布形式和参数都是无法确定的。因此, 基于上述研究, 拟将样本容量 150 作为本文方法的最佳样本容量。需要指出的是, 最佳样本容量适用于每组裂隙而不是具有多组裂隙的整体样本。且这个结论是针对本文方法, 对于其他方法, 最佳样本容量可能不是 150 或不存在。

3 与前人方法对比: 案例 I

前人广泛使用的方法基本上是 Terzaghi 方法及其修正方法。Terzaghi 方法通过引入偏差补偿系数对一维产状观测频率进行加权处理从而得到在三维空间内的频率。偏差补偿系数可表示为:

$$w(\theta) = \frac{1}{\sin \theta}, \quad (5)$$

式中: w 为偏差补偿系数, θ 为测线与裂隙的夹角。

Fouché 方法 (Fouché and Diebolt, 2004) 是在

Terzaghi 方法公式中引入裂隙样本容量, 表示为:

$$w(\theta, n) = \frac{1 + \left\langle \frac{n-1}{\sin \theta} \right\rangle}{n}, \quad (6)$$

式中: n 为裂隙一维观测样本容量, $\langle K \rangle$ 为小于或等于 K 的最大整数。分析发现, Terzaghi 方法是在 $n \rightarrow \infty$ 的情况下推导出来的, 当运用于 n 为一任意值时产生误差 (Tang *et al.*, 2016)。而 Fouché 方法在 n 为一任意值时推导出来的, 求解误差更低, 是 Terzaghi 方法的改进版本。本文选取 Fouché 方法与本文方法进行求解误差对比。

3.1 案例描述和分析

岩体位于四川省汶川县映秀镇的路堑边坡, 长 11 m, 宽 5 m, 高 6 m, 地处著名的 NE-SW 龙门山断裂带上, 地质构造复杂, 新构造运动强烈, 断层发育, 主要为倾向 $300^\circ \sim 315^\circ$ 、倾角 $35^\circ \sim 60^\circ$ 的映秀断层。区内最高点为新店子沟源处望乡石 2 168.4 m, 最低点为沟口与岷江交汇处 880 m。区内发育有甘溪铺沟、大水沟和新店子沟等 3 条较大的支沟, 其中主沟长约 3.6 km, 上陡下缓, 沟谷平均纵坡降 358‰, 上游新店子沟达 625‰。沟内山高坡陡, 平均坡度在 35° 以上, 其中主沟上游段及各支沟纵坡多在 400‰ 以上, 极有利于降雨的汇集。沟谷多呈 V 型谷, 纵坡比降大, 沟道上游跌坎多, 显出新构造运动期间山体强烈抬升的特征。区内主要出露地层为震旦系 (Z)、元古界 (Pt) 地层和第四系冲洪积层

表 3 本文方法求解的产状三维概率分布

Table 3 3D probability distribution of orientations solved using the presented method

