

<https://doi.org/10.3799/dqkx.2025.188>



基于离散元的冻融循环作用下根土复合体抗剪特性研究

石振明¹, 朱鑫¹, 刘毛毛^{1*}, 何光尧², 夏成志¹

1. 同济大学土木工程学院, 上海 200092

2. 四川省公路规划勘察设计研究院有限公司, 四川成都 610041

摘要: 为探究冻融循环下草本植物根系土抗剪性能及细观损伤机制, 以狼尾草根土复合体为对象, 构建了典型的三维根系模型, 通过离散元方法模拟水-冰颗粒相变膨胀效应来表征冻融损伤过程, 并基于室内试验数据标定了根土复合体三维直接剪切数值模型, 系统探究了冻融循环次数、剪切速率以及法向荷载对根土复合体剪切强度、损伤机制和根土复合体抗剪协同作用机制的影响。研究发现: (1) 根系的加入可以显著提升土体的抗剪强度, 而竖直根系的锚固作用在其中起到了主要作用, 须根可进一步增强三维加筋效应; (2) 剪切峰值强度和加载速率与法向荷载呈正相关, 但二者对冻融损伤造成土体抗剪强度衰减的内在规律影响较小; (3) 冻融损伤主要体现在冻融进程中相变产生体积变化破坏试样颗粒粘结, 降低剪切过程中根土间作用力, 进而削弱其抗剪性能。研究结果揭示了植物根系固土与冻融循环的相互作用机制, 为寒区边坡工程的生态加固设计提供了参考依据, 特别在极端冻融循环工况下具有重要工程指导价值。

关键词: 离散元; 根土复合体; 冻融循环; 直接剪切; 工程地质学。

中图分类号: P642

文章编号: 1000-2383(2025)10-3761-15

收稿日期: 2025-06-30

Research on Shear Resistance of Rooted Soil under Freeze-Thaw Cycles Based on DEM

Shi Zhenming¹, Zhu Xin¹, Liu Maomao^{1*}, He Guangyao², Xia Chengzhi¹

1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

2. Sichuan Highway Planning, Survey, Design and Research Institute Ltd., Chengdu 610041, China

Abstract: To investigate the shear resistance performance and meso-damage mechanisms of herbaceous plant root-soil systems under freeze-thaw cycles, this study focused on wolfsbane root-soil composites. A representative three-dimensional root system model was constructed. The freeze-thaw damage process was characterized by simulating the expansion effect of water-ice particle phase transformation using the discrete element method (DEM). A three-dimensional direct shear numerical model for the root-soil composite was calibrated based on indoor experimental data. The study systematically investigated the influence of freeze-thaw cycle count, shear rate, and normal load on the shear strength, damage mechanisms, and synergistic shear-resistance mechanism of the root-soil composite. The research findings revealed that: (1) The incorporation of roots significantly enhances the shear strength of the soil, with the anchoring effect of vertical roots playing a primary role. Fibrous roots can further augment the three-dimensional reinforcement effect. (2) Loading rate exhibits a positive correlation with both normal load and peak shear strength.

基金项目: 国家重点研发计划项目(No. 2023YFC3008300); 国家自然科学基金—博士生基础研究项目(No. 424B2055).

作者简介: 石振明(1968—), 男, 教授, 博士, 主要从事地质灾害与防治技术方面研究工作. ORCID: 0009-0003-4124-2911. E-mail: shi_tongji@tongji.edu.cn

*** 通讯作者:** 刘毛毛(1996—), 男, 博士研究生, 从事边坡地质灾害研究. E-mail: 2210054@tongji.edu.cn

引用格式: 石振明, 朱鑫, 刘毛毛, 何光尧, 夏成志, 2025. 基于离散元的冻融循环作用下根土复合体抗剪特性研究. 地球科学, 50(10): 3761—3775.

Citation: Shi Zhenming, Zhu Xin, Liu Maomao, He Guangyao, Xia Chengzhi, 2025. Research on Shear Resistance of Rooted Soil under Freeze-Thaw Cycles Based on DEM. *Earth Science*, 50(10): 3761—3775.

However, its impact on the intrinsic pattern of shear strength degradation caused by freeze-thaw damage is relatively minor. (3) Freeze-thaw damage primarily manifests as the deterioration of particle bonding within the specimen, induced by volumetric changes during phase transitions in the freeze-thaw process. This leads to a reduction in interfacial forces between roots and soil during shear, thereby diminishing the soil's shear strength. The results elucidate the interaction mechanism between plant root soil reinforcement and freeze-thaw cycles. They provide a reference basis for the eco-reinforcement design of slope engineering in cold regions, offering significant engineering guidance significance, notably under extreme freeze-thaw scenarios.

Key words: discrete elements; root-soil complex; freeze-thaw cycle; direct shear; engineering geology.

0 引言

近年来,“一带一路”倡议与西部地区高质量发展战略的深入实施,推动了青藏高原一系列重大铁路、高速公路等基础设施的规划与建设,然而该区域极端的地质环境条件(如高寒高海拔、构造活跃、冻土分布广、生态脆弱等)使这些工程面临着一系列复杂工程地质问题与地质灾害风险(彭建兵等, 2023).在此背景下,植被护坡作为一种环境友好且可持续的生态工程措施,在寒区边坡工程的应用日益广泛(Oorthuis *et al.*, 2021; 范昕然和王海琳, 2023),其核心作用机制在于根系通过浅层根系的土体加筋效应和深层根系的锚固效应(杨文辉等, 2020),显著增强土体抗侵蚀能力与抗剪强度,从而有效提升土体整体稳定性(Zhu *et al.*, 2022; Zhou *et al.*, 2023).

然而,冻融循环作为寒区工程地质环境典型的周期性扰动因素(汤明高等, 2022; 田森等, 2024),对土体结构会产生显著的损伤效应,其通过改变土体的内部结构,使得孔隙比、细颗粒比重、以及密度等物理量产生变化(Xu *et al.*, 2018; Zhang *et al.*, 2023),进而影响土体粘聚力与内摩擦角(包卫星等, 2024),从而导致土体抗剪性能下降(郎瑞卿等, 2024),造成岩土体失稳破坏.尽管已有研究表明植物根系能有效减缓冻融造成的强度衰减,即通过改变土体含水率和基质吸力,减轻冻融循环期间土体沉降和开裂的不利影响(Musa *et al.*, 2016),并且研究发现冻融循环并未导致根系显著断裂,基本未削弱根系对土壤的稳固能力(Song *et al.*, 2025);同时植被能够显著降低土壤崩解速率(Zhang *et al.*, 2024),提升冻融后边坡土体的抗侵蚀能力(Terzaghi *et al.*, 2025).现有研究多着眼于冻融循环下根土复合体的宏观力学行为,对根土复合体剪切强度的劣化规律及其内在细观机制尚不清晰,严重制约了寒区植物护坡工程的科学设计与性能预测.

随着计算机性能不断提高以及相关数值算法

的发展,数值模拟越来越多地应用于岩土体力学特性研究中(刘毛毛等, 2024),逐渐成为探究根土复合体在复杂环境下力学行为的有力工具.现有的研究已在岩土体的冻融循环损伤模拟和根土复合体力学特性分析方面取得许多成果.宋勇军等(2023)提出水冰颗粒相变耦合膨胀方法,结合颗粒离散元实现了岩石冻融过程模拟,探讨了冻融岩石受载破裂过程;Yu *et al.*(2024)建立了一种改进的离散元冻融损伤机制数值模型;Liu *et al.*(2024)利用有限元模拟了冻融对根土复合体抗剪强度的影响并提出了强度预测方程;Huang *et al.*(2023)通过二维离散元法(DEM)揭示了根系含量对剪切带形成的影响;Wang *et al.*(2024)结合试验与FLAC3D模拟,量化了围压、植被覆盖率及冻融次数对根土复合体力学性质的影响;Song *et al.*(2024)则采用CFD-DEM耦合方法模拟了强降雨下二维根系形态对边坡稳定性的加固机理.但对于根土复合体所进行的数值模拟现有研究上大多采用简化的根系构型(二维或忽略须根系统),与实际根系情况存在一定差异,难以充分表征具备发达须根系统草本植物的三维空间加筋效应(嵇晓雷和杨平, 2013; 嵇晓雷, 2020).综上所述,现有研究对冻融循环下发育须根的根土复合体剪切损伤演化、强度衰减规律及其根系加固耦合作用的细观机理研究尚有不足.

