

<https://doi.org/10.3799/dqkx.2023.026>



基于摩擦角修正的异性岩石结构面抗剪强度准则

张志飞¹, 黄 曼², 唐志成^{1*}

1. 中国地质大学工程学院, 湖北武汉 430074

2. 绍兴文理学院土木工程学院, 浙江绍兴 312000

摘 要: 异性岩石结构面在三峡库区广泛发育, 准确评估其峰值剪切强度对库区岩体稳定性评价至关重要. 采用类岩石材料浇筑若干具有相同形貌、不同壁岩强度组合的异性结构面试块, 在 0.3~3.0 MPa 常法向应力下开展直剪试验, 并引入“壁岩强度组合系数 λ ”来表征岩石抗压强度和基本摩擦角对异性结构面峰值剪切强度的综合影响. 结果表明, 异性结构面的峰值剪切强度随 λ 的增加而呈非线性降低, 降低程度主要受粗糙度控制, 而依法向应力关系不明显. 采用简单幂函数分析了峰值摩擦角与 λ 之间的关系, 并在此基础上建立含三维形貌参数的异性岩石结构面抗剪强度经验准则. 最后, 利用在三峡库区采集的天然样品进一步验证了新准则对天然异性岩石结构面峰值剪切强度评估的可靠性. 新准则可在一定程度上为三峡库区含异性结构面的岩体稳定性评价提供理论依据.

关键词: 异性岩石结构面; 抗剪强度准则; 三维形貌参数; 壁岩强度组合系数; 工程地质.

中图分类号: P634.1

文章编号: 1000-2383(2024)08-2826-13

收稿日期: 2023-01-23

Peak Shear Strength Criterion for Discontinuities with Different Rock Types Based on Revisiting Frictional Angle

Zhang Zhifei¹, Huang Man², Tang Zhicheng^{1*}

1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

2. School of Civil Engineering, Shaoxing University, Shaoxing 312000, China

Abstract: Discontinuities with different rock types are widely distributed in the Three Gorges reservoir area, and accurately evaluating the peak shear strengths of them is vital for rock mass stability analysis in this reservoir area. A batch of rock-like joint replicas with the same natural morphology but different joint wall strength combinations is prepared, and direct shear tests are conducted on them under constant normal stresses ranging from 0.3 to 3.0 MPa. Further, the joint wall strength combination coefficient (λ) is introduced to capture the combined effect of rock compressive strength and basic angle on the peak shear strength of discontinuities with different rock types. Testing results illustrate that the peak shear strengths of discontinuities with different rock types decrease non-linearly with increasing λ , and the decrease degree is mainly controlled by roughness while showing no obvious relationship with normal stress. A simple power law function is selected to analyze the correlation between the peak friction angles and λ , and an empirical strength criterion with the inclusion of three-dimensional morphology parameters is developed to predict the peak shear strengths of discontinuities with different rock types. Finally, natural samples collected from the Three

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (Nos. 42177165, 41672302, 42272333).

作者简介: 张志飞 (1994-), 男, 博士研究生, 从事岩石结构面剪切力学特性研究. ORCID: 0000-0002-7768-694X. E-mail: zhangzhi-fei@cug.edu.cn

*** 通讯作者:** 唐志成, ORCID: 0000-0001-7554-0253. E-mail: zctang@cug.edu.cn

引用格式: 张志飞, 黄曼, 唐志成, 2024. 基于摩擦角修正的异性岩石结构面抗剪强度准则. 地球科学, 49(8): 2826-2838.

Citation: Zhang Zhifei, Huang Man, Tang Zhicheng, 2024. Peak Shear Strength Criterion for Discontinuities with Different Rock Types Based on Revisiting Frictional Angle. *Earth Science*, 49(8): 2826-2838.

Gorges reservoir area are used to further validate the reliability of the new criterion for evaluating the peak shear strength of natural discontinuities with different rock types. To some extent, the new criterion can provide a theoretical basis for the stability evaluation of rock masses containing discontinuities with different rock types in the Three Gorges reservoir area.

Key words: discontinuity with different rock types; shear strength criterion; three-dimensional morphology parameter; joint wall strength combination coefficient; engineering geology.

0 引言

天然岩体内通常包含结构面,如裂隙、节理或断层等,结构面对岩体的变形和破坏起着控制作用(Barton and Choubey, 1977; Bandis *et al.*, 1983). 岩石结构面的峰值剪切强度对工程岩体稳定性评价至关重要,其受岩石强度和变形特征、法向应力大小、结构面偶合程度、形貌特征、边界加载条件、风化程度以及充填状态等众多因素影响而十分复杂,因此,岩石结构面峰值剪切强度准则的研究一直是岩土工程领域的重难点课题之一.

自1960s以来,国内外学者基于理论分析或经验方法提出了大量的准则来评估岩石结构面的峰值剪切强度(Barton, 1973; Barton and Choubey, 1977; Kulatilake *et al.*, 1995; Patton, 1996; Zhao, 1997; Grasselli and Egger, 2003; Jang *et al.*, 2014; Xia *et al.*, 2014; Tang and Wong, 2016; Yang *et al.*, 2016; Liu *et al.*, 2017; Tian *et al.*, 2018; Li *et al.*, 2020; Tang *et al.*, 2021). 常用的强度准则有莫尔-库伦公式、Patton公式、JRC-JCS公式及Grasselli公式等. 其中JRC-JCS公式,见式(1),因形式简单、参数物理意义明确而被广泛应用于学术研究和工程实践中(Asadollahi and Tonon, 2010),但公式中JRC值的确定具有一定主观性和局限性,往往会低估结构面的形貌特征导致计算结果偏低(Beer *et al.*, 2002; Homand *et al.*, 2001),且并不能反映结构面的真实三维形貌特征. 岩石结构面的剪切力学特性与接触面的位置及分布紧密相关,采用三维形貌参数更能精确地预测峰值剪切强度(Grasselli and Egger, 2003; 唐志成等, 2012; Xia *et al.*, 2014). Grasselli and Egger (2003)基于结构面微元有效剪切倾角与其对应接触面积的统计函数关系,建立了首个真正意义上含三维形貌参数的峰值剪切强度公式,见式(2). Xia *et al.* (2014)在Grasselli公式基础上进一步建立了考虑三维形貌特征与峰值剪胀角关系的岩石结构面抗剪强度公式. 该公式虽在形式上遵循莫尔-库伦定律,但公式中剪胀角

量纲和基本摩擦角量纲不一致,且不同法向应力下剪胀角变化趋势与实际情况不符(Yang *et al.*, 2016). 之后,Yang *et al.* (2016)基于 $\theta_{\max}^*$ 和 C 提出了形式上更为简洁的粗糙结构面抗剪强度公式,见式(3). 此外,Tian *et al.* (2018)、Li *et al.* (2020)及Ban *et al.* (2020)也相继建立了含三维粗糙参数的结构面峰值强度准则.

$$\tau = \sigma_n \tan \left[\varphi_b + \text{JRC} \times \lg \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) \right], \quad (1)$$

式中: τ 为岩石结构面的峰值剪切强度; σ_n 为法向应力; φ_b 为壁面基本摩擦角;JRC为节理粗糙度系数;JCS为节理壁抗压强度.

$$\tau = \left[1 + \exp \left(-\frac{1}{9A_0} \cdot \frac{\theta_{\max}^*}{C} \cdot \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right) \right] \times \sigma_n \tan \left[\varphi_b + \left(\frac{\theta_{\max}^*}{C} \right)^{1.18 \cos \beta} \right], \quad (2)$$

式中: A_0 为结构面表面最大潜在接触面积比; $\theta_{\max}^*$ 为沿剪切方向上微单元的最大视倾角; C 为粗糙度参数; σ_t 为岩石抗拉强度; β 为片理面倾角(无片理面时为0).

$$\tau = \sigma_n \tan \left[\varphi_b + \frac{\theta_{\max}^*}{C^{0.45}} \exp \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} C^{0.75} \right) \right], \quad (3)$$

式中: σ_c 为岩石单轴抗压强度.