样本	产状		样本	产状	
	倾向(°)	倾角(°)		倾向(°)	倾角(°)
I-50	$N(178.3, 8.0^2)$	$N(46.1, 8.1^2)$	VII-50	$U(160.3, 200.2)$	$U(25.0, 64.9)$
I-100	$N(178.8, 8.5^2)$	$N(46.5, 8.9^2)$	VII-100	$U(160.4, 199.9)$	$U(25.0, 64.9)$
I-150	$N(179.3, 8.5^2)$	$N(45.6, 9.4^2)$	VII-150	$U(160.3, 199.9)$	$U(25.0, 64.9)$
I-200	$N(179.0, 9.2^2)$	$N(45.3, 9.0^2)$	VII-200	$U(160.3, 199.9)$	$U(25.0, 64.9)$
I-300	$N(178.9, 9.4^2)$	$N(45.5, 9.4^2)$	VII-300	$U(160.1, 199.9)$	$U(25.0, 65.0)$
I-500	$N(179.5, 10.1^2)$	$N(45.0, 10.1^2)$	VII-500	$U(160.1, 200.1)$	$U(25.0, 65.0)$
I-1000	$N(179.7, 10.2^2)$	$N(45.0, 10.1^2)$	VII-1000	$U(160.0, 200.1)$	$U(25.0, 65.0)$
II-50	$N(176.9, 13.7^2)$	$N(46.2, 11.6^2)$	VIII-50	$U(154.5, 217.6)$	$U(13.0, 72.1)$
II-100	$N(177.6, 14.9^2)$	$N(45.9, 11.5^2)$	VIII-100	$U(153.5, 212.9)$	$U(11.4, 71.7)$
II-150	$N(178.2, 15.1^2)$	$N(45.8, 12.7^2)$	VIII-150	$U(151.7, 211.8)$	$U(12.9, 72.0)$
II-200	$N(178.6, 15.3^2)$	$N(45.2, 13.9^2)$	VIII-200	$U(152.2, 211.4)$	$U(12.5, 71.2)$
II-300	$N(178.9, 15.3^2)$	$N(44.8, 14.1^2)$	VIII-300	$U(150.7, 209.9)$	$U(13.6, 73.2)$
II-500	$N(178.8, 14.7^2)$	$N(45.2, 14.3^2)$	VIII-500	$U(150.8, 209.5)$	$U(14.2, 74.1)$
II-1000	$N(179.4, 15.3^2)$	$N(45.4, 14.7^2)$	VIII-1000	$U(150.3, 210.2)$	$U(15.2, 73.7)$
III-50	$N(185.2, 16.6^2)$	$N(43.5, 15.7^2)$	IX-50	$U(145.9, 215.2)$	$U(2.0, 82.0)$
III-100	$N(184.4, 18.9^2)$	$N(40.2, 18.2^2)$	IX-100	$U(141.3, 218.9)$	$U(1.4, 78.5)$
III-150	$N(184.0, 19.9^2)$	$N(43.2, 19.8^2)$	IX-150	$U(142.4, 219.5)$	$U(2.7, 80.4)$
III-200	$N(182.5, 19.2^2)$	$N(43.2, 18.9^2)$	IX-200	$U(142.4, 213.6)$	$U(3.0, 80.6)$
III-300	$N(181.9, 18.6^2)$	$N(44.5, 18.0^2)$	IX-300	$U(141.3, 219.0)$	$U(3.8, 81.6)$
III-500	$N(180.9, 18.9^2)$	$N(43.1, 18.4^2)$	IX-500	$U(142.8, 214.0)$	$U(5.7, 82.7)$
III-1000	$N(180.2, 19.8^2)$	$N(44.5, 18.9^2)$	IX-1000	$U(140.1, 218.8)$	$U(6.2, 84.1)$
IV-50	$\ln N(5.203, 0.038^2)$	$\ln N(3.819, 0.166^2)$	X-50	Exp (355.5)	Exp (87.4)
IV-100	$\ln N(5.198, 0.050^2)$	$\ln N(3.803, 0.197^2)$	X-100	Exp (311.6)	Exp (83.1)
IV-150	$\ln N(5.200, 0.055^2)$	$\ln N(3.795, 0.222^2)$	X-150	Exp (107.3)	Exp (79.1)
IV-200	$\ln N(5.199, 0.056^2)$	$\ln N(3.797, 0.208^2)$	X-200	Exp (133.1)	Exp (72.6)
IV-300	$\ln N(5.198, 0.055^2)$	$\ln N(3.796, 0.211^2)$	X-300	Exp (102.6)	Exp (82.5)
IV-500	$\ln N(5.196, 0.057^2)$	$\ln N(3.796, 0.220^2)$	X-500	Exp (104.5)	Exp (81.7)
IV-1000	$\ln N(5.194, 0.056^2)$	$\ln N(3.796, 0.216^2)$	X-1000	Exp (109.0)	Exp (82.2)
V-50	$\ln N(5.210, 0.055^2)$	$\ln N(3.869, 0.242^2)$	XI-50	Exp (81.7)	Exp (71.7)
V-100	$\ln N(5.199, 0.070^2)$	$\ln N(3.831, 0.256^2)$	XI-100	Exp (104.6)	Exp (85.8)
V-150	$\ln N(5.194, 0.077^2)$	$\ln N(3.752, 0.310^2)$	XI-150	Exp (118.4)	Exp (62.9)
V-200	$\ln N(5.199, 0.075^2)$	$\ln N(3.764, 0.295^2)$	XI-200	Exp (110.9)	Exp (61.9)
V-300	$\ln N(5.197, 0.077^2)$	$\ln N(3.752, 0.306^2)$	XI-300	Exp (102.5)	Exp (70.6)
V-500	$\ln N(5.194, 0.077^2)$	$\ln N(3.757, 0.296^2)$	XI-500	Exp (99.9)	Exp (73.2)
V-1000	$\ln N(5.194, 0.078^2)$	$\ln N(3.755, 0.302^2)$	XI-1000	Exp (99.1)	Exp (76.5)
VI-50	$\ln N(5.210, 0.076^2)$	$\ln N(3.845, 0.349^2)$	XII-50	Exp (116.3)	Exp (69.5)
VI-100	$\ln N(5.197, 0.088^2)$	$\ln N(3.801, 0.376^2)$	XII-100	Exp (141.4)	Exp (68.1)
VI-150	$\ln N(5.196, 0.103^2)$	$\ln N(3.757, 0.394^2)$	XII-150	Exp (114.6)	Exp (66.7)
VI-200	$\ln N(5.192, 0.101^2)$	$\ln N(3.768, 0.388^2)$	XII-200	Exp (107.0)	Exp (72.9)
VI-300	$\ln N(5.192, 0.099^2)$	$\ln N(3.755, 0.398^2)$	XII-300	Exp (117.6)	Exp (71.7)
VI-500	$\ln N(5.193, 0.098^2)$	$\ln N(3.759, 0.393^2)$	XII-500	Exp (117.9)	Exp (76.9)
VI-1000	$\ln N(5.191, 0.102^2)$	$\ln N(3.763, 0.391^2)$	XII-1000	Exp (118.7)	Exp (77.4)