因此,亟需构建更符合实际根系形态的三维根系模型,并建立能表征根土复合体冻融细观损伤过程的数值模拟方法.基于此,本研究以狼尾草为试验植株,通过室内冻融循环试验与直接剪切试验,结合离散元数值模拟方法,建立三维根土复合体数值模型,模拟水-冰颗粒相变膨胀效应以表征冻融损伤过程,研究冻融循环次数、法向荷载及剪切速率对根土复合体抗剪强度、损伤特性及根-土协同作用机制的影响规律,从细观尺度表征冻融循环下土颗粒与根系相互作用下根土复合体的剪切损伤与强化机理,研究成果可为寒区生态护坡工程的韧

性设计与长期稳定性评估提供理论支撑。

1 试样制备与室内试验

1.1 样品采集与试样制备

本研究采用的土样采集自南京市某大学校内天然斜坡(31°53′14″N,118°49′15″E),土体样品位于地表以下 0.5 m 深.植物样本为狼尾草,该物种具有发达的须根系统,在固土和防治水土侵蚀方面展现出良好效应,整个试验过程如图 1 所示.土体物理力学性质的测定严格遵循 ASTM 规范体系,依据 ASTM D7928-21 测定最佳含水率,ASTM D4318-17 测定液限、塑限及塑性指数,同时根据 ASTM D2487-17 统一土体分类标准,研究用土样判定为粉质黏土,具体物理力学参数详见表 1.

植物根系样本采集方法按照 Böhm(1979)的“根参数及其测量”进行,通过精细挖掘完整保留根系结构特征.采集完成后使用去离子水清洗去除附着颗粒,随后采用真空冷冻处理保持根系活性与稳定.使用 AYN 根系图像扫描仪和根系图像分析系统(DJ-3010,CAN)对根系的形态特征进行了精确测量和分析,基于 Meng *et al.*(2020)开发的重构算法提取根系空间分布参数,最终获取的根系形态学特征参数如表 2 所示.

剪切试样制备分为 3 个阶段,首先进行土样处理,用 2 mm 的筛网筛去大颗粒土和杂质,并在 105 °C 的恒温条件下持续干燥土样约 12 h 后,再次

过筛;随后在土体上喷洒蒸馏水,保证水分均匀,达到最佳含水率 17%,并密封湿润 24 h. 然后进行截取根系,选择占比最多的 1~1.5 mm 直径的根系,根据试验模具尺寸(直径 62.8 mm、高 20 mm 的切割环)将根系的长度确定为 15 mm;最后进行试样制备,在制样器中加入一半的土体,压实下层土体以保证

表 1 土的基本物理性质

Table 1 Basic physical properties of soil

材料特性	数值
比重	2.72
塑限(W_p , %)	16.5
液限(W_L , %)	31.7
塑性指数(I_p)	15.6
最佳含水率(%)	17
最大干密度(kg/m^3)	1 790
土样类型	粉质黏土

表 2 根系基本特征

Table 2 Basic properties of the root system

根系直径范围 (mm)	总长度 (mm)	总表面积 (cm^2)	总体积 (cm^3)	相对含量 (%)
0~0.5	319.11	15.67	0.10	3.90
0.5~1.0	111.21	26.76	0.53	20.40
1.0~1.5	122.65	46.42	1.41	54.40
1.5~2.0	17.65	9.29	0.39	15.00
2.0~2.5	3.54	2.42	0.13	5.10
2.5~3.0	0.45	0.40	0.03	1.20

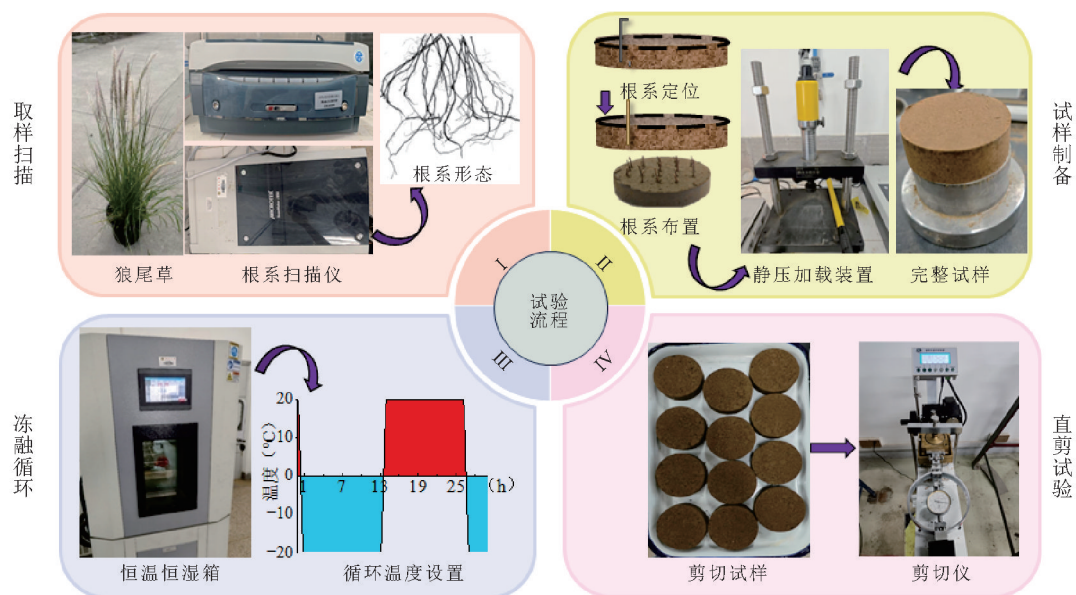


图 1 试验流程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the test process

土体的高度为环形切割器高度的 1/2,并刮平表面,控制根系角度将其垂直插入每个试样的下层土体中,然后将上层土体覆盖并压实,完成制样.经测定试样中土体的干密度为 1.61 g/cm^3 ,压实度为 90%.

1.2 室内试验

冻融循环使用 GDS-150 恒温恒湿箱进行,该过程包括两个阶段:首先,将试样利用保鲜膜密封放置在 -20°C 的温度下冷冻 12 h,以确保完全冻结;然后,将温度升至 20°C 再放置 12 h,确保完全解冻,这一过程构成一次冻融循环(Sadeghi *et al.*, 2018).已有研究表明,土体样本强度的最显著降低发生在最初的冻融循环期间,5~10 个循环后趋于稳定(Liu *et al.*, 2024).因此,本研究将冻融循环最大次数设置为 10 次.

在完成相应的冻融处理后,确保试样在 ZJ-D 应变控制剪切仪中正确定位,控制试样在 100 kPa 的法向应力水平下进行排水快速直接剪切试验.剪切速率设置为 0.8 mm/min ($0.000\ 013 \text{ m/s}$),当达到最大剪切强度并趋于稳定,或累积应变达到样品直径的 10% (剪切位移 6 mm) 时,试验终止,峰值强度和相应的破坏应变根据测量环读数和位移记录中的应力—位移曲线确定.

室内排水快速直接剪切试验考虑了两种根系情况(素土、 90° 布根),5 种冻融循环情况(0、1、3、5 和 10 次循环).为确保试验结果客观可靠,两个系列的每种条件都制备了 3 组平行试样.

2 冻融模拟及数值模型建立

2.1 冻融循环模拟实现

冻融过程会改变土体结构,导致土体疏松和整体强度降低(Xu *et al.*, 2018; Zhang *et al.*, 2023),增强土体的导水性并诱发开裂,最终使土块破碎并形成松散结构(Jamshidi *et al.*, 2015; Cai *et al.*, 2021; Li *et al.*, 2021).

基于以上研究,本文采用水冰颗粒相变膨胀法对土的冻融过程进行模拟(宋勇军等, 2023; Sun *et al.*, 2024; 刘佳诺等, 2024),利用颗粒离散元法进行仿真分析,并进行了如下假设:

(1) 根土复合体试样由根系颗粒、土颗粒及水颗粒共同组成;

(2) 在冻融过程中,仅水颗粒的体积会发生变化,其余颗粒的粒径保持不变,且假定冻融循环中水颗粒的冻结与融化过程是同步完成;

(3) 试样内部各部分的温度变化具有一致性.