Ghazvinian *et al.* (2010)根据两侧壁岩强度的同异将岩石结构面分为同性结构面和异性结构面两类,上述剪切强度公式均是针对同性结构面(即两侧壁面材料强度相同)提出. 事实上,自然界中异性结构面(即两侧壁面材料强度不同)也广泛发育,如图1所示,三峡库区三叠纪中统巴东组(T_2b)砂-泥岩复合地层层面就是典型代表(张雅慧等, 2016; 亢金涛等, 2019). 大量工程案例表明,沿异性结构面滑动是造成三峡库区岩体失稳破坏及地质灾害发生的主要原因之一(唐辉明等, 2002; Wu *et al.*, 2018; Tang *et al.*, 2019). 异性结构面的峰值剪切强度与同性结构面相比存在差异,采用同性结构面近似代替异性结构面的做法往往会高估或低估其抗

剪强度,进而带来潜在风险或造成经济上浪费 (Ghazvinian *et al.*, 2010; Wu *et al.*, 2018). 贺建明和吴刚(1994)基于不同粗糙度的泥岩-灰岩异性结构面在不同法向应力下的直剪试验研究,建立了异性结构面的峰值剪切强度公式,见式(4),但该公式仅针对单一岩性组合,适用性有待进一步研究. Ghazvinian *et al.* (2010)基于齿状混凝土-水泥砂浆结构面的剪切试验结果并假定较硬壁面一侧为刚性,提出异性结构面的峰值剪切强度公式,见式(5). 然而,微凸体磨损或剪断破坏在异性结构面两侧均有可能发生 (Wu *et al.*, 2020);此外,该公式仅适用于齿状或正弦波状结构面 (Li *et al.*, 2020). 张雅慧等(2016)选取三峡库区砂岩-泥岩异性结构面开展颗粒流剪切试验研究,提出了适用于高、低法向应力下的两类改进 JRC-JCS 公式. 该公式与式(4)类似,由于试验仅针对单一岩性组合开展,因此实际应用中无法给出高、低法向应力界限,不具有普遍性. 宋磊博等(2017)基于粗糙异性类岩石结构面剪切试验结果,引入“等效 JCS”的概念,建立了考虑壁岩强度组合特征的峰值剪切强度公式,见式(6). Wu *et al.* (2018)基于规则齿状水泥砂浆结构面的剪切试验结果,定义了“壁面差异系数 k ”来量化抗压强度和基本摩擦角对峰值剪切强度的综合影响,进而提出了归一化的异性岩石结构面峰值剪切强度公式,见式(7). 需指出的是,该公式最终形式较为复杂,包含了 4 个经验参数,导致其预测性大大降低. 范祥等(2021)利用数值分析方法推导了一种估算异性结构面峰值剪切强度的模型,但模型中缺乏必要的岩石材料抗剪强度参数(如基本摩擦角),且仅适用于壁岩强度相差较大的异性结构面. 整体而言,一方面现有的异性岩石结构面峰值剪切强度公式或多或少存在一定的限制条件或不足之处;另一方面其多为基于 JRC-JCS 公式的修正,未能克服采用 JRC 方法评价结构面粗糙度的局限性,且忽略了三维粗糙表面的剪切各向异性 (Kulatilake *et al.*, 1995; Grasselli and Egger, 2003; Xia *et al.*, 2014). 因此,异性岩石结构面峰值剪切强度准则的研究仍有待深入.

$$\tau_d = \sigma_n \tan \left[\varphi_{AB} + \text{JRC} \times \lg \left(\frac{K_A \cdot \text{JCS}_A + K_B \cdot \text{JCS}_B}{\sigma_n} \right) \right], \quad (4)$$

式中: τ_d 为异性结构面的峰值剪切强度; φ_{AB} 异性结

构面的基本摩擦角; JCS_A 和 JCS_B 为两种壁面材料的单轴抗压强度; 系数 $K_A = \text{JCS}_A / (\text{JCS}_A + \text{JCS}_B)$, 系数 $K_B = \text{JCS}_B / (\text{JCS}_A + \text{JCS}_B)$.

$$\tau_d = \sigma_n \tan \left[\varphi_b + \frac{i_0}{1 + (b_1 \sigma_n / \sigma_c)^{a_1}} \right], \quad (5)$$

式中: i_0 为最陡微凸体倾角; a_1 、 b_1 分别为结构面表面粗糙参数和不规则参数.

$$\tau_d = \sigma_n \tan \left\{ \varphi_b + \text{JRC} \times \lg \left\{ \frac{\text{JCS}_s [a_1 m^{b_2} + (1 - a_2)]}{\sigma_n} \right\} \right\}, \quad (6)$$

式中: JCS_s 为较软一侧的壁面抗压强度; m 为壁岩强度系数; a_2 、 b_2 为回归系数.

$$\begin{cases} \tau_d / \tau_s = [a_3 \text{JRC} (k - 1) + 1] k^{b_3} \\ a_3 = 0.0190 (\sigma_n / \text{JCS}_s) + 0.0008, \\ b_3 = 0.0632 e^{6.5717 (\sigma_n / \text{JCS}_s)} \end{cases} \quad (7)$$

式中: τ_s 为较软同性结构面的峰值剪切强度; a_3 、 b_3 为回归系数.

基于此,本文采用类岩石材料浇筑了若干具有天然粗糙形貌的异性结构面试块,并在不同常法向应力条件下进行直剪试验. 首先,根据剪切试验结果分析了壁岩强度组合特征对异性岩石结构面峰值剪切强度的影响;其次,基于对峰值摩擦角的修正提出了含三维粗糙参数的异性岩石结构面峰值剪切强度经验公式;最后,利用三峡库区采集的天然粗糙异性岩石结构面的直剪试验结果对新公式的适用性做进一步验证,并分析其优缺点.

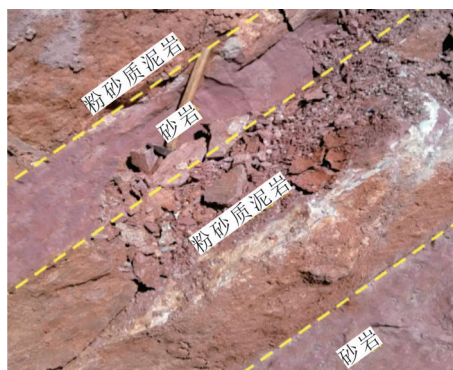


图 1 三峡库区典型异性岩石结构面(亢金涛等, 2019)

Fig. 1 Typical rock discontinuities with different rock types in the Three Gorges reservoir area (Kang *et al.*, 2019)

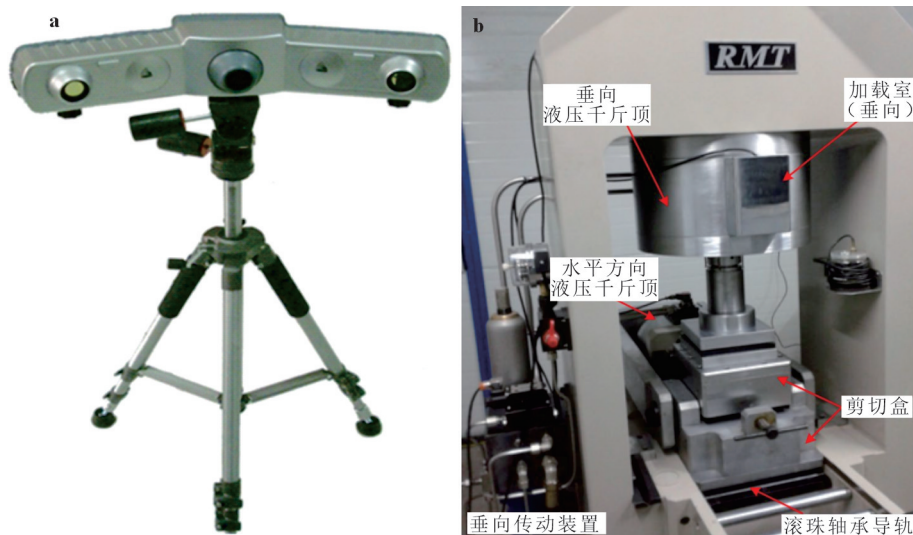


图 2 测试试验设备
Fig. 2 Testing experimental equipment
a. 3D 扫描仪;b. RTM-301 液压伺服试验设备

1 直剪试验

1.1 试块制备及形貌描述

真实岩石结构面的形貌复杂多样,获取大量具有相同形貌的天然结构面试块非常困难,从而也无法基于控制变量法思想开展一系列直剪试验,因此,本文采用类岩石材料浇筑若干具有相同天然形貌的异性结构面试块.采用劈裂法获取若干不同形貌的真实岩石结构面,选取其中 3 个形貌特征差异显著的试块作为模板(结构面尺寸为 $100\times100\text{ mm}^2$).先用硅酮橡胶复刻试块表面形貌特征,然后将类岩石材料浇筑于其上制备结构面试块.根据粗糙程度由低到高将结构面试块分别命名为 A、B、C 组,每组试块选用 5 种不同材料制备.材料的水/高强石膏的质量比及主要力学参数见表 1,按强度由弱到强依次将材料命名为 J-I、J-II、J-III、J-IV 和 J-V,其中基本摩擦角是采用三岩芯试验获取(Aleja-no *et al.*, 2018).每组结构面试块的壁岩强度类型组合为 J-I/J-V、J-II/J-V、J-III/J-V、J-IV/J-V 和 J-V/J-V,下半试块均为较强材料 J-V.