(Q^{3al+pl})、残坡积层(Qel+dl 4)、崩积层(Qcol 4)、滑坡堆积层(Qdel 4)地层.受地形及汶川地震影响,区

内表层土体结构松散,岩石节理裂隙发育,多被切割成块状,地层岩性主要为徐家河组三叠系下统长

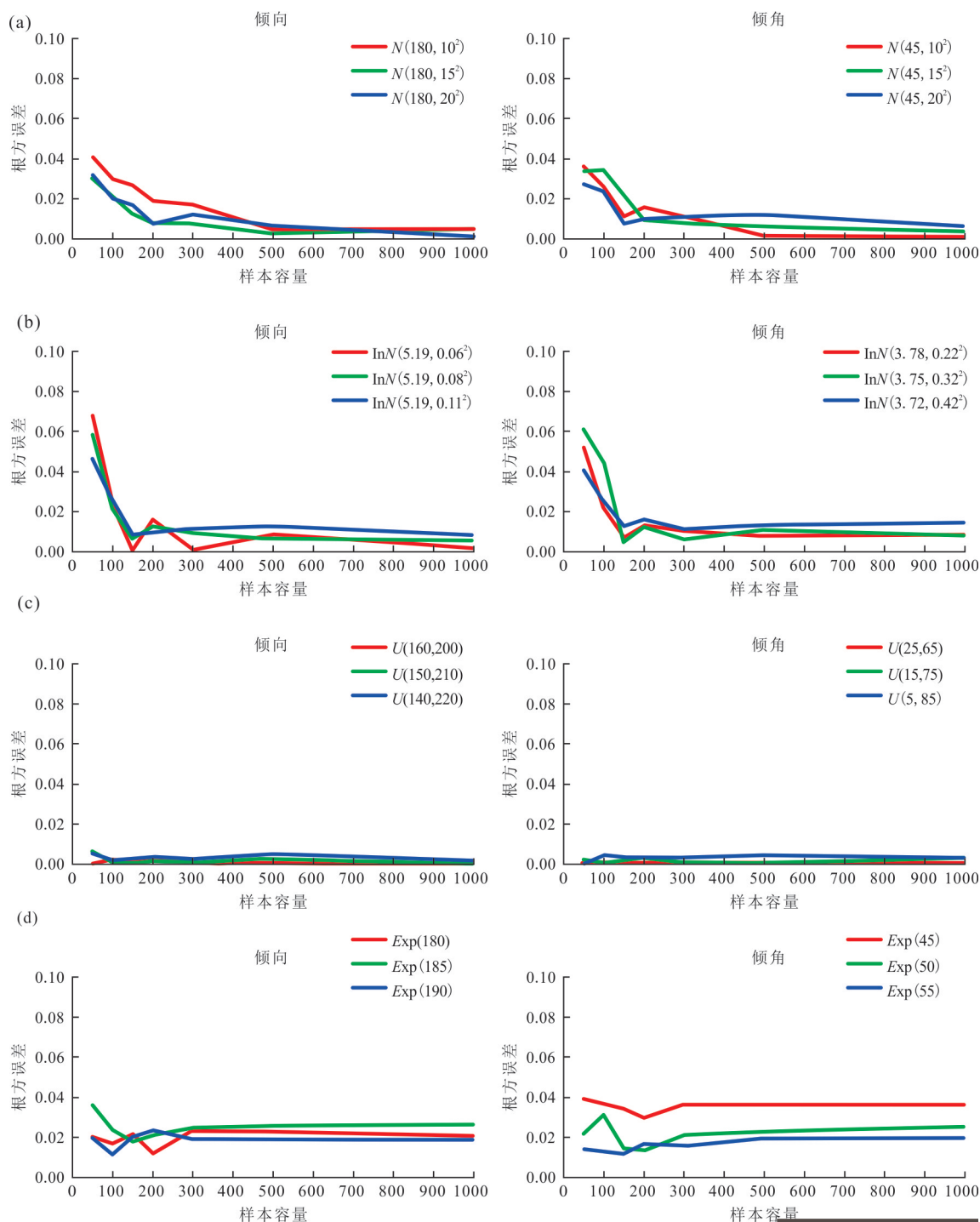


图 4 根方误差—样本容量

Fig.4 Root square error versus sample size

a. 三维产状服从正态分布,左图为倾向,右图为倾角;b. 对数正态分布;c. 均匀分布;d. 指数分布

石砂岩,岩体中主要发育两组裂隙.

采用测线法观测在露头上层面几何性状(图 5a),测线倾伏向/倾伏角为 108°/15°.学者指出,使用地质罗盘对裂隙产状仅进行单次测量可能会引入较大的测量误差.为减小这一误差,本文通过 10 次重复测量并取其平均值作为实际产状测量数据.