冻融循环过程关键控制方程如下:

(1) 孔隙水颗粒半径膨胀量(u_v):

$$u_v = r_0 \frac{p_i}{E_m} \frac{[1 + V_m + 2(1 - 2V_m)n]}{2(1 - n)}, \quad (1)$$

$$p_i = \frac{0.029}{\frac{1}{E_m} \frac{1 + 2n + (1 - 4n)V_m}{2(1 - n)} + 1.029 \frac{1 - 2V_i}{E_i}}, \quad (2)$$

式中: r_0 为初始或上一轮循环结束时颗粒半径, E_m 、 V_m ; E_i 、 V_i 分别为土体和孔隙冰的弹性模量和泊松比, n 为土体孔隙率, p_i 为土体孔隙冰压力.

(2) 单个孔隙水颗粒相变转换为冰颗粒后的体积(V):

$$V = \frac{4}{3} \pi (r_0 + u_v)^3 = V_0 + V_1, \quad (3)$$

式中: V_0 为水颗粒初始体积, V_1 为水颗粒膨胀增加体积.

(3) 冻结过程中水颗粒体积(V_t):

$$V_t = V_0 + (1 - w_u) V_1, \quad (4)$$

$$w_u = 1 - \left[1 + 0.139 \left(\frac{1}{T} \right)^{\frac{1}{3}} \ln \left(\frac{1 + e^{0.268T}}{2} \right) \right] (1 - e^{0.268T}), \quad (5)$$

式中: w_u 为未冻结含水率, T 为发生冻结时的温度.

在冻结阶段,系统遍历所有孔隙水颗粒并执行上述体积膨胀算法,膨胀过程导致相邻颗粒体系产生几何干涉,继而引发膨胀应力形成与累积.膨胀应力通过颗粒接触网络向土骨架内部传递,当局部接触力超过颗粒间胶结强度时,胶结键将产生断裂,实现微裂纹的萌生与扩展,从而完整表征冻胀损伤机制,如图 2 所示.

进入融化阶段后,冰相颗粒转化为液相,其体积恢复至基准状态.由于冻融循环对于土体性能破坏是递增性的,为了在下一次循环中同样的水冰相变体积膨胀可以进一步使得土体产生损伤,需执行

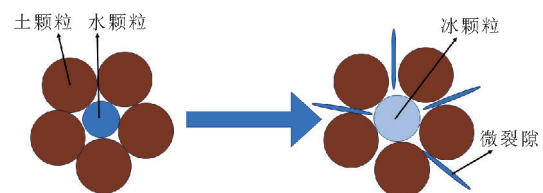


图 2 冻融损伤破坏示意图

Fig. 2 Schematic diagram of freeze-thaw damage

水分补偿算法,对所有水相颗粒进行二次体积调整,通过多次进行参数试算拟合冻融损伤曲线,最终确定令原水颗粒总体积 V_0 增大至 1.04 倍,即最优补偿量为 $0.04V_0$,该补偿量作为后续冻融的初始孔隙水体积参数,保证后续冻融算法可以进一步对模拟试样造成相应损伤.通过上述冻结—融化—补偿的循环迭代计算,可以较好地实现多周期冻融作用下土体结构损伤累积过程的动态模拟.

2.2 根土复合体数值模型建立

平行粘结模型(Linear Parallel Bond Model)通过模拟颗粒间胶结作用力与力矩传递机制(Potyyondy and Cundall, 2004),能够有效表征粉质黏土的粘聚特性与结构损伤演化规律,所以本研究利用该模型作为试样内部各组分颗粒间的接触模型.颗粒与试样盒接触的采用线性接触模型(Linear Model).

初始标定模型设置按照实际试验试样大小进行设置,为高 20 mm、直径 62.8 mm 的标准圆柱直剪试样.土颗粒最小粒径为 1.6 mm,最大粒径为 2.0 mm;水颗粒最小粒径为 0.5 mm,最大粒径为 0.7 mm.由根系扫描图(图 1)可见,狼尾草植株根系以主根为轴,其上均不同程度地发育须根,须根与主根夹角范围不一.为平衡模型真实性与计算效率,对根系形态做如下简化:采用室内试验选取竖直根系作为主根,保留其几何特征(直径、长度与实测一致),每根主根均匀布设 6 根须根,与主根夹角设为 45° .根系颗粒采用柔性簇方式生成,粒径为 1 mm.最终生成的直剪试样模型含土颗粒 13 611 个、水颗粒 38 294 个、根系颗粒 900 个,图 3 为生成的模型示意图.

2.3 微观参数标定

根据直剪试验真实情况,试样是由土颗粒骨架来承担剪切作用,所以在进行最后的剪切加载前,将所有水颗粒删除,以保证试样力学性能的准确性.基于“试错法”连续迭代调整微观参数(Hoseinian *et al.*, 2022),使直剪试验数值模拟获得的结果与室内试验所获的宏观力学参数较好吻合.为确保微裂隙仅在土骨架区域产生,不干扰后续监测,将水颗粒之间以及与其他颗粒的粘结强度值均设置为足够大(Zheng *et al.*, 2025).模型通过模拟冻融循环下直剪试验进行验证,结合室内冻融循环直剪试验结果,对直剪试验结果进行剪应力位移曲线的校准,并对不同循环次数下素土和 90° 布根工况冻融后

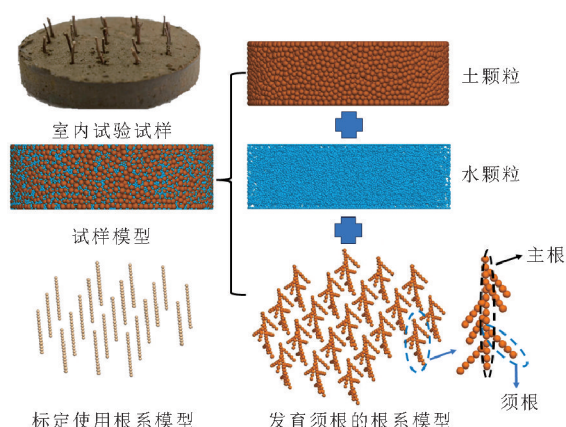


图 3 根土复合体数值模型示意图

Fig. 3 Schematic of the numerical model of root-soil complex

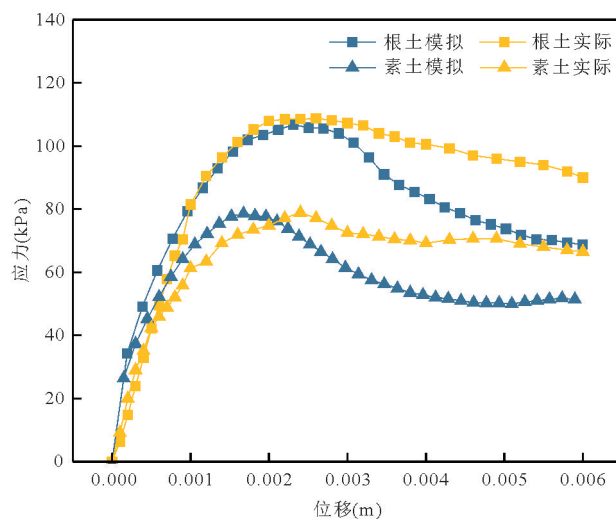


图 4 试验与数值剪切应力—位移曲线对比

Fig. 4 Comparison of experimental and numerical shear stress-displacement curves

峰值强度变化趋势进行了对比,数值模拟结果与试验结果较为吻合,如图 4 和图 5 所示.为了进一步验证冻融算法的有效性,通过对比图 6 未冻融状态及 10 次冻融循环后素土试样 Z-Y 剖面的孔隙率分布云图可以发现,冻融循环使得素土试样的孔隙率呈现一定程度的增加.在原有孔隙较大的位置,包含较多的孔隙水,水—冰相变所产生的体积膨胀效应反复作用于土体结构,导致原有孔隙结构改变,孔隙率增大,而这种增大趋势,符合冻融循环对土体孔隙结构变化的作用机制与结果.基于以上研究结果,最终确定数值模型的细观物理力学参数,详见表 3 与表 4.