采用 CPC 便携式 3D 扫描仪(图 2a)测量结构面试块的三维形貌,扫描云点的分辨率为 0.025 mm ,结构面重构时的节点间距为 0.5 mm .参照 Grasselli *et al.* (2002)建议的方法获取 3 组结构面的三维形貌参数 A_0 、 $\theta_{\max}^*$ 和 C (Grasselli and Egger, 2003; Xia *et al.*, 2014; Yang *et al.*, 2016)以此来描述结构面的粗糙程度,具体数值见表 2. Tatone and Grasselli

表 1 类岩石材料的主要力学参数

Table 1 Main mechanical parameters of rock-like materials				
材料	水/石膏(质 量比)	抗拉强度 σ_t (MPa)	单轴压缩强度 σ_c (MPa)	基本摩擦角 $\varphi_b(^{\circ})$
J-I	0.70	0.82	10.3	35.3
J-II	0.57	1.49	16.8	35.8
J-III	0.45	2.01	27.4	36.5
J-IV	0.35	2.74	33.9	37.6
J-V	0.30	4.33	45.3	38.1

表 2 结构面粗糙参数

Table 2 Roughness parameters of discontinuities					
组别	A_0	$\theta_{\max}^*$	C	$\theta_{\max}^*/(C+1)$	JRC
A	0.486	55.4	13.6	3.795	7.2
B	0.502	64.3	9.4	6.183	14.8
C	0.491	75.8	7.3	9.133	18.7

(2009)建议采用组合参量 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 作为结构面粗糙度指标,该指标已被广泛用于结构面三维粗糙度的表征(Chen *et al.*, 2021).此外,本文还采用与 Barton and Choubey (1977)的 10 条标准轮廓线比方法确定了 3 组结构面的 JRC 值(表 2)用作对比,具体计算过程参照 Xia *et al.* (2014)的研究. JRC 方法虽存在一定主观性和局限性(Kulatilake *et al.*, 1995; Hong *et al.*, 2008),但仍可在一定程度上体现出结构面的粗糙程度(Xia *et al.* 2014).

1.2 试验方案及结果分析

直剪试验在 RTM-301 液压伺服试验设备上完

成(图 2b),该设备法向最大荷载为 1 500 kN,加载速率为 0.01~90 N/s,切向最大荷载为 500 kN,加载速率为 0.001~1.0 mm/s. 直剪试验在 0.3、0.6、0.9、1.5、3.0 MPa 5 级常法向应力下进行. 先采用应力控制方式以 0.005 MPa/s 的法向速率对结构面试块施加至预定法向荷载;再采用位移控制方式以 0.5 mm/min 的剪切速率进行剪切,剪切位移达到 10 mm 或出现明显残余剪切强度时停止试验;同时采集整个剪切过程中的法向应力、剪切应力及剪切位移等试验数据.

异性结构面的典型剪切应力—剪切位移曲线如图 3 所示(以 B 组 J-I/J-V 组合为例),由图可知:(1)初始阶段,剪切应力随剪切位移的增加呈线性急剧增加,在剪切位移 0.5 mm 附近时逐渐增加至峰值,其后随着剪切位移的增加,剪切应力逐渐降低并趋于稳定;(2)峰值剪切强度、残余剪切强度、峰值剪切位移和剪切刚度整体上随法向应力的增加而增加;(3)高法向应力下的剪切应变软化(即剪切应力峰后下降)现象更为显著,这与结构面微凸体在低法向应力下以摩擦/磨损破坏为主而高法向应力下则发生剧烈剪断破坏有关. 整体而言,异性结构面剪切应力曲线变化特征与同性结构面基本类似.

本文旨在建立异性岩石结构面的峰值剪切强度公式,因此将重点关注异性结构面峰值剪切强度的变化规律. 参考 Wu *et al.* (2018) 的研究,引入“壁岩强度组合系数 λ ”来量化岩石的抗压强度和基本摩擦角对不同壁岩强度组合特征下结构面峰值剪

切强度的综合影响,定义如下:

$$\lambda = \lambda_{\sigma_c} \times \lambda_{\varphi_b} = \frac{\sigma_{ch}}{\sigma_{cs}} \times \frac{\varphi_{bh}}{\varphi_{bs}}, \quad (8)$$

式中: λ_{σ_c} 为异性结构面较硬壁面一侧的抗压强度 σ_{ch} 与较软壁面一侧的抗压强度 σ_{cs} 的比值; λ_{φ_b} 为异性结构面较硬壁面一侧的基本摩擦角 φ_{bh} 与较软壁面一侧的基本摩擦角 φ_{bs} 的比值. 本次试验中, λ_{σ_c} 和 λ_{φ_b} 均大于或等于 1,故 λ 也大于或等于 1, λ 越大,结构面两侧壁岩强度差异越大.

图 4 为异性结构面峰值剪切强度随 λ 的变化曲线. 异性结构面峰值剪切强度随 λ 的增加呈非线性下降,且下降趋势越来越不明显. λ 由 1.0 增加到 4.75 时,0.3、0.6、0.9、1.5、3.0 MPa 法向应力下 A 组结构面峰值剪切强度的下降量分别为 20.5%、19.8%、19.7%、18.8%、21.3%,B 组的下降量分别为 15.6%、14.8%、15.1%、14.9%、15.6%,C 组的下降量分别为 19.7%、12.4%、12.3%、12.0%、12.1%,其平均值分别为 20.0%、15.2%、13.7%. 整体而言,不同法向应力下的下降量变化不明显(注意到法向应力由 0.3 增加到 3.0 MP,最大值为最小值的 10 倍),粗糙度越低,峰值剪切强度下降量越大. 由此可见,壁岩强度组合特征对异性结构面峰值剪切强度变化程度的影响主要由粗糙度控制,与法向应力关系不明显.

2 新峰值剪切强度准则

2.1 同性结构面剪切强度公式计算值与试验值的比较

Ghazvinian *et al.* (2010) 指出同性结构面抗剪强度准则(JRC-JCS 公式)对异性结构面峰剪切强度的预测存在一定局限性,本节中将以含三维形貌参数的 Yang 公式[即式(3)]为例进一步定量分析. 图 5 为 A、B、C 组同性结构面试验剪切强度与 JRC-JCS 公式和 Yang 公式预测包络线比较,试验值与预测值的相对平均误差可利用式(8)分别计算得 10.73% 和 8.17%. 由此表明,两公式对于同性结构面抗剪强度预测均具有较高可靠性,其中 Yang 公式的预测效果略优于 JRC-JCS 公式,这为下文的研究提供了重要基础. 如图 6 所示,采用较硬/软壁面一侧强度参数时, Yang 公式会高/低估异性结构面的峰值剪切强度;此外,异性结构面的峰值剪切强度整体上更接近于较硬的同性结构面的峰值剪切强度(最优拟合直线斜率分别为 1.05 和 0.867),可能与本文试验中下半试块均为较强材料 J-V 有关.

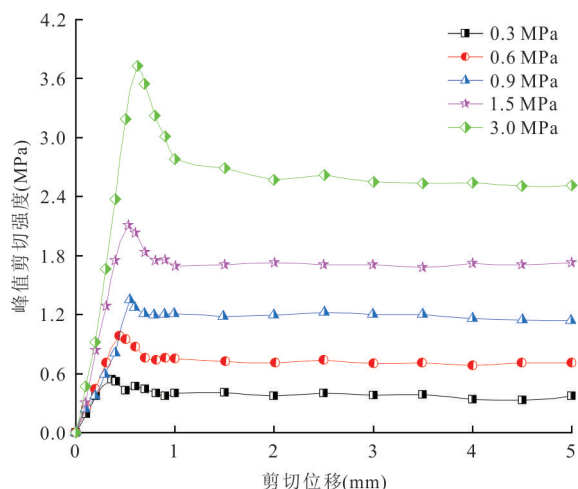
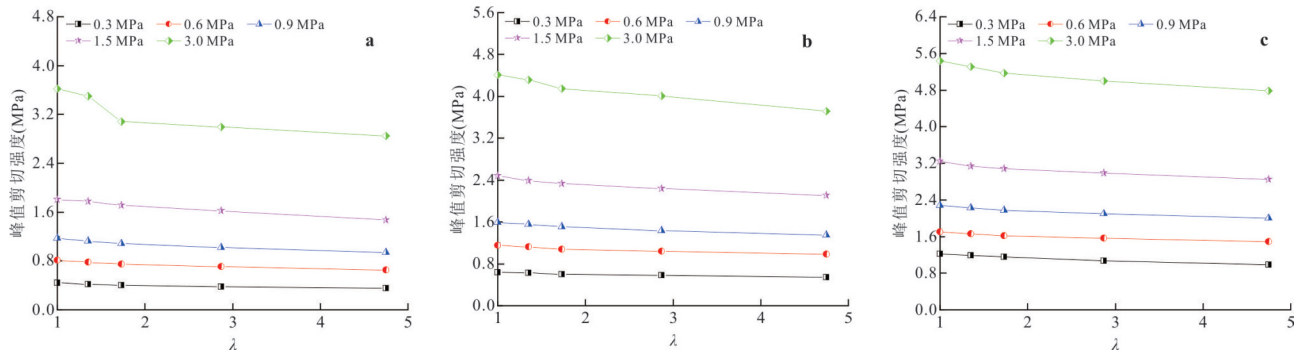