根据裂隙特征如成因、粗糙度、充填物、产状等选择性统计层面,可保障产状数据为同一组裂隙.对于异常产状,比如偏离较大,可手动剔除.图 5b 中给出了 121 个实测层面裂隙产状.对倾向和倾角的独立性进行 Pearson 卡方检验,结果显示双尾显著性概率为 0.86,高于显著性水平 0.05,表明实测裂隙产状

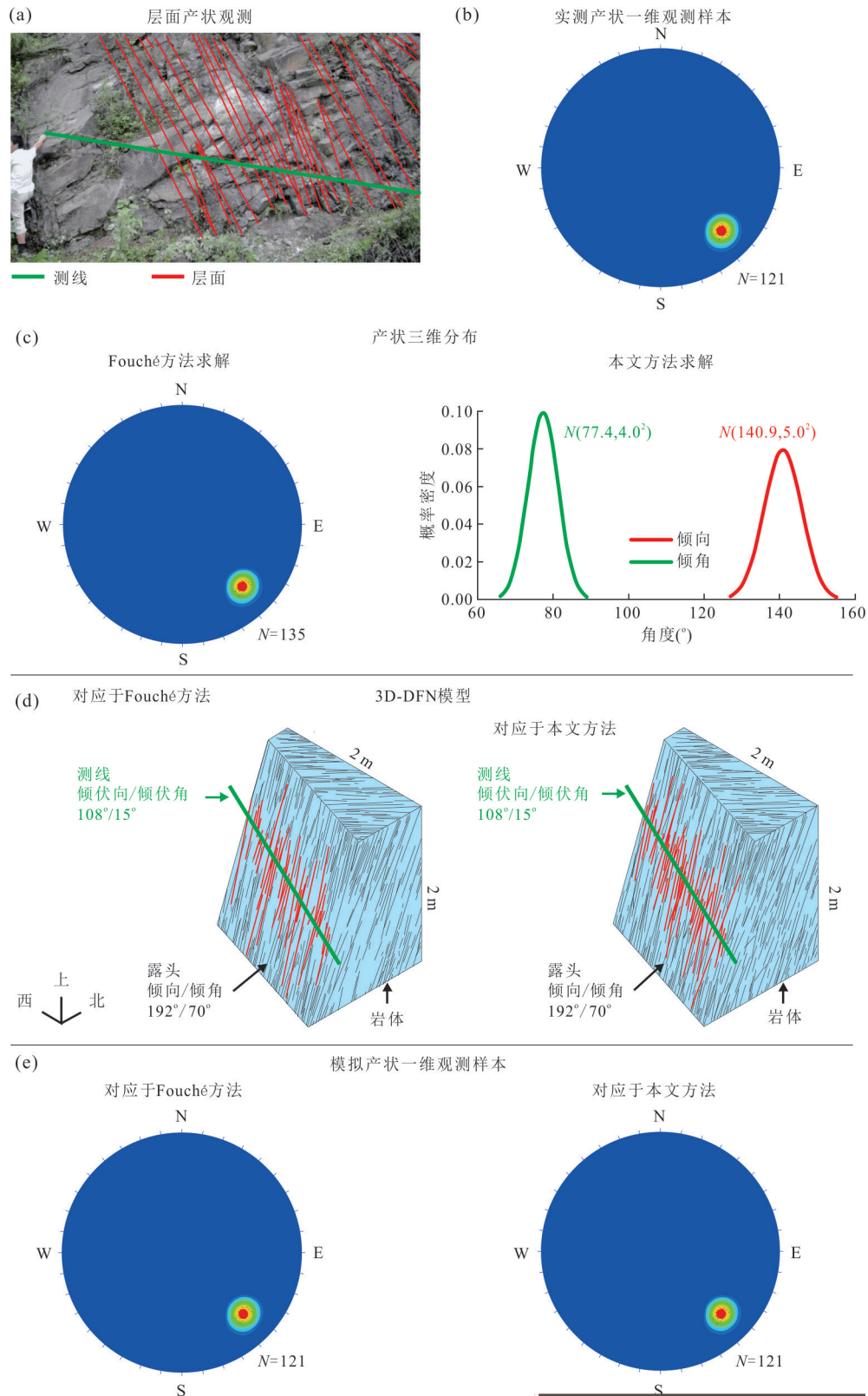


图5 案例I

Fig.5 Case I

a. 采用测线观测层面产状; b. 实测产状一维观测样本; c. 产状三维分布, 左图是Fouché方法求解的, 右图是本文方法求解的; d. 3D-DFN模型, 红线表示被测线技术观测的裂隙, 左图建模参数是Fouché方法求解的产状三维分布, 右图建模参数是本文方法求解的产状三维分布; e. 模拟产状一维观测样本, 左图取样于Fouché方法求解的产状三维分布构建的模型, 右图取样于本文方法求解的产状三维分布构建的模型

表4 3D-DFN建模部分参数

Table 4 3D-DFN modeling partial parameters

体密度 (m^{-3})	直径(m)	隙宽(mm)	模拟区		
			长(m)	宽(m)	高(m)
4	Exp(0.5)	Exp(1.2)	10	10	10

数据满足本文方法的独立性假设,可以使用本文方法.