2.4 工况设置

从图 7 的力学响应特征可知,植物根系的加入可显著提升土体抗剪强度,竖直根系试样较素土试样强度提升约 34.2%~50.3%,发育须根根系模型与纯竖直根系模型相比,发育须根的三维根系模型对土体强度的增强效应更突出,较竖直根系多提升了 5%~10%,与须根对土体骨架构成的三维加

筋作用机制相契合.因此在室内试验基础上,兼顾数值模拟的优势与效率,基于构建简化的发育须根的三维根系模型(图 3),考虑不同法向荷载、冻融循环次数及加载速率的影响,开展三维根土复合体直接剪切数值模拟,探究冻融循环条件下发育须根的植物根系根土复合体的抗剪性能变化及根系固土细观机理.具体数值模拟工况表如表 5 所示.

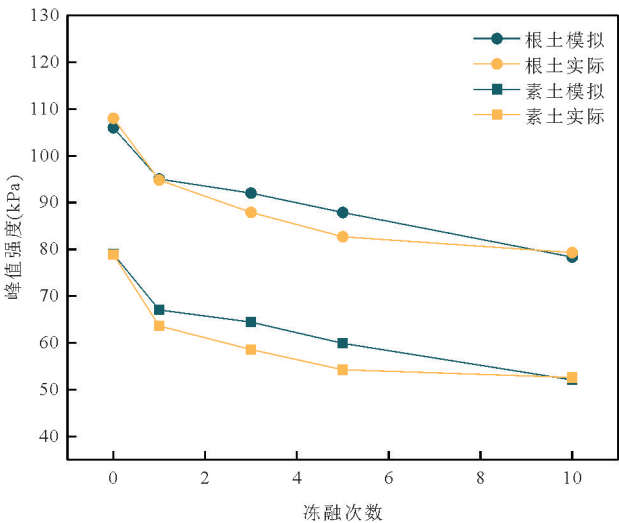


图 5 冻融下剪切峰值强度变化对比
Fig.5 Comparison of peak shear strength change under freeze-thaw

3 冻融循环下根土复合体抗剪力学特性

3.1 不同剪切速率力学特性分析

试样历经设定次数冻融循环后,采用不同法向

表 3 数值模型参数设置	
Table 3 Numerical model parameter settings	
参数	取值
土体密度(kg/m ³)	1 790
土颗粒最大粒径(mm)	2.0
土颗粒最小粒径(mm)	1.6
水密度(kg/m ³)	1 000
水颗粒最大粒径(mm)	0.7
水颗粒最小粒径(mm)	0.5
根密度(kg/m ³)	450
根半径(mm)	0.5

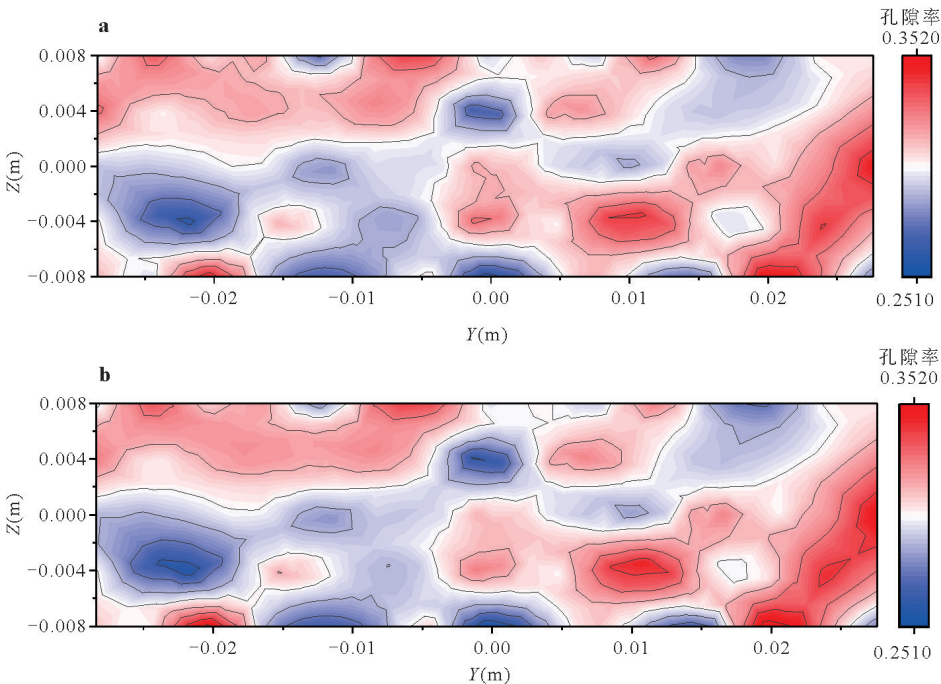


图 6 素土孔隙率变化云图
Fig.6 Cloud plot of change in porosity of vegetal soil
a. 冻融 0 次;b. 冻融 10 次

表 4 数值模型接触参数设置

Table 4 Numerical model contact parameter settings

颗粒接触	线性刚度 (N/m)	平行粘结刚度 (N/m)	法向切向 刚度比	摩擦 系数	颗粒间拉伸强度 (kPa)	颗粒间粘聚力 (kPa)
土-土	8e6	8e6	4.0	0.35	1.3e2	1.3e2
土-水	2e7	2e7	1.5	0.5	2e5	2e5
土-根	2e7	2e7	1.5	0.6	5e4	5e4
水-水	1e9	1e9	1.5	0.5	2e5	2e5
水-根	1e7	1e7	1.5	0.5	2e5	2e5
根-根	3.5e8	3.5e8	1.5	0.5	3e4	3e4

表 5 数值模拟试验工况设计表

Table 5 Design of numerical simulation test condition

试验对象	冻融次数	法向荷载 (kPa)	加载速率 (m/s)
发育须根的根土复合体	0,1,3,5,10	50	0.01,0.05,0.1,0.5
		100	
		200	
		300	

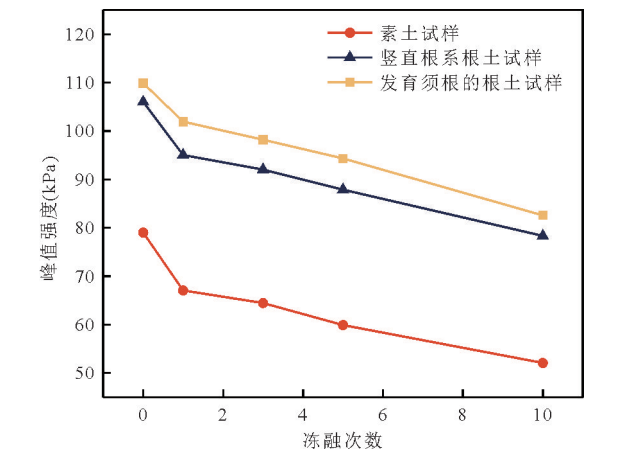


图 7 数值模拟冻融下剪切峰值强度示意图

Fig.7 Schematic diagram of peak shear strength under numerical simulation of freeze-thaw

荷载以及不同加载速率开展直剪试验,获取其抗剪强度,冻融循环作用下相同法向荷载下不同剪切速率剪切峰值强度变化如图 8 所示,通过对试验数据的分析可见,加载速率与峰值应力呈正相关关系;在较低剪切速率的 3 种工况下,试样最终的剪切强度之间差距不大,而 0.5 m/s 速率下剪切时,较 0.1 m/s 剪切强度有大幅提高.以冻融 5 次后各法向荷载下峰值强度变化为例,各工况下 0.5 m/s 相较于 0.1 m/s 的峰值强度提升了 9.2%~20.5%,而在 3 个较低的速率之间增幅均未超过 5%.这是因为 0.5 m/s 加载速率下,颗粒间黏结键来不及发生渐进破