图 3 典型剪切应力—剪切位移曲线(以 B 组 J-I/J-V 组合为例)
Fig. 3 Typical shear stress versus shear displacement curves (taking J-I/J-V combination in Group B as examples)

图 4 异性结构面峰值剪切强度随 λ 的变化Fig. 4 Variation of the peak shear strength of discontinuities with different rock types versus λ

a. A 组; b. B 组; c. C 组

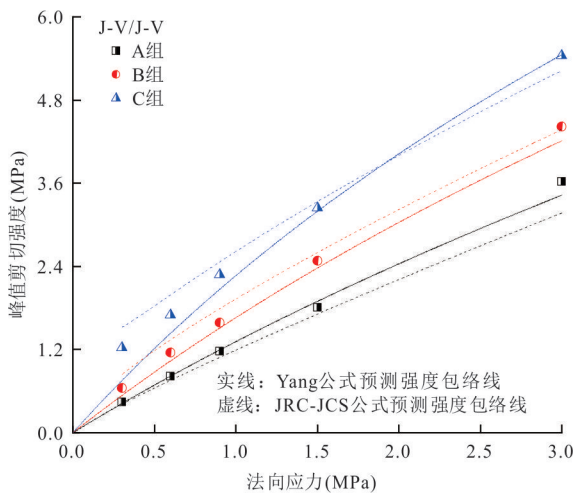


图 5 同性结构面试验剪切强度与 Yang 公式预测包络线比较

Fig. 5 Comparison between experimental shear strengths and predicted envelopes by Yang's criterion for discontinuities with identical rock type

$$\bar{\sigma}_{\text{平均}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{\tau_{\text{预测}} - \tau_{\text{试验}}}{\tau_{\text{试验}}} \right|, \quad (9)$$

式中: $\bar{\sigma}_{\text{平均}}$ 为相对平均误差; m 为试块的数量; $\tau_{\text{预测}}$ 为公式预测抗剪强度; $\tau_{\text{试验}}$ 为试验抗剪强度.

2.2 新强度准则建立

摩尔-库伦准则被广泛应用于岩石结构面峰值剪切强度预测, 其中峰值摩擦角 φ 可写成如下形式:

$$\varphi = \tan^{-1}(\tau/\sigma_n), \quad (10)$$

如图 7 所示, 异性结构面的峰值摩擦角随 λ 的增加非线性下降, 且不同粗糙度和法向应力下的变化趋势基本一致. Xu *et al.* (2012) 和 Zhao *et al.* (2020) 基于对峰值摩擦角的修正提出了软弱充填岩石结构面的峰值剪切强度公式并取得了较好的预测效果,

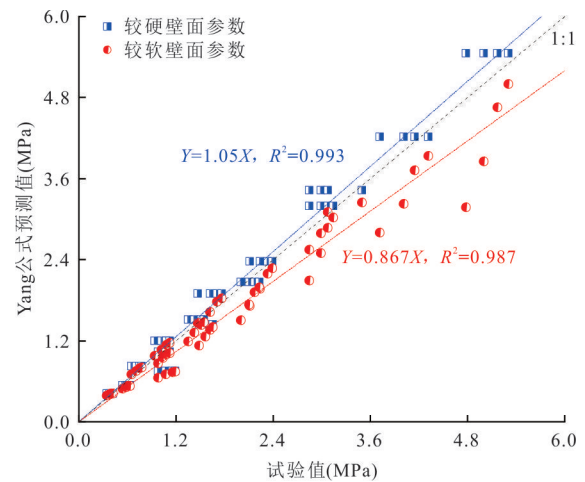


图 6 异性结构面峰值剪切强度试验值与 Yang 公式预测值的相关性

Fig. 6 Correlation between experimental peak shear strengths and predicted results by Yang's criterion for discontinuities with different rock types

这也印证了基于峰值摩擦角的修正方法对岩石结构面峰值强度准则推导的可行性. 鉴于此, 本文采用多个简单函数关系式 (如线性函数、对数函数、双曲线函数、幂函数及指数函数等) 并遵循待定系数最少化原则 (Tang *et al.*, 2021) 来拟合异性结构面的峰值摩擦角与 λ 间的关系, 最终确定如下的幂函数关系式:

$$\varphi_{\text{pd}} = \varphi_{\text{ph}} \times \lambda^{-\xi}, \quad (11)$$

式中: φ_{pd} 为异性结构面的峰值摩擦角; φ_{ph} 为较硬壁面一侧同性结构面的峰值摩擦角; ξ 为经验系数 ($\xi \geq 0$), 通过拟合获取. 如图 7 所示, 确定性系数 R^2 介于 0.880 至 0.998 间, 平均值为 0.978, 由此表明该函数关系式拟合效果较好.

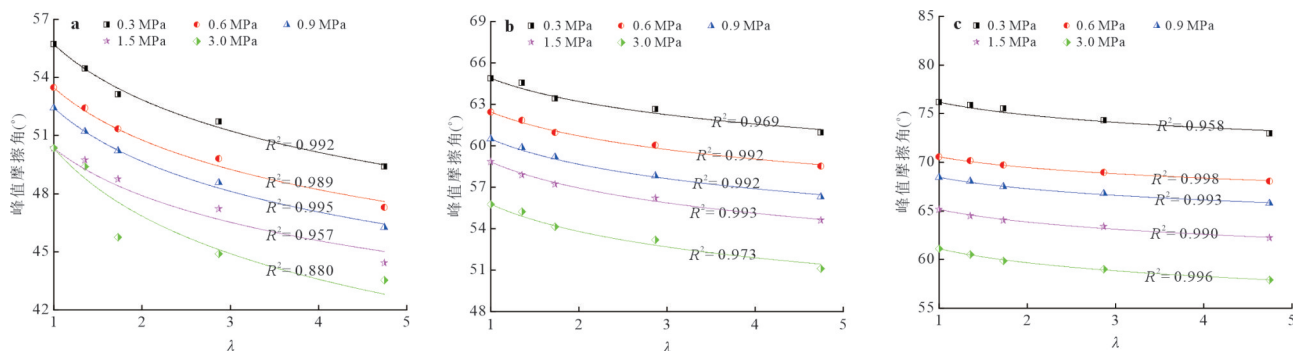


图 7 异性结构面峰值摩擦角变化

Fig. 7 Variation of peak friction angles of discontinuities with different rock types

a. A 组; b. B 组; c. C 组

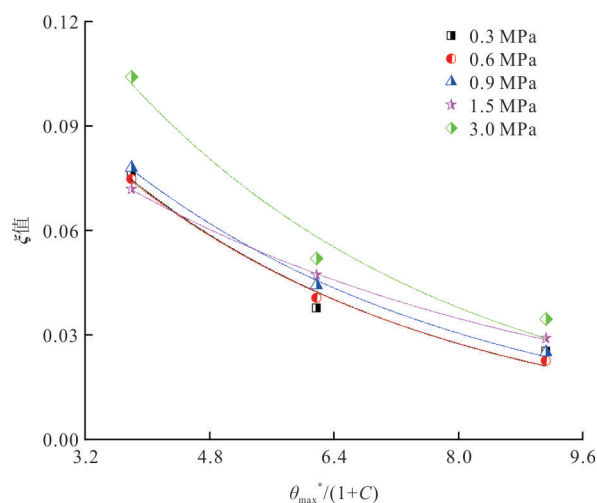
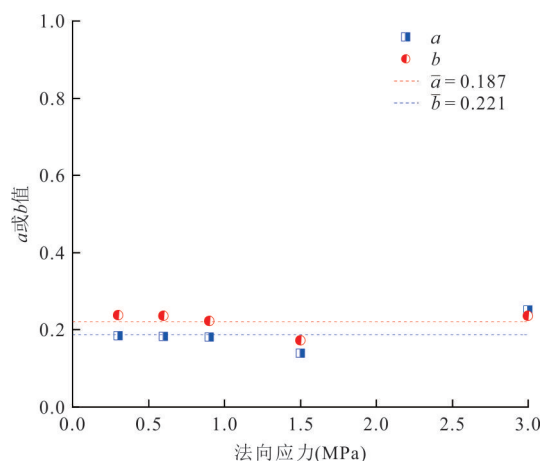
不同法向应力下经验系数 ξ 随结构面粗糙度的变化如图 8 所示, ξ 随粗糙度的增加而降低, 而随法向应力的增加整体波动较小, 这与“1.2 节”结论基本吻合, 进一步表明异性结构面抗剪强度的变化程度主要受表面粗糙度控制. 如前文所述, 粗糙度用指标 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 表征, ξ 与 $\theta_{\max}^*/(1+C)$ 间的关系可用指数函数较好拟合, 表达式如下:

$$\xi = a \times \exp[-b\theta_{\max}^*/(1+C)], \quad (12)$$

式中: a 、 b 为经验系数. 不同法向应力下 a 、 b 值的变化见图 9, 考虑到本次试验中法向应力变化范围较大 (0.3~3.0 MPa), 最大值为最小值的 10 倍, 但 a 、 b 值变化整体而言并不大. 结合上文分析, 推测 a 、 b 值对法向应力变化不敏感, 故取其平均值, 即 $a=0.187$, $b=0.221$. 综合式 (11) 和 (12), 建立考虑壁岩强度组合特征的岩石结构面峰值摩擦角公式, 见式 (12).

$$\varphi_{pd} = \varphi_{ph} \times \lambda^{-0.187 \exp[-0.221\theta_{\max}^*/(1+C)]}. \quad (13)$$

由“2.1 节”分析可知, Yang 公式能较好预测同性结构面的峰值剪切强度, 因此, 通过式 (3) 计算式 (13) 中的 φ_{pd} , 进一步建立了含三维形貌参数的异性岩石结构面峰值剪切强度公式, 见式 (14). 图 10 为 3 组异性结构面试块峰值剪切强度的试验值与新公式预测值的对比. 图 11 为 3 组试块峰值剪切强度的试验值与新公式预测值的相关性, 两者间最佳拟合直线斜率为 0.977, $R^2=0.996$, 相对平均误差为 7.78%. 总体而言, 新公式能较好地估算异性岩石结构面的峰值剪切强度.

图 8 不同法向应力下 ξ 值随粗糙度参数的变化Fig. 8 Variation of ξ versus roughness parameters under different normal stresses图 9 a 或 b 值随法向应力的变化Fig. 9 Variation of a or b values versus normal stresses

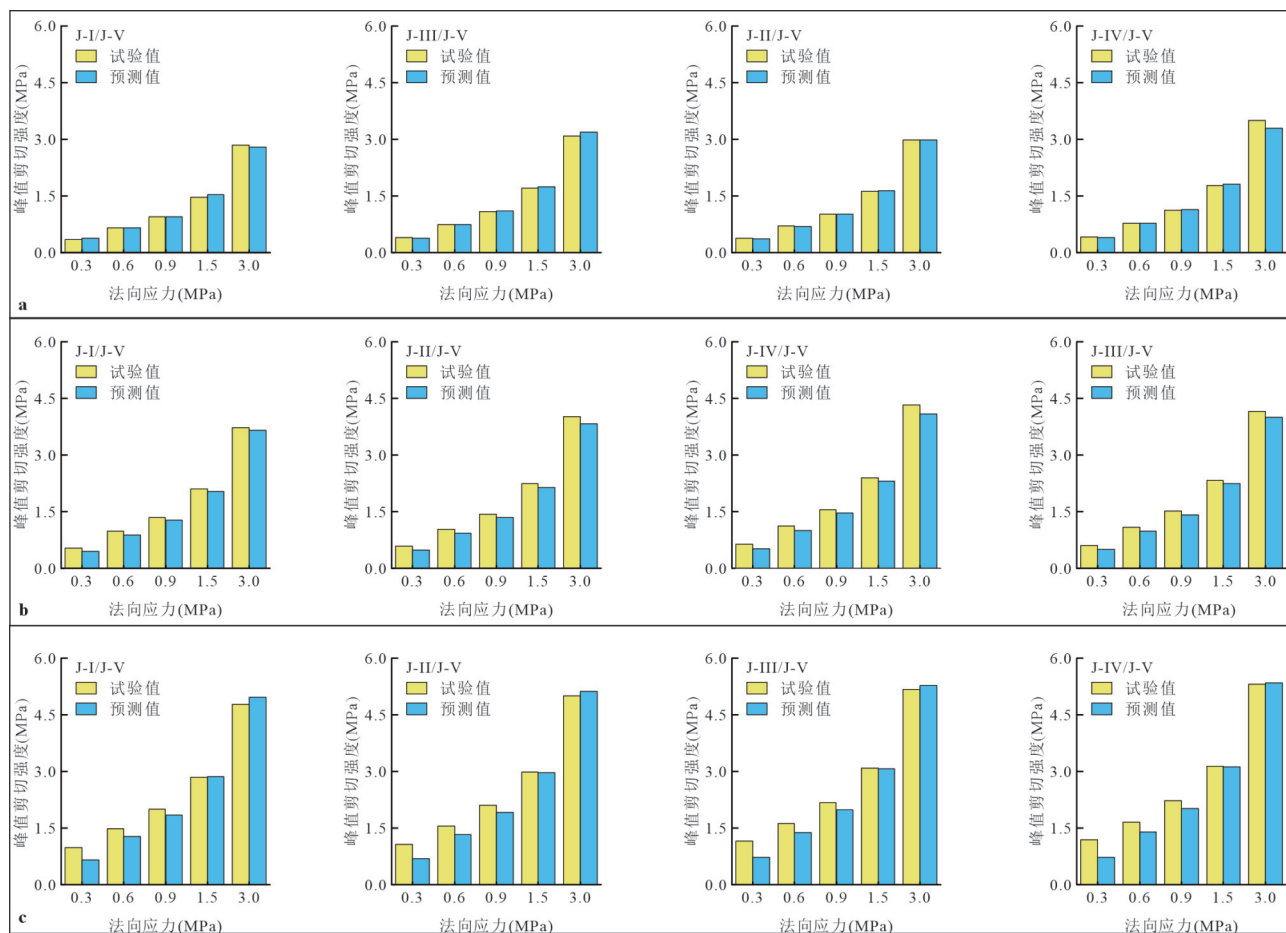


图 10 3组试块峰值剪切强度试验值与新公式预测值的对比

Fig. 10 Comparison between experimental peak shear strengths and predicted values by the new criterion for the three groups specimens

a. A组; b. B组; c. C组

$$\tau_d = \sigma_n \tan \left\{ \left[\varphi_b + \frac{\theta_{\max}^*}{C^{0.45}} \exp \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} C^{0.75} \right) \right] \times \lambda^{-0.187 \exp \left[-0.221 \theta_{\max}^* / (1+C) \right]} \right\}. \quad (14)$$

3 新公式适用性验证及讨论

3.1 天然异性结构面剪切试验验证

为进一步验证新公式的预测效果,基于三峡库区采集的天然异性岩石结构面开展直剪试验,其岩性组合类型为粉砂质泥岩/长石石英砂岩(3个)、泥岩/泥质灰岩(3个)、泥质粉砂岩/泥质灰岩(3个)和粉砂质泥岩/泥质粉砂岩(4个)4类,三维形貌参数测量及剪切试验过程参照第一章进行,结构面的力学参数、三维形貌参数以及剪切试验结果见表4.图12为天然粗糙异性岩石结构面峰值剪切强度的试

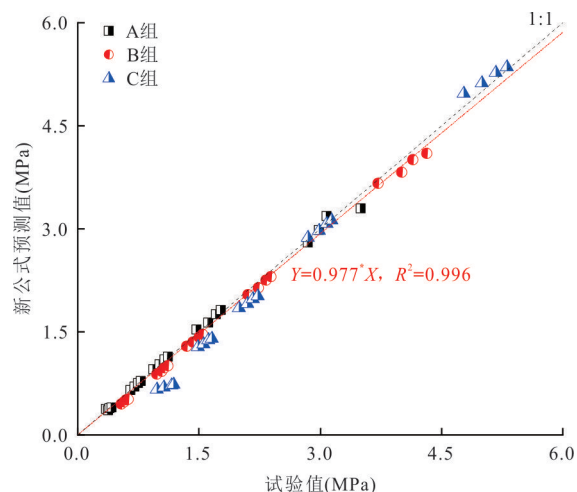


图 11 三组试块峰值剪切强度试验值与新公式预测值的相关性

Fig. 11 Correlation between experimental peak shear strengths and predicted values by the new criterion for the three groups of specimens