首先,分别采用Fouché方法和本文方法由实测一维产状数据求解三维概率分布,求解结果见图5c.此外,计算用于3D-DFN建模的其他几何要素三维参数,结果见表4.

然后,使用几何要素三维参数建立了2个3D-DFN模型(图5d),分别对应Fouché方法得到的产状分布和本文方法得到的产状分布.通过设置与实际测线具有相同方向(倾伏向和倾伏角)的虚拟测线对模型中露头的裂隙产状进行测量,并且设置产状样本容量与实际测得的样本容量一致.为了便于区分,将测量的虚拟裂隙称为模拟裂隙,其产状观测样本见图5e.

最后,采用双样本Kolmogorov-Smirnov检验测试模拟样本与实测样本在分布上的差异.差异大小反映的是求解误差的大小,由双尾显著性概率来定量描述,其值在0~1之间,值越大差异越小,从而求解误差越低.检验结果见3.2节.

3.2 结果

Fouché方法得到的倾向和倾角显著性概率分别为0.739和0.782.本文方法得到的倾向和倾角显著性概率分别为0.913和0.918,均高于Fouché方法,表明本文方法求解误差更低.

4 与前人方法对比:案例II

4.1 案例描述和分析

美大坝位于西藏澜沧江上(29°34'30.0"N, 98°20'49.2"E).所在区域主要出露2类地层:一类是三叠系中统竹卡组(T_2z)浅灰、灰黑或暗绿色石英安山岩,另一类是侏罗系中统花开组(J_2h)紫红色或灰绿色泥岩.研究区岩体发育3组主要裂隙(层面,节理组1和节理组2).布置倾伏向/倾伏角为243°/4°的测线对洞壁进行裂隙产状及迹长、隙宽、间距等几何参数进行观测.本文仅考虑节理组1,根据裂隙特征如成因、粗糙度、充填物、产状等选择性统计节理组1,可保障产状数据为同一组裂隙.对于异常产

状,比如偏离较大,可手动剔除.其产状观测样本见图6a.采用Pearson卡方检验对样本倾向和倾角的独立性进行测试,检验显示,显著性概率为0.56,高于显著性水平0.05,表明实测样本满足本文方法的独立性假设,可以采用本文方法进行求解.

与案例I分析步骤类似,分别采用Fouché方法和本文方法对产状数据进行求解,结果见图6b.模拟产状观测数据见图6c,取数据前50,100,150,200,300,500和1000个体构成7个模拟样本.采用双样本Kolmogorov-Smirnov检验测试模拟样本与实测样本在分布上的差异,结果见下节.

4.2 结果

显著性概率—样本容量曲线(图7)表明,对于本文方法,当样本容量达到150时,可以实现最低的求解误差;当样本容量超过150时,增加样本容量并不能显著降低求解误差.这个实证结果验证了最佳样本容量为150的试验结果.此外,图中的显著性概率对比结果表明本文方法求解误差低于Fouché方法.

5 讨论

相比于本文方法,Fouché方法存在更高的求解误差,原因可能是Terzaghi方法假设在每个计数圆里的所有裂隙都是平行的.然而事实上,并不是所有的裂隙个体都是相互平行的;这种假设与事实的不符导致估算误差.Fouché方法是Terzaghi方法的发展,仍然包含计数步骤,所以存在这种估算误差.而本文方法并没有采用类似假设,不会在结果中引入这个误差.

本文方法是基于取样工具(如测线)直径为0假设,可以很好地适用测线法获得的数据.然而,能否适用于钻孔或测井数据仍不确定,因为钻孔或测井的直径较大.如果能将公式(1)和(2)改写成反映直径远大于0的形式,本文方法就能扩展到钻孔或测井应用.

案例I中,三维求解分布(求解后)与一维观测分布(求解前)只有微小区别,而在案例II中,两者区别明显(图8),尽管测线与裂隙夹角与案例I相似(案例I中为48.1°,案例II中为51.7°).这种差别可能是产状离散度不同造成的.例如,在案例I中裂隙(层理面)个体近于相互平行,产状的离散度较小,倾向和倾角的标准差仅分别为3°和2°,可能导致三维分布与一维分布差别不大.相比,在案例II中,裂