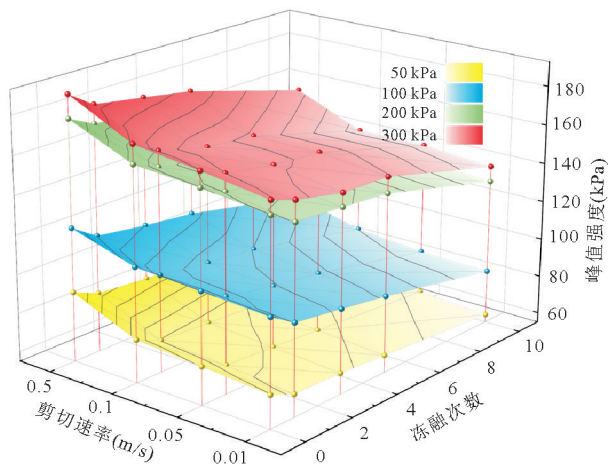


图 8 冻融循环作用后不同剪切速率下峰值强度变化

Fig. 8 Changes in peak strength at different shear rates after freeze-thaw cycles

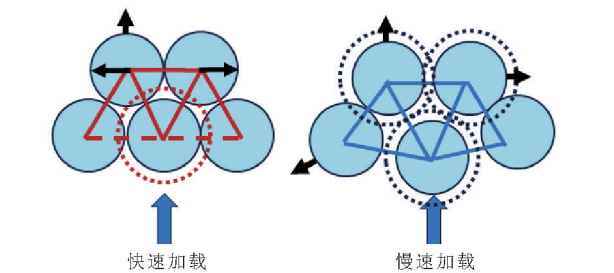


图 9 不同加载速率应力传递路径

Fig. 9 Stress transfer paths for different loading rates

坏,需更高应力才能整体断裂,而在另外 3 种加载速率下更慢的加载速率使得土体颗粒可以重新排列,内部结构充分调整(图 9),颗粒间摩擦力和咬合力及时释放,应力传递均匀,故强度差距小.

同时,可发现不同加载速率下冻融循环的作用规律呈现高度的一致性:无论加载速率怎样变化,峰值剪切应力均随冻融次数的增加呈现降低趋势,且整体走势趋近.这一试验现象可以说明,加载速

率不会对冻融循环作用于土体力学性质的内在机制造成破坏或产生本质性干扰,冻融循环对土体力学特性的作用规律具备相对独立性,加载速率仅在冻融循环既定的影响趋势框架内,调控峰值应力的绝对数值表现。

3.2 不同法向荷载力学特性分析

冻融循环作用下相同剪切速率下不同法向荷载峰值强度变化如图 10 所示,可以发现随着施加的法向荷载增大,峰值应力呈现不断提高的趋势,并且在不同的法向荷载下受冻融循环影响的试样峰值强度变化规律基本保持一致,峰值应力均随着冻融次数的增加而降低且走势趋同,这说明法向荷载本身的变化难以改变冻融循环对于土体力学性质的影响。

可以发现不同剪切速率下根土复合体试样强度在法向荷载从 50 增加到 200 kPa 时,峰值强度的提升是非常明显的,以 0.01 m/s 速率加载为例,法向荷载 50 kPa 到 100 kPa,冻融零次时峰值强度由 72 kPa 增加至 109 kPa,增幅 51.3%,法向荷载到 200 kPa 时,峰值强度为 157 kPa,增幅为 44% 而随着法向荷载从 200 kPa 提高至 300 kPa 时,试样峰值强度虽然仍有提升,但是提升幅度趋缓,仅增加了 5%,这表明在低应力状态下通过法向荷载的增加可以增大土体的密实度,从而通过提高试样内部的摩擦达成提升强度的目的,而在高应力时,土体密实度已经趋于极限(图 11),此时颗粒间孔隙率已经较低,进一步压缩的空间有限,法向应力增量对颗粒接触面积和咬合作用的提升效果也就有所减弱,同样增加 100 kPa,可见 200~300 kPa 孔隙率变化量比从 100 kPa 增加至 200 kPa 时更小,最终表现为抗剪强度增长速率显著下降。对比上一节,可见法向荷载的变化对根土复合体抗剪强度的影响更大,峰值强度的差异性更明显。

4 冻融循环下根土复合体细观损伤分析

4.1 冻融循环微裂隙分析

随着冻融循环的持续进行,尽管土颗粒间设置有一定的粘结强度,但内部土体骨架逐渐难以抵抗反复冻胀应力(源于孔隙水—冰相变引发的体积膨胀)造成的累积损伤效应,使得随着冻融循环的进行,模型中微裂隙持续上升。在离散元模拟中,粘结接触模型产生的微裂隙可分为张拉和剪切两类。

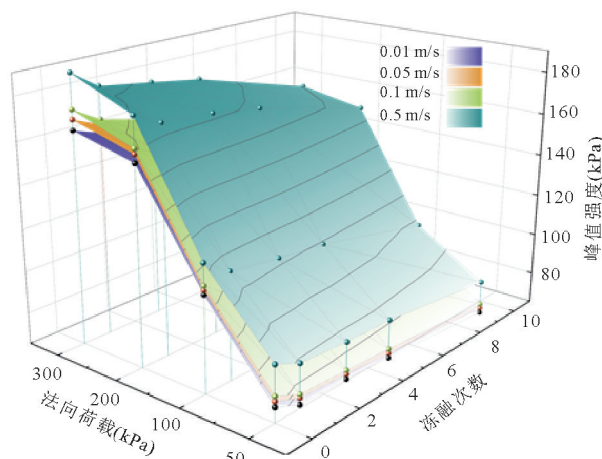


图 10 冻融循环作用后不同法向荷载下峰值强度变化
Fig. 10 Variation of peak strength under different normal loads after freeze-thaw cycles

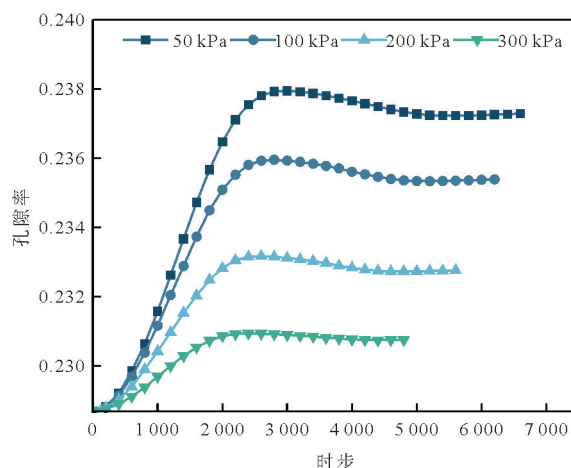


图 11 法向荷载施加过程中孔隙率变化
Fig. 11 Porosity changes during normal load application

判别时需对比破坏瞬间的法向应力与抗拉强度、剪切应力与抗剪强度,若拉应力的值大于抗拉强度,则判为张拉裂隙;若剪应力大于抗剪强度,则判为剪切裂隙。统计时通过 Fish 语言实时追踪接触破坏事件,记录坐标等参数,进而分析裂隙时空分布与数量演化。

通过对不同冻融循环次数根土复合体试样的微裂隙进行统计(图 12),可以看出,在任一冻融循环次数下,张拉微裂隙数量都远大于剪切裂隙数量,占据主导地位。这是因为孔隙水颗粒体积发生膨胀并产生冻胀应力,从而对周围的土骨架产生挤压,当冻结应力超过试样土体骨架的抗拉强度时,土骨架断裂产生张拉微裂隙。

对比根土复合体与素土试样冻融后的总裂隙数目(图 13)可见,在相同冻融循环次数下,根土复

合体的裂隙数量始终低于素土.发育须根的根系网络构成三维骨架有效约束了土颗粒位移,同时能够分担部分因孔隙水结冰膨胀产生的应力,从而减轻水冰相变对根土复合体体结构的破坏.

4.2 冻融后剪切过程微裂隙分析

为了研究冻融后剪切过程的微裂隙演变,系统统计了经不同冻融循环次数的试样,在多种剪切速率条件和法向荷载下剪切过程中不同种类微裂隙的产生情况,并对剪切裂隙、张拉裂隙与裂隙总数的生成规律进行相应分析.