表 4 天然异性结构面的试验数据

Table 4 Experimental data of natural discontinuities with different rock types

试件编号	岩石类型	三维形貌参数			$\sigma_n(\text{MPa})$	岩石力学参数		剪切强度(MPa)		相对误差
		A_0	$\theta_{\max}^*$	C		$\sigma_c(\text{MPa})$	$\varphi_b(^{\circ})$	试验值	预测值	
1#	粉砂质泥岩/长石石英砂岩	0.501	48.1	12.3	0.5	34.7/80.6	32.7/36.5	0.452	0.545	20.58%
2#	粉砂质泥岩/长石石英砂岩	0.488	50.8	11.9	0.7	34.7/80.6	32.7/36.5	0.801	0.791	1.20%
3#	粉砂质泥岩/长石石英砂岩	0.492	51.4	11.7	1.3	34.7/80.6	32.7/36.5	1.325	1.454	9.75%
4#	泥岩/泥质灰岩	0.500	55.4	10.1	1.1	26.4/126.5	25.7/38.1	1.207	1.322	9.50%
5#	泥岩/泥质灰岩	0.489	45.7	11.2	1.8	26.4/126.5	25.7/38.1	2.030	1.768	12.89%
6#	泥岩/泥质灰岩	0.507	45.6	10.3	2.5	26.4/126.5	25.7/38.1	2.975	2.504	15.83%
7#	泥质粉砂岩/泥质灰岩	0.490	55.4	10.5	0.6	58.2/126.5	25.7/38.1	0.652	0.787	20.70%
8#	泥质粉砂岩/泥质灰岩	0.493	57.2	9.8	0.9	58.2/126.5	25.7/38.1	1.324	1.239	6.45%
9#	泥质粉砂岩/泥质灰岩	0.510	60.1	8.6	1.0	58.2/126.5	25.7/38.1	1.627	1.530	5.97%
10#	粉砂质泥岩/泥质粉砂岩	0.504	58.3	10.2	0.7	40.6/58.2	34.1/35.0	0.803	0.926	15.34%
11#	粉砂质泥岩/泥质粉砂岩	0.495	52.1	9.9	1.4	40.6/58.2	34.1/35.0	1.508	1.666	10.51%

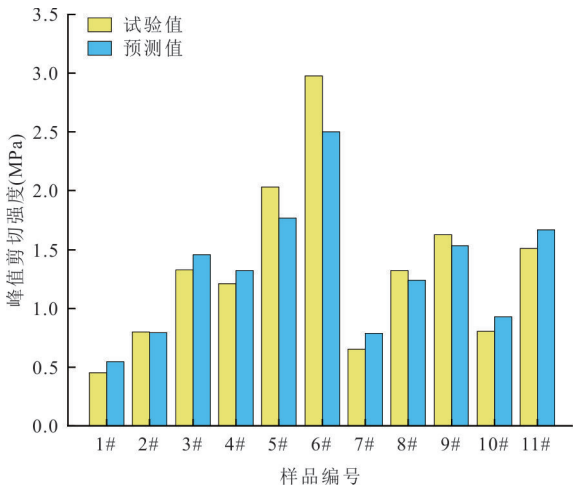


图 12 天然样品试验剪切强度与新公式预测值的对比
Fig.12 Comparison between experimental shear strengths of natural samples and predicted values by the new criterion

验值与新公式预测值的对比,图 13 为两者间的相关性,其最佳拟合直线斜率为 0.942 ($R^2=0.984$),相对误差平均值为 11.70%。由此表明,式(14)对天然粗糙异性岩石结构面峰值剪切强度的评估具有一定可靠性。

3.2 基于已有文献中剪切试验数据的验证

考虑到目前国内外公开发表文献中对天然粗糙异性岩石结构面开展直剪试验的研究较少,且其粗糙度表征多采用 JRC 方法,从而无法确定三维粗糙指标 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 。因此本节中将利用 JRC 与 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 间的经验关系进行转换,进而对公式(14)进行验证。Tatone and Grasselli (2010)基于 Barton and Choubey (1977)提出的 10 条标准轮廓线

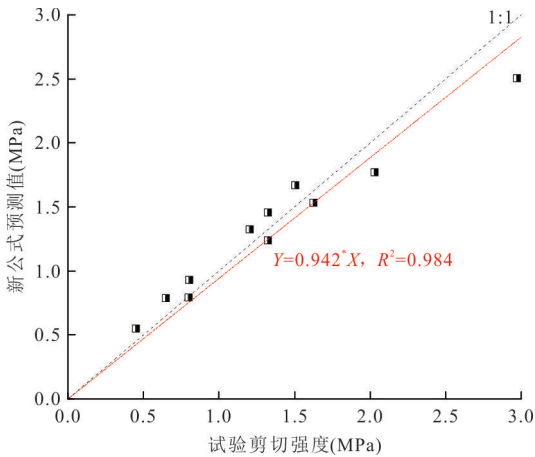


图 13 天然样品试验剪切强度与新公式预测值的相关性
Fig.13 Correlation between experimental shear strengths of natural samples and predicted values by the new criterion

建立了 JRC 与二维 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 间的经验关系式,见式(15)。二维经验关系式对三维情况的适用性有待进一步验证,故本节中选取 Grasselli and Egger (2003)、Tang and Wong (2016)、金磊磊和魏玉峰 (2020)以及本次实验中的 20 组具有天然形貌结构面的粗糙参数,如图 14 所示,经回归拟合获得 JRC 与三维 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 间的经验关系式,见式(15)。式(14)和式(15)在形式上具有一致性,从侧面印证了本节拟合的经验关系式具有一定可靠性。需指出的是,式(14)中的采样间距为 0.5 mm,而本文所选取数据的采样间距为 0.3 或 0.5 mm。

$$\text{JRC} = 3.95 \left[\theta_{\max}^*/(1+C) \right]^{0.7} - 7.98, \quad (15)$$

$$\text{JRC} = 14.849 \left[\theta_{\max}^*/(1+C) \right]^{0.473} - 24.231. \quad (16)$$

Wu *et al.* (2018) 在三峡库区采集了 5 组天然异性岩石结构面, 岩性组合为泥岩/泥质灰岩 (#1)、粉砂质泥岩/泥质粉砂岩 (#2) 和泥质粉砂岩/泥质灰岩 (#3、#4、#5), 并开展直剪试验研究. 考虑到 Wu *et al.* (2018) 的研究中缺乏三维形貌参数数值, 故采用式 (16) 转化以及式 (13) 获取异性结构面的峰值摩擦角, 并基于莫尔—库伦公式预测异性岩石结构面的峰值剪切强度. 图 15 为 Wu *et al.* (2018) 的试验剪切强度与新公式预测值的对比, 图 16 为两者间的相关性, 最佳拟合直线斜率为 1.031, $R^2=0.995$, 相对平均误差为 7.29%. 由此可见, 基于所建立的

异性结构面峰值摩擦角公式获取的预测剪切强度与试验剪切强度具有良好的 consistency.

3.3 新公式优缺点讨论

本文提出的强度公式相较于已有公式 (贺建明和吴刚, 1994; Ghazvinian *et al.*, 2010; 张雅慧等, 2016; 宋磊博等, 2017; Wu *et al.*, 2018; 金磊磊和魏玉峰, 2020; 范祥等, 2021) 具有如下几方面特征: (1) 新公式是基于大量剪切试验数据采用回归分析方法建立, 不包含任何假设性的使用限制条件; (2) 新公式对不同岩性组合类型下天然粗糙岩石结构面峰值剪切强度的预测均有较好效果, 结合“3.1 节”可知, 新公式在 $\lambda=1.0\sim7.10$ 范围均具有一定的适用性; (3) 新公式采用三维形貌参数来表征结构面粗糙度, 能体现出其剪切各向异性, 且遵循了莫尔—库伦准则的一般形式, 但新公式无法考虑 $C=0$ 的情况, 因此其不适用于规则齿状或正弦波状结构面峰值剪切强度的预测, 而这类结构面也仅存于理想的模型试验中; (4) 采用新公式预测异性结构面峰值剪切强度时, 需获取结构面两侧的岩石抗压强度和基本摩擦角, 无需测量异性结构面的基本摩擦角, 这也导致了本文的剪切试验结果无法用于其它学者强度模型的对比验证; (5) 引入的参数 λ 为现象学概念, 缺乏一定的理论背景; (6) 新公式中包含两个经验系数, 虽通过拟合获取其数值且已基于天然粗糙异性岩石结构面剪切试验结果进行了验证, 但其值还可能与岩石的力学性质有关. 因此, 新