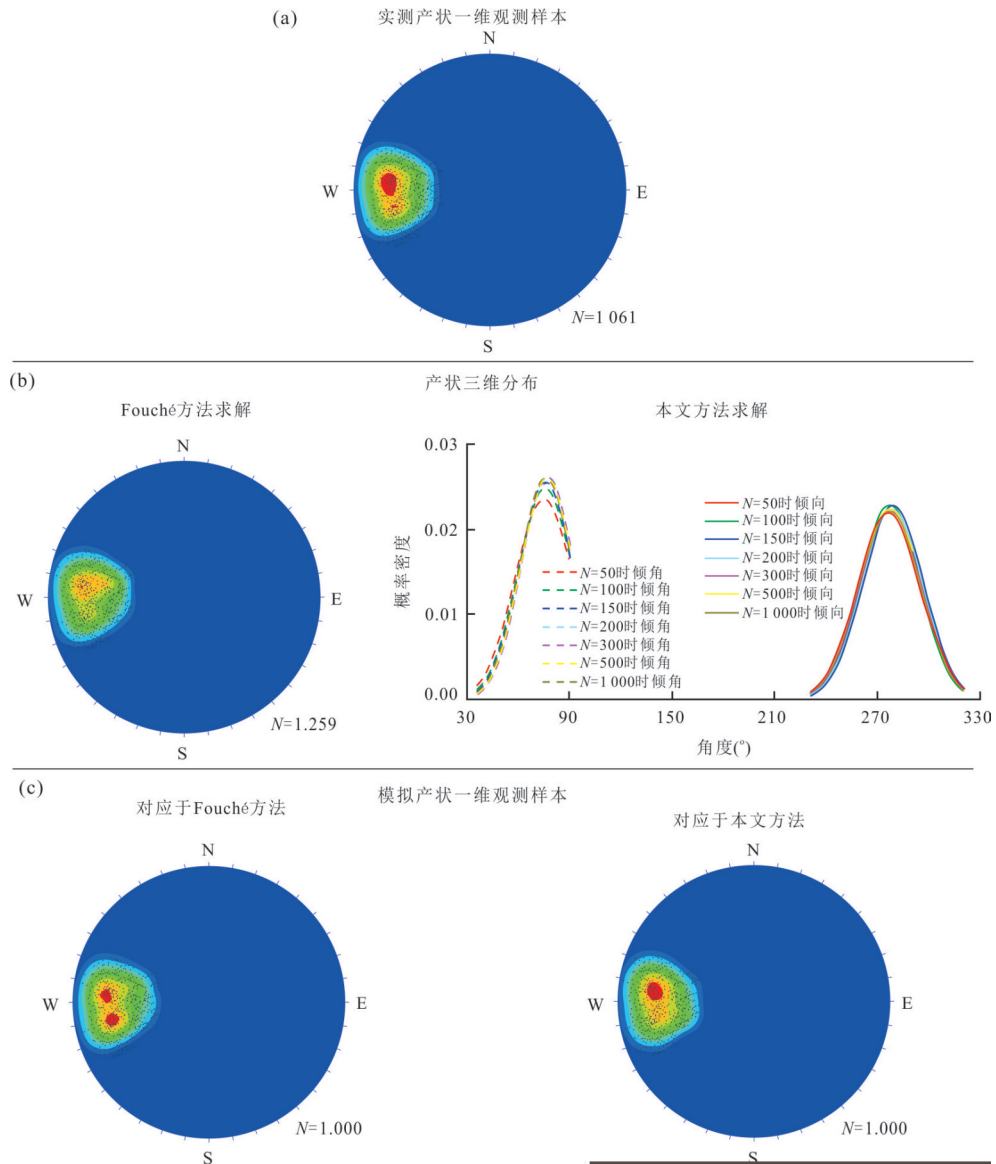


图6 案例II

Fig. 6 Case II

a. 实测产状一维观测样本; b. 产状三维分布, 左图是 Fouché 方法求解的, 右图是本文方法求解的; c. 模拟产状一维观测样本, 左图取样于 Fouché 方法求解的产状三维分布构建的模型, 右图取样于本文方法求解的产状三维分布构建的模型