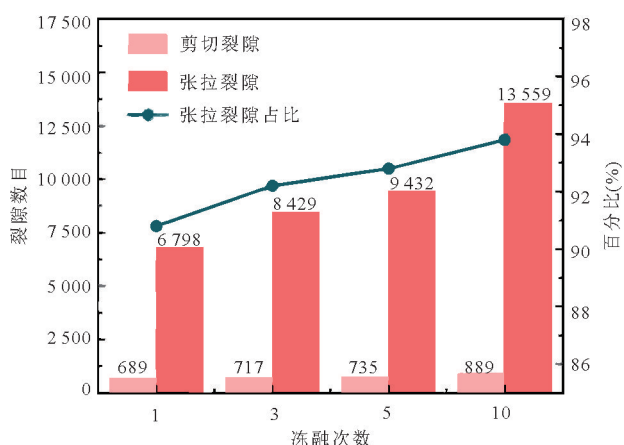


图 12 不同冻融次数后根土复合体中微裂隙数量占比

Fig.12 Percentage of microfractures in root-soil complexes after different freeze-thaw times

图 14 展示了冻融循环后以不同加载速率下,不同法向荷载进行剪切模拟的试样中剪切裂隙的发展情况,可以发现随着冻融循环次数的上升,试样在剪切过程中所产生的新剪切裂隙数目是随之下降的.在统一加载速率的情况下,不同法向荷载对裂隙生成也体现出一定影响,可以发现剪切裂隙生成数目与法向荷载大小呈现正相关的关系,剪切裂隙数目最大值均出现在 300 kPa 法向荷载条件下.

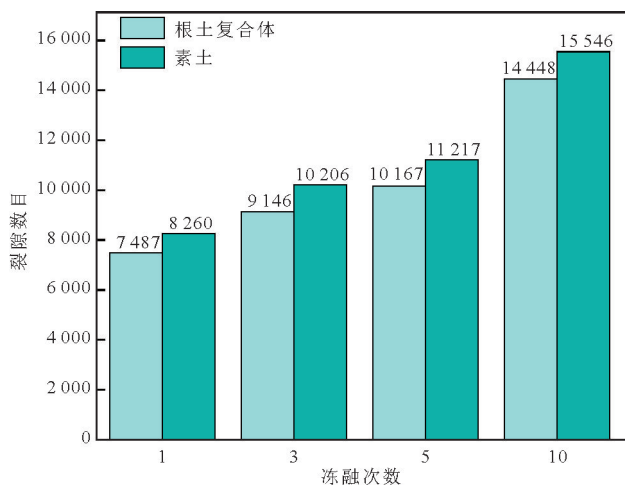


图 13 不同冻融次数后两类试样总裂隙数

Fig.13 Total number of fissures in the two types of specimens after different freeze-thaw times

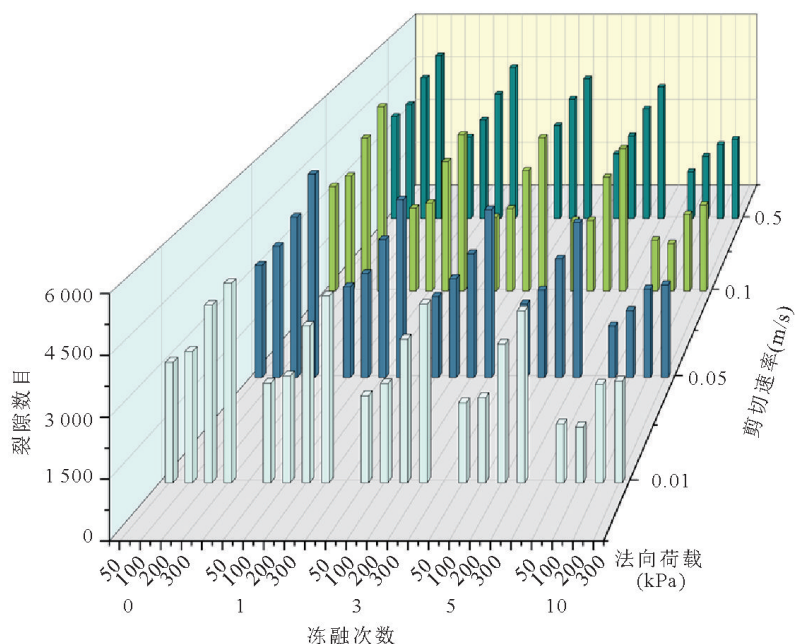


图 14 各工况下剪切过程产生剪切裂隙情况

Fig.14 Generation of shear cleavage by shear process under various working conditions

图 15 展示了冻融循环后不同加载速率下,不同法向荷载剪切的试样中张拉裂隙的发展情况.张拉裂隙数目亦随着冻融循环次数的增加而下降,与剪切裂隙相一致.而张拉裂隙与法向荷载之间并无明显规律,拉裂隙的生成是由拉应力主导,颗粒间胶结因拉伸损伤而破坏的结果,且拉应力的产生更多依赖于应力集中或特定加载模式,故两者规律不一致且相关性弱.

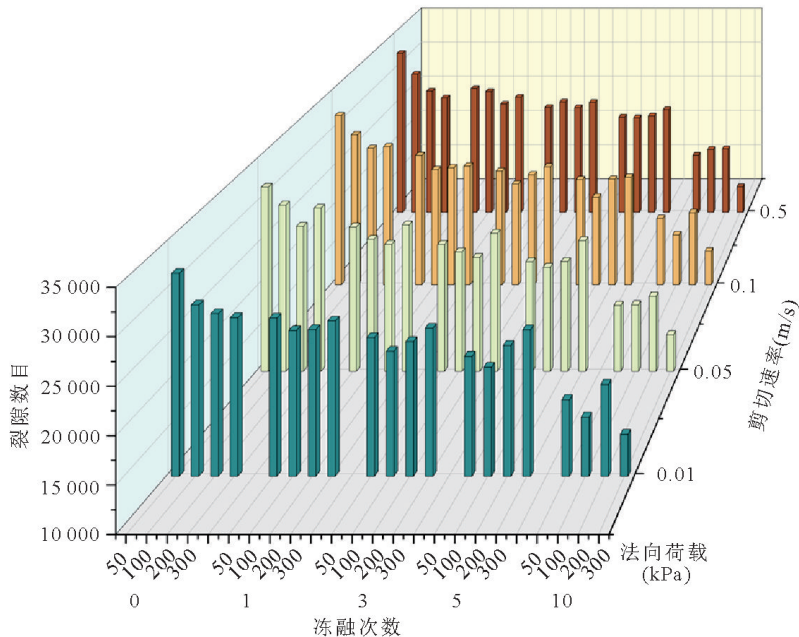


图 15 各工况下剪切过程产生张拉裂隙情况

Fig. 15 Generation of tension cracks by shear process under various working conditions

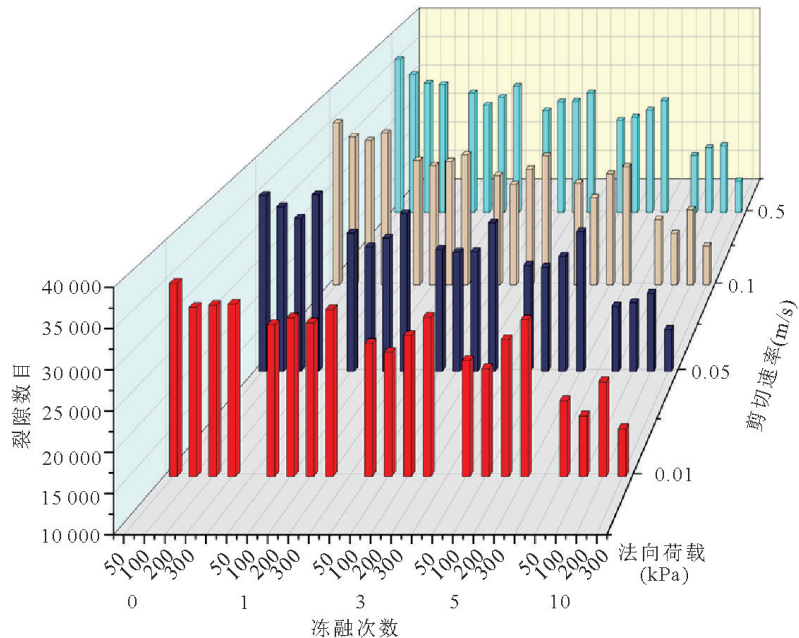


图 16 各工况下剪切过程产生总裂隙情况

Fig.16 Total fissure generation by shear process under various operating conditions