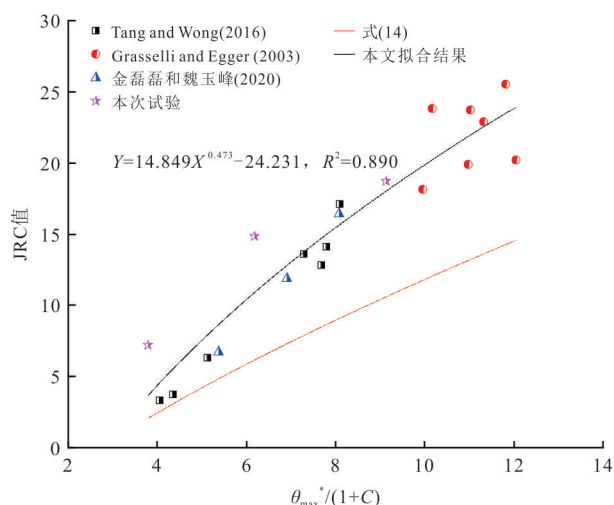


图 14 JRC 与 $\theta_{\max}^*/(C+1)$ 间的关系

Fig. 14 Correlation between JRC and $\theta_{\max}^*/(C+1)$

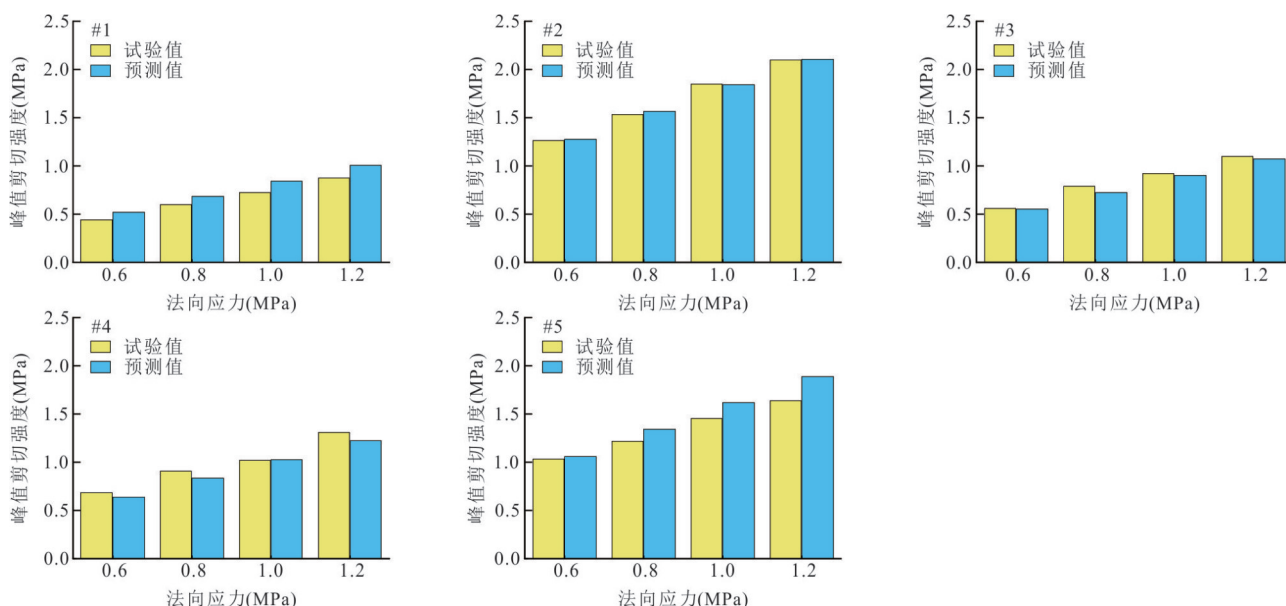


图 15 Wu *et al.* (2018) 的试验剪切强度与新公式预测值的对比

Fig. 15 Comparison between experimental shear strengths of Wu *et al.* (2018) and predicted values by the new criterion

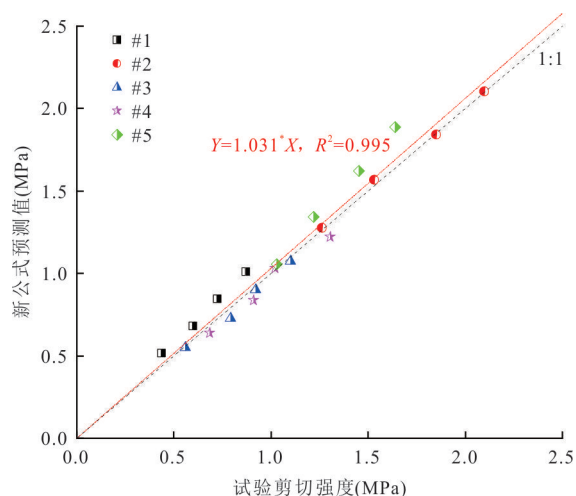


图 16 Wu *et al.*(2018)的试验剪切强度与新公式预测值的相关性

Fig. 16 Correlation between experimental shear strengths of Wu *et al.* (2018) and predicted values by the new criterion

公式还需更多异性岩石结构面的剪切试验结果来进一步验证和完善。

4 结论

通过对粗糙异性结构面峰值剪切强度特性的研究,得出如下结论:

(1)引入“壁岩强度组合系数 λ ”来综合量化壁岩石的抗压强度和基本摩擦角对异性结构面峰值剪切强度的影响, λ 越大,壁岩强度特征的差异越大.异性结构面剪切应力曲线变化特征与同性结构面基本类似;峰值剪切强度随 λ 的增加而降低,降低程度主要受结构面粗糙度控制,与法向应力关系不明显。

(2)采用幂函数关系式拟合异性岩石结构面的峰值摩擦角与 λ 间的关系,提出了考虑壁岩强度组合特征的峰值摩擦角公式,进一步建立了含三维粗糙参数的异性岩石结构面峰值剪切强度公式,新公式能较好地估算异性岩石结构面的峰值剪切强度。

(3)利用三峡库区天然粗糙异性岩石结构面的剪切试验结果对新公式做了进一步验证,峰值剪切强度的预测与试验值具有较好的一致性;讨论了新公式的优缺点并明确了其适用范围,需指出的是,新公式还需更多剪切试验结果来进一步验证和完善。

References

- Asadollahi, P., Tonon, F., 2010. Constitutive Model for Rock Fractures: Revisiting Barton's Empirical Model. *Engineering Geology*, 113(1/2/3/4): 11–32. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2010.01.007>
- Alejano, L. R., Muralha, J., Ulusay, R., et al., 2018. ISRM Suggested Method for Determining the Basic Friction Angle of Planar Rock Surfaces by Means of Tilt Tests. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 51(12): 3853–3859. <https://doi.org/10.1007/s00603-018-1627-6>
- Ban, L. R., Qi, C. Z., Chen, H. X., et al., 2020. A New Criterion for Peak Shear Strength of Rock Joints with a 3D Roughness Parameter. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 53(4): 1755–1775. <https://doi.org/10.1007/s00603-019-02007-z>
- Bandis, S.C., Lumsden, A.C., Barton, N.R., 1983. Fundamentals of Rock Joint Deformation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 20(6): 249–268. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(83\)90595-8](https://doi.org/10.1016/0148-9062(83)90595-8)
- Barton, N., Choubey, V., 1977. The Shear Strength of Rock Joints in Theory and Practice. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 10(1–2): 1–54. <https://doi.org/10.1007/bf01261801>
- Barton, N., 1973. Review of a New Shear Strength Criterion for Rock Joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 11(11): A220. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(74\)90491-4](https://doi.org/10.1016/0148-9062(74)90491-4)
- Beer, A. J., Stead, D., Coggan, J. S., 2002. Technical Note Estimation of the Joint Roughness Coefficient (JRC) by Visual Comparison. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 35(1): 65–74. <https://doi.org/10.1007/s006030200009>
- Chen, X., Zeng, Y. W., Ye, Y., et al., 2021. A Simplified Form of Grasselli's 3D Roughness Measure $\Theta \cdot \max/(C + 1)$. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 54(8): 4329–4346. <https://doi.org/10.1007/s00603-021-02512-0>
- Fan, X., Deng, Z.Y., Cui, Z.M., et al., 2021. A New Peak Shear Strength Model for Soft-Hard Joint. *Rock and Soil Mechanics*, 42(7): 1861–1870 (in Chinese with English abstract).
- Grasselli, G., Wirth, J., Egger, P., 2002. Quantitative Three-Dimensional Description of a Rough Surface and Parameter Evolution with Shearing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39(6): 789–800. [https://doi.org/10.1016/s1365-1609\(2\)00070-9](https://doi.org/10.1016/s1365-1609(2)00070-9)
- Grasselli, G., Egger, P., 2003. Constitutive Law for the Shear Strength of Rock Joints Based on Three-Dimensional