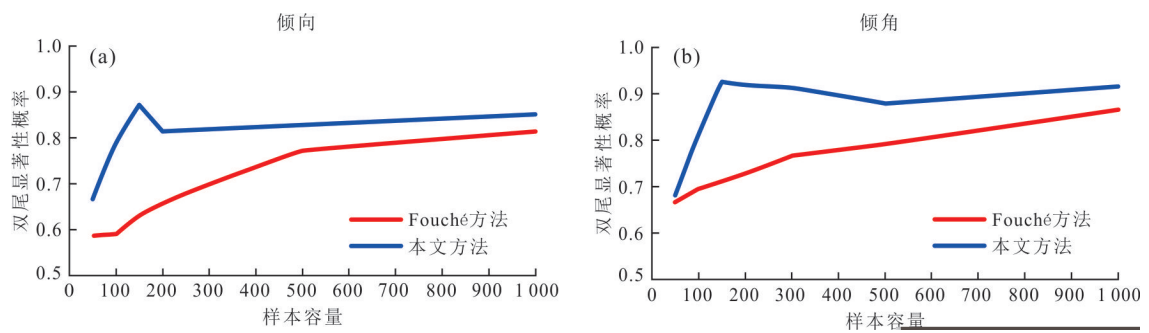


图7 双尾显著性概率—样本容量

Fig.7 Two-tailed significance versus sample size

双尾显著性概率定量表达了模拟样本与实测样本在分布上的差异大小 .a. 倾向; b. 倾角

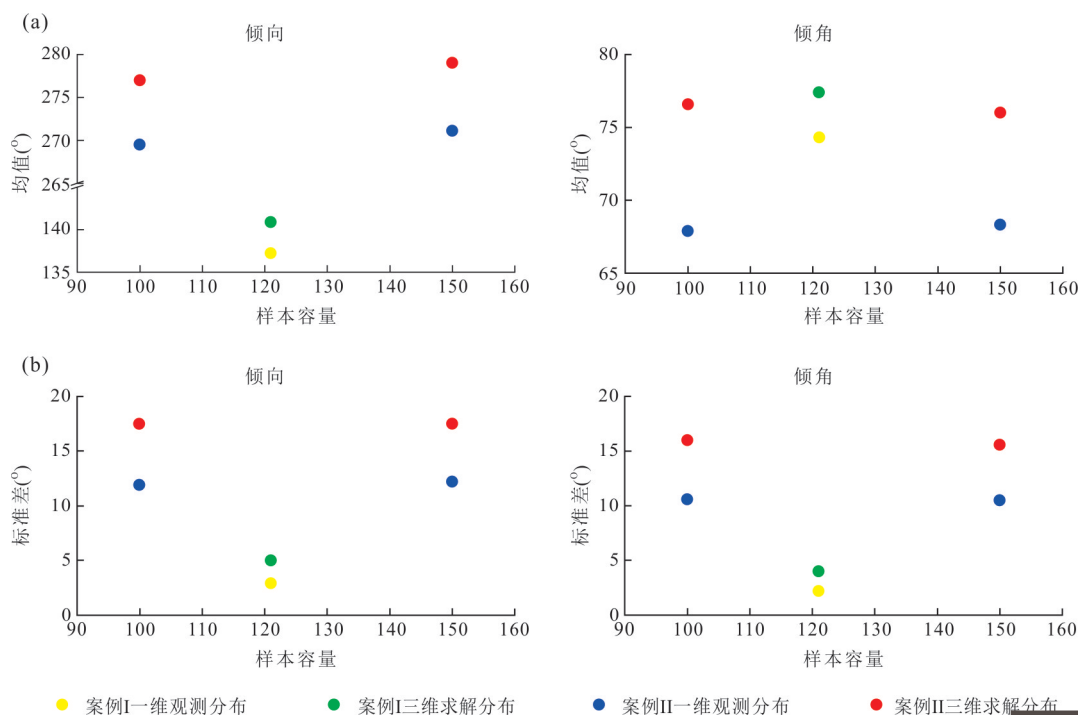


图8 一维产状观测分布和本文方法求解的三维分布的参数对比

Fig.8 Comparison of 1D observation distribution parameters and 3D distribution parameters solved using the proposed method
a. 均值, 左图是倾向, 右图是倾角; b. 标准差

隙(节理面)个体互不平行,倾向和倾角的标准差达到 12° 和 10° ,可能导致三维分布与一维分布差别较大.所以,对于相互平行的裂隙个体如层理面,一维观测分布就能接近三维分布,不需要额外求解了.而对于互不平行的裂隙个体如节理面,一维观测分布不能接近地反映三维分布,求解就显得有必要了.后面研究将更深入地分析这一问题.

6 结论

本文提供了一种简单易行的裂隙产状三维概率分布求解方法.与Fouché方法相比,本文方法求解误差更小,准确的裂隙产状三维概率分布估计有利于逼真三维裂隙网络建模.

应用于互不平行的裂隙个体如节理面时,本文方法效果明显.而应用于近似平行的裂隙个体如层理面时,效果不明显.对这种区别来源给出了可能解释.

能够实现本文方法求解误差最小化的最经济样本容量是150.一旦超过了这个值,求解误差不会随样本容量的增加而显著降低.

附件见本刊官网(<http://www.earth-science.net>).

References

- Alghalandis, Y.F., 2017. ADFNE: Open Source Software for Discrete Fracture Network Engineering, Two and Three Dimensional Applications. *Computers & Geosciences*, 102: 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.02.002>
- Berrone, S., Canuto, C., Pieraccini, S., et al., 2015. Uncertainty Quantification in Discrete Fracture Network Models: Stochastic Fracture Transmissivity. *Computers & Mathematics with Applications*, 70(4): 603–623. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2015.05.013>
- Bisdom, K., Bertotti, G., Bezerra, F. H., 2017. Inter-Well Scale Natural Fracture Geometry and Permeability Variations in Low-Deformation Carbonate Rocks. *Journal of Structural Geology*, 97: 23–36. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2017.02.011>
- Brereton, R.G., 2015. The Chi Squared and Multinormal Distributions. *Journal of Chemometrics*, 29(1): 9–12. <https://doi.org/10.1002/cem.2680>
- Carvalho, L., 2015. An Improved Evaluation of Kolmogorov's Distribution. *Journal of Statistical Software*, 65(3): 1–7. <https://doi.org/10.18637/jss.v065.c03>
- Follin, S., Hartley, L., Rhén, I., et al., 2014. A Methodology to Constrain the Parameters of a Hydrogeological Discrete Fracture Network Model for Sparsely Fractured