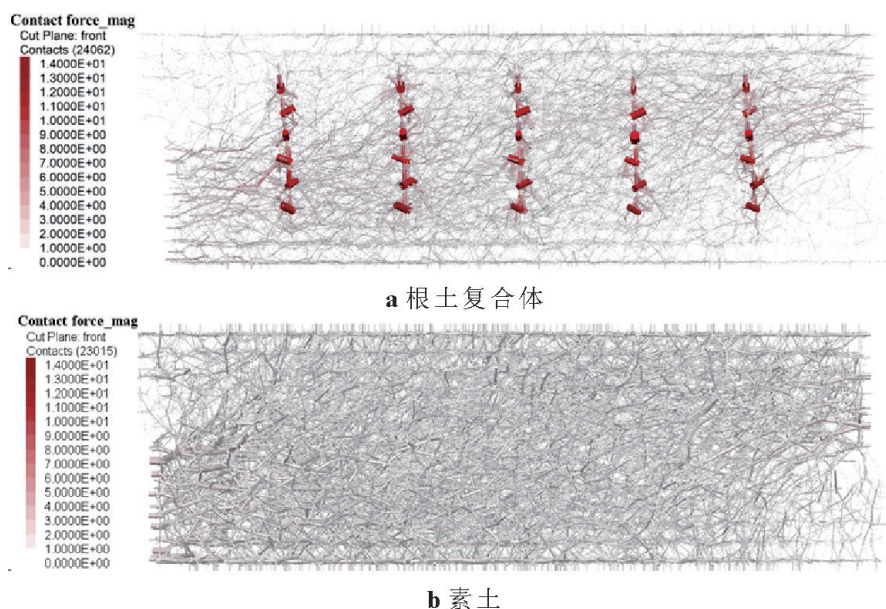


图 17 剪切峰值应力处试样力链分布

Fig. 17 Force chain distribution of specimen at peak shear stress

图 16 展示了冻融后以不同加载速率,通过不同法向荷载进行剪切的试样中总裂隙数目的发展情况.结果表明,随着冻融循环次数的递增,试样内部总微裂隙数量呈现显著下降趋势,该现象与冻融作用导致的试样结构性损伤及强度劣化机制高度契合,多次冻融循环促使试样内部孔隙结构重构,在剪切前便已经发生损伤,产生大量裂隙,使颗粒之间胶结数量减少,进而表现为随着冻融循环次数的递增剪切过程裂隙总数减少,试样总体的抗剪强度也随之减弱.

5 根土复合体加筋作用机理

为了揭示根土复合体加筋作用机理,对剪切过程中达到峰值强度时的根土复合体与素土试样进行力链分布特征分析,通过图 17 所示的力链可视化结果可知,两类试样在剪切破坏阶段均呈现出典型的剪切带发育特征,素土试样在峰值强度状态下,力链网络呈现均匀化分布,其中与剪切盒接触的边界区域出现显著的力链加粗现象.这种力链形态特征揭示了边界约束条件下的应力集中效应,表明在剪切加载过程中,试样边界承受了主要的荷载传递作用.同时,剪切带内部力链密度与强度分布相对均一,印证了土体材料在剪切破坏时应力扩散的连续性特征.相较于素土试样,根土复合体模拟试样的力链在根系与土体的交互界面明显汇聚,直观地

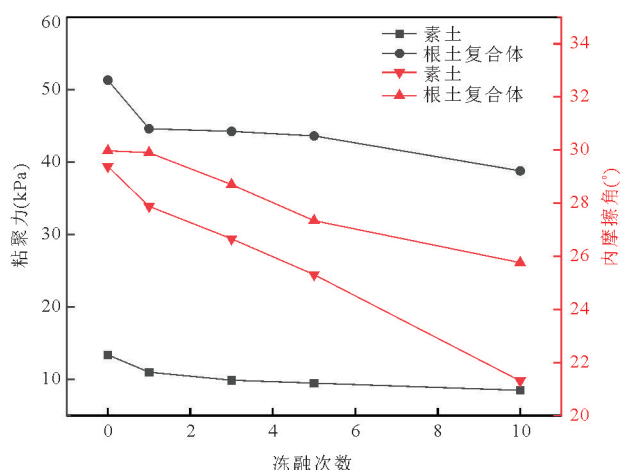


图 18 冻融循环下剪切后典型力学参数变化情况

Fig. 18 Changes in typical mechanical parameters after shear under freeze-thaw cycles

反映了根系对土体应力传递路径的重构作用.进一步分析不同类型根系的力学响应发现,主根(直根)部位的力链加粗程度显著高于须根,表明主根在应力承载与传递过程中发挥主导作用,而须根系统则通过增加根系与土颗粒接触面积,对土体抗剪性能提供辅助增强效应.

通过提取粘聚力和内摩擦角可以看出,素土试样的粘聚力和内摩擦角随着冻融循环次数的增加呈现下降趋势(图 18),这表明冻融循环对土体产生了明显的劣化影响,特别是在冻融初期时,粘聚力的下降趋势最为显著,冻融 1 次时素土粘聚力下降

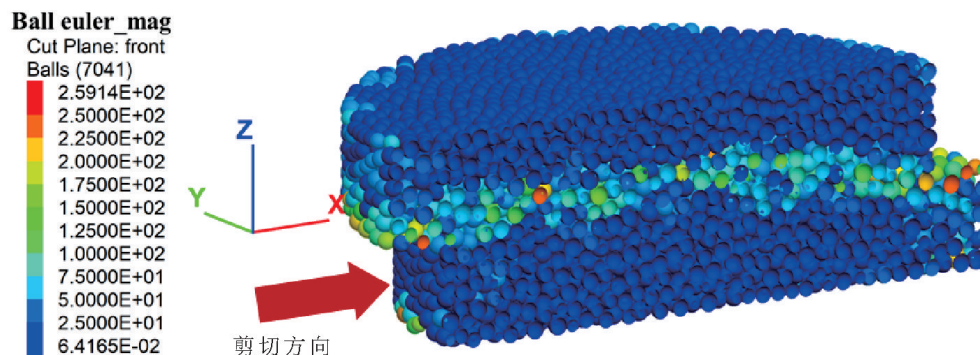


图 19 模型颗粒转角示意图

Fig. 19 Schematic of the corner of a model particle

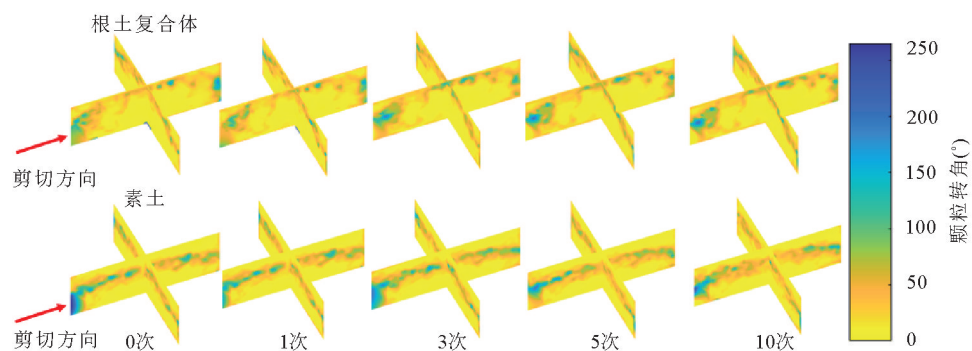


图 20 剪切完成时颗粒转角对比

Fig. 20 Comparison of particle corners at the completion of the shear

2.4 kPa, 降幅为 17.9%, 这种现象主要是由于低温下土颗粒周围的水颗粒产生膨胀, 导致孔隙水颗粒对土颗粒施加挤压力, 破坏了土颗粒之间的连接, 因此土体结构强度减弱, 粘聚力也随之降低, 对于内摩擦角来说则是因为土颗粒间的孔隙因冻融作用增大从而内摩擦角降低。而对于根土复合体来说, 其粘聚力与冻融循环次数也基本呈现出负相关的演化规律, 且在冻融初期出现骤降, 冻融 1 次后根土复合体粘聚力下降 6.7 kPa, 降幅为 13.1%, 与前文所讨论的剪切强度在冻融循环影响下有着相似的变化规律。