- Surface Parameters. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(1): 25—40. [https://doi.org/10.1016/s1365-1609\(2\)00101-6](https://doi.org/10.1016/s1365-1609(2)00101-6)
- Ghazvinian, A. H., Taghichian, A., Hashemi, M., et al., 2010. The Shear Behavior of Bedding Planes of Weakness between Two Different Rock Types with High Strength Difference. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 43(1): 69—87. <https://doi.org/10.1007/s00603-009-0030-8>
- He, J.M., Wu, G., 1994. The Criterion For Shear Strength of Discontinuities with Different Rock Properties in Rock Mass. *Journal of Chongqing University*, 17(2): 105—110 (in Chinese with English abstract).
- Homand, F., Belem, T., Souley, M., 2001. Friction and Degradation of Rock Joint Surfaces under Shear Loads. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25(10): 973—999. <https://doi.org/10.1002/nag.163.abs>
- Hong, E. S., Lee, J. S., Lee, I. M., 2008. Underestimation of Roughness in Rough Rock Joints. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(11): 1385—1403. <https://doi.org/10.1002/nag.678>
- Jang, H. S., Kang, S. S., Jang, B. A., 2014. Determination of Joint Roughness Coefficients Using Roughness Parameters. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(6): 2061—2073. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0535-z>
- Jing, L.L., Wei, Y.F., 2020. Calculation Model for the Shear Strength of Soft-Hard Joints Based on Three-Dimensional Morphology and Dilatancy Effect. *Engineering Mechanics*, 37(12): 180—190 (in Chinese with English abstract).
- Kulatilake, P. H. S. W., Shou, G., Huang, T. H., et al., 1995. New Peak Shear Strength Criteria for Anisotropic Rock Joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 32(7): 673—697. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(95\)00022-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(95)00022-9)
- Kang, J.T., Wu, Q., Tang, H.M., et al., 2019. Strength Degradation Mechanism of Soft and Hard Interbedded Rock Masses of Badong Formation Caused by Rock/Discontinuity Degradation. *Earth Science*, 44(11): 3950—3960 (in Chinese with English abstract).
- Li, Y. C., Tang, C., Li, D. Q., et al., 2020. A New Shear Strength Criterion of Three-Dimensional Rock Joints. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 53(3): 1477—1483. <https://doi.org/10.1007/s00603-019-01976-5>
- Liu, Q. S., Tian, Y. C., Liu, D. F., et al., 2017. Updates to JRC-JCS Model for Estimating the Peak Shear Strength of Rock Joints Based on Quantified Surface Description. *Engineering Geology*, 228(1): 282—300. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.08.020>
- Patton, F.D., 1996. Multiple Modes of Shear Failure in Rock. In: Proceedings of the 1st Congress of International Society of Rock Mechanics, Lisbon, 509—513.
- Song, L.B., Jiang, Q., Li, Y.H., et al., 2017. Improved JRC-JCS Shear Strength Formula for Soft-Hard Natural Joints. *Rock and Soil Mechanics*, 38(10): 2789—2798 (in Chinese with English abstract).
- Tang, H.M., Ma, S.Z., Liu, Y.R., et al., 2002. Stability and Control Measures of Zhaoshuling Landslide, Badong County, Three Gorges Reservoir. *Earth Science*, 27(5): 621—625 (in Chinese with English abstract).
- Tang, H. M., Wasowski, J., Juang, C. H., 2019. Geohazards in the Three Gorges Reservoir Area, China :Lessons Learned from Decades of Research. *Engineering Geology*, 261(1): 105267. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105267>
- Tang, Z.C., Xia, C.C., Song, Y.L., et al., 2012. Discussion about Grasselli's Peak Shear Strength Criterion for Rock Joints. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 31(2): 356—364 (in Chinese with English abstract).
- Tang, Z. C., Zhang, Z. F., Zuo, C. Q., et al., 2021. Peak Shear Strength Criterion for Mismatched Rock Joints: Revisiting JRC-JMC Criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 147(2): 104894. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2021.104894>
- Tang, Z. C., Wong, L. N. Y., 2016. New Criterion for Evaluating the Peak Shear Strength of Rock Joints under Different Contact States. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(4): 1191—1199. <https://doi.org/10.1007/s00603-015-0811-1>
- Tatone, B. S. A., Grasselli, G., 2009. A Method to Evaluate the Three-Dimensional Roughness of Fracture Surfaces in Brittle Geomaterials. *Review of Scientific Instruments*, 80(12): 125110. <https://doi.org/10.1063/1.3266964>
- Tatone, B. S. A., Grasselli, G., 2010. A New 2D Discontinuity Roughness Parameter and its Correlation with JRC. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(8): 1391—1400. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.06.006>
- Tian, Y. C., Liu, Q. S., Liu, D. F., et al., 2018. Updates to Grasselli's Peak Shear Strength Model. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 51(7): 2115—2133. <https://doi.org/10.1007/s00603-018-1469-2>
- Wu, Q., Xu, Y. J., Tang, H. M., et al., 2018. Investigation on the Shear Properties of Discontinuities at the Interface between Different Rock Types in the Badong Formation, China. *Engineering Geology*, 245(4): 280—291. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.09.002>

- Wu, Q., Jiang, Y. F., Tang, H. M., et al., 2020. Experimental and Numerical Studies on the Evolution of Shear Behaviour and Damage of Natural Discontinuities at the Interface between Different Rock Types. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 53(8): 3721–3744. <https://doi.org/10.1007/s00603-020-02129-9>
- Xu, D. P., Feng, X. T., Cui, Y. J., 2012. A Simple Shear Strength Model for Interlayer Shear Weakness Zone. *Engineering Geology*, 147–148(4): 114–123. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.07.016>
- Xia, C. C., Tang, Z. C., Xiao, W. M., et al., 2014. New Peak Shear Strength Criterion of Rock Joints Based on Quantified Surface Description. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(2): 387–400. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0395-6>
- Yang, J., Rong, G., Hou, D., et al., 2016. Experimental Study on Peak Shear Strength Criterion for Rock Joints. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(3): 821–835. <https://doi.org/10.1007/s00603-015-0791-1>
- Zhao, J., 1997. Joint Surface Matching and Shear Strength Part B: JRC - JMC Shear Strength Criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(2): 179–185. [https://doi.org/10.1016/s0148-9062\(96\)00063-0](https://doi.org/10.1016/s0148-9062(96)00063-0)
- Zhao, Y. L., Zhang, L. Y., Wang, W. J., et al., 2020. Experimental Study on Shear Behavior and a Revised Shear Strength Model for Infilled Rock Joints. *International Journal of Geomechanics*, 20(9): 4020141. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0001781](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0001781)
- Zhang, Y. H., Wang, D. J., Tang, H. M., et al., 2016. Study of Shear Strength Characteristics of Heterogeneous Discontinuities Using PFC2D Simulation. *Rock and Soil Mechanics*, 37(4): 1031–1041 (in Chinese with English abstract).

中文参考文献

- 范祥, 邓志颖, 崔志猛, 等, 2021. 一种新的软—硬节理峰值剪切强度模型. *岩土力学*, 42(7): 1861–1870.
- 贺建明, 吴刚, 1994. 岩体异性结构面的抗剪强度准则. *重庆大学学报*, 17(2): 105–110.
- 金磊磊, 魏玉峰, 2020. 基于三维形貌和剪胀效应的软—硬节理抗剪强度模型. *工程力学*, 37(12): 180–190.
- 亢金涛, 吴琼, 唐辉明, 等, 2019. 岩石/结构面劣化导致巴东组软硬互层岩体强度劣化的作用机制. *地球科学*, 44(11): 3950–3960.
- 宋磊博, 江权, 李元辉, 等, 2017. 软—硬自然节理的改进 JRC-JCS 剪切强度公式. *岩土力学*, 38(10): 2789–2798.
- 唐辉明, 马淑芝, 刘佑荣, 等, 2002. 三峡工程库区巴东县赵树岭滑坡稳定性与防治对策研究. *地球科学*, 27(5): 621–625.
- 唐志成, 夏才初, 宋英龙, 等, 2012. Grasselli 节理峰值抗剪强度公式再探. *岩石力学与工程学报*, 31(2): 356–364.
- 张雅慧, 汪丁建, 唐辉明, 等, 2016. 基于 PFC2D 数值试验的异性结构面剪切强度特性研究. *岩土力学*, 37(4): 1031–1041.