- Crystalline Rock, Exemplified by Data from the Proposed High-Level Nuclear Waste Repository Site at Forsmark, Sweden. *Hydrogeology Journal*, 22(2): 313–331. <https://doi.org/10.1007/s10040-013-1080-2>
- Fouché, O., Diebolt, J., 2004. Describing the Geometry of 3D Fracture Systems by Correcting for Linear Sampling Biases. *Mathematical Geology*, 36(1): 33–63. <https://doi.org/10.1023/B:MATG.0000016229.37309.fd>
- Kang, J.T., Wu, Q., Tang, H.M., et al., 2019. Strength Degradation Mechanism of Soft and Hard Interbedded Rock Masses of Badong Formation Caused by Rock/Discontinuity Degradation. *Earth Science*, 44(11): 3950–3960(in Chinese with English abstract).
- Kolmogorov, A.N., 1933. Foundations of Probability. American Mathematical Society Chelsea Publishing Company, Houston, Texas.
- Manda, A.K., Mabee, S.B., 2010. Comparison of Three Fracture Sampling Methods for Layered Rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(2): 218–226. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2009.12.004>
- Mauldon, M., Mauldon, J.G., 1997. Fracture Sampling on a Cylinder: From Scanlines to Boreholes and Tunnels. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 30(3): 129–144. <https://doi.org/10.1007/BF01047389>
- Peacock, D.C.P., Harris, S.D., Mauldon, M., 2003. Use of Curved Scanlines and Boreholes to Predict Fracture Frequencies. *Journal of Structural Geology*, 25(1): 109–119. [https://doi.org/10.1016/S0191-8141\(02\)00016-0](https://doi.org/10.1016/S0191-8141(02)00016-0)
- Pearson, K.X., 1900. On the Criterion That a Given System of Deviations from the Probable in the Case of a Correlated System of Variables is Such That It can be Reasonably Supposed to have Arisen from Random Sampling. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 50 (302): 157–175.
- Roy, P., du Frane, W.L., Kanarska, Y., et al., 2016. Numerical and Experimental Studies of Particle Settling in Real Fracture Geometries. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(11): 4557–4569. <https://doi.org/10.1007/s00603-016-1100-3>
- Ruan, Y.K., Chen, J.P., Li, Y.Y., et al., 2016. Identification of Homogeneous Structural Domains of Jointed Rock Masses Based on Joint Occurrence and Trace Length. *Rock and Soil Mechanics*, 37(7): 2028–2032(in Chinese with English abstract).
- Smirnov, N., 1948. Table for Estimating the Goodness of Fit of Empirical Distributions. *The Annals of Mathematical Statistics*, 19(2): 279–281.
- Tang, H.M., Huang, L., Bobet, A., et al., 2016. Identification and Mitigation of Error in the Terzaghi Bias Correction for Inhomogeneous Material Discontinuities. *Strength of Materials*, 48(6): 825–833. <https://doi.org/10.1007/s11223-017-9829-9>
- Tang, H.M., Huang, L., Juang, C.H., et al., 2017. Optimizing the Terzaghi Estimator of the 3D Distribution of Rock Fracture Orientations. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50(8): 2085–2099. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1254-7>
- Tang, H.M., Zhang, J.R., Huang, L., et al., 2018. Correction of Line-Sampling Bias of Rock Discontinuity Orientations Using a Modified Terzaghi Method. *Advances in Civil Engineering*, 2018: 1–9. <https://doi.org/10.1155/2018/1629039>
- Terzaghi, R. D., 1965. Sources of Error in Joint Surveys. *Géotechnique*, 15(3): 287–304. <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.3.287>
- Williams-Stroud, S., Ozgen, C., Billingsley, R. L., 2013. Microseismicity-Constrained Discrete Fracture Network Models for Stimulated Reservoir Simulation. *Geophysics*, 78(1): B37–B47. <https://doi.org/10.1190/geo2011-0061.1>
- Xia, D., Ge, Y.F., Tang, H.M., et al., 2020. Segmentation of Region of Interest and Identification of Rock Discontinuities in Digital Borehole Images. *Earth Science*, 45(11): 4207–4217(in Chinese with English abstract).
- Zaree, V., Riahi, M.A., Khoshbakht, F., et al., 2016. Estimating Fracture Intensity in Hydrocarbon Reservoir: An Approach Using DSI Data Analysis. *Carbonates and Evaporites*, 31(1): 101–107. <https://doi.org/10.1007/s13146-015-0246-5>

附中文参考文献

- 亢金涛, 吴琼, 唐辉明, 等, 2019. 岩石/结构面劣化导致巴东组软硬互层岩体强度劣化的作用机制. *地球科学*, 44(11): 3950–3960.
- 阮云凯, 陈剑平, 李严严, 等, 2016. 基于裂隙产状和迹长划分岩体统计均质区研究. *岩土力学*, 37(7): 2028–2032.
- 夏丁, 葛云峰, 唐辉明, 等, 2020. 数字钻孔图像兴趣区域分割与岩体结构面特征识别. *地球科学*, 45(11): 4207–4217.