根系加筋作用对于粘聚力的增强幅度也非常可观, 在不同的冻融次数下根土复合体均与素土粘聚力有较大的差距。而加入了根系的试样, 其内摩擦角在不同冻融次数下衰减速率上更加缓慢, 冻融 10 次以后根土复合体内摩擦角较未冻融时下降约 14.0%, 而素土则下降了约 27.5%, 反映根系在土体中可以较好地维持冻融后整个土体的摩擦性能。这表明, 在土体中引入根系后的这种填充作用不仅增加了土体的粘聚力, 还改善了土体的整体强度表现。

为进一步了解根系对于土体的加筋作用, 本研

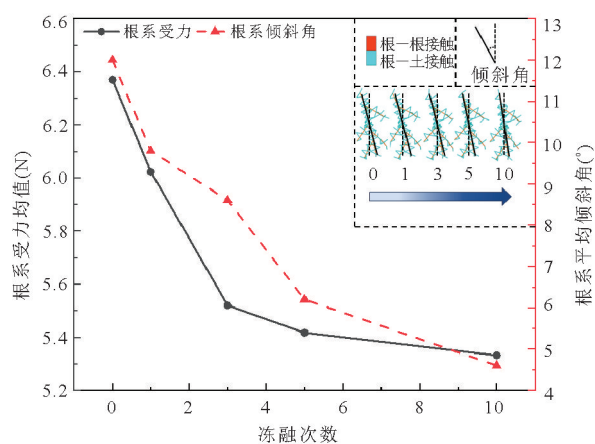


图 21 冻融循环下剪切过程中根系接触力与倾斜角

Fig. 21 Root contact force and inclination angle during shearing under freeze-thaw cycles

究对剪切过程中模型颗粒产生的转动角度进行了监测, 图 19 为素土试样剪切完成后的颗粒转角情况, 可以发现其形成了一条明显的剪切带, 而后通过对比不同冻融次数下有根系试样与素土试样的 Z-X, Z-Y 截面转角变化结果(图 20)可知, 在有根系的试样中, 预设剪切面附近的颗粒转角较小, 而

边缘处颗粒由于缺乏根系加筋作用,在相同剪切位移情况下均产生了较大的转角.说明根系在试样受剪过程中起到了限制颗粒运动,抑制试样产生整体位移的作用,反映出根系对于土体的加固作用.

冻融循环作用下根土界面结构的改变对根土复合体抗剪性能影响极大,为观察根土细观结构在冻融后剪切过程中的变化,对法向荷载 100 kPa,剪切速率 0.1 m/s 工况下根土接触与根根接触进行了相应的分析(图 21),随着冻融循环次数增加,作用于根系上的力逐渐下降,冻融 10 次后较未冻融工况降低了约 17%,同时也体现在剪切结束时,各工况下根系的平均倾斜角亦随着循环次数而降低.说明在冻融循环进程中,由于水冰相变导致土颗粒间胶结破坏,完整性下降,致使剪切过程中时,断开连接的土颗粒损耗了部分传递的能量,从而根系受力随之下落,受力产生的倾斜也减弱,根系对于土体的拖曳作用也随之下落,反映到宏观抗剪强度层面,亦出现下降的结果.

6 结论

本研究通过室内试验与三维离散元模拟,系统探究了冻融循环下根土复合体抗剪性能的变化规律与细观损伤机制,得出了以下结论:

(1)狼尾草根系可以显著提升土体抗剪强度,其中竖根的锚固作用起主导地位,而须根的三维加筋效应可进一步增强土体强度,比纯竖直根系还能提升约 5%~10%.

(2)加载速率与法向荷载和根土复合体抗剪强度呈正相关,法向荷载影响更大,但均对冻融循环造成的损伤规律影响不大;0.5 m/s 的加载速率下,强度较 0.1 m/s 速率增幅可达 20.5%,而另 3 种低速率工况之间增幅不超过 5%;高法向荷载下土体压实度趋近极限,强度提升幅度趋缓,当法向荷载增加至 300 kPa 时,较与 200 kPa 仅提升约 5%.

(3)三维离散元模拟揭示了冻融过程中孔隙水相变膨胀引发的根土复合体损伤机制,即冻融使颗粒间粘结破坏产生微裂隙,造成剪切过程中根土间作用力减小,进而导致抗剪强度降低,且损伤程度随循环次数增加而加剧,初始阶段劣化作用最为显著,冻融循环 1 次后根土复合体与素土粘聚力指标分别降低 13.1% 与 17.9%.

References

- Bao, W. X., Wu, Q., Wu, Q., et al., 2024. Mechanical Properties of Ili Salinized Loess under Freeze-Thaw Conditions. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 43(7): 1775—1787(in Chinese with English abstract).
- Böhm, W., 1979. Root Parameters and Their Measurement. *Methods of Studying Root Systems*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 125—138. https://doi.org/10.1007/978-3-642-67282-8_12
- Cai, G. H., Liu, S. Y., Du, G. Y., et al., 2021. Mechanical Performances and Microstructural Characteristics of Reactive MgO-Carbonated Silt Subjected to Freezing-Thawing Cycles. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 13(4): 875—884. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2021.03.005>
- Fan, X. R., Wang, H. L., 2023. Application of Plant-Based Ecological Slope Protection in River Management. *Port & Waterway Engineering*, (S2): 15—19(in Chinese with English abstract).
- Hoseinian, S. H., Hemmat, A., Esehaghbeygi, A., et al., 2022. Development of a Dual Sideway-Share Subsurface Tillage Implement: Part 1. Modeling Tool Interaction with Soil Using DEM. *Soil and Tillage Research*, 215: 105201. <https://doi.org/10.1016/j.still.2021.105201>
- Huang, Y., Ding, J. W., Sun, W. C., et al., 2023. Evaluating the Shear Behavior of Rooted Soil by Discrete Element Method Simulations in Two Dimensions. *Plant and Soil*, 493(1): 355—373. <https://doi.org/10.1007/s11104-023-06234-w>
- Jamshidi, R. J., Lake, C. B., Barnes, C. L., 2015. Examining Freeze/Thaw Cycling and Its Impact on the Hydraulic Performance of Cement-Treated Silty Sand. *Journal of Cold Regions Engineering*, 29(3): 04014014. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cr.1943-5495.0000081](https://doi.org/10.1061/(asce)cr.1943-5495.0000081)
- Ji, X. L., 2020. Numerical Simulation of Root Distribution on the Slope Protection. *China Sciencepaper*, 15(6): 652—656(in Chinese with English abstract).
- Ji, X. L., Yang, P., 2013. Effects of Roots of Bermuda Grass on the Stability of Slopes. *Journal of Fujian Agriculture and Forestry University (Natural Science Edition)*, 42(5): 531—535(in Chinese with English abstract).
- Lang, R. Q., Pei, L. X., Sun, L. Q., et al., 2024. Experimental Study on Unconsolidated Mechanical Properties of Soft Clay under Freeze-Thaw Cycles with Confining Pressure. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 46(S2): 43—48(in Chinese with English abstract).

- Li, T. G., Kong, L. W., Guo, A. G., 2021. The Deformation and Microstructure Characteristics of Expansive Soil under Freeze-Thaw Cycles with Loads. *Cold Regions Science and Technology*, 192: 103393. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2021.103393>
- Liu, J. N., Li, M. L., Jiang, Y. J., et al., 2024. Microscopic Damage Evolution of Moraine Soils under Freeze-Thaw Cycles Based on PFC2D Simulation. *Earth Science*: 1–18. (2024–12–18) (in Chinese with English abstract).
- Liu, M. M., Shi, Z. M., Li, B., et al., 2024. Analysis of Dynamic Response and Failure Mode of Bedding Rock Slopes Subject to Strong Earthquakes Based on DEM-FDM Coupling. *Earth Science*, 49(8): 2799–2812(in Chinese with English abstract).
- Liu, Q., Huang, J. K., Zhang, Z. W., et al., 2024. Effect of Freeze-Thaw Cycles on the Shear Strength of Root-Soil Composite. *Materials*, 17(2): 285. <https://doi.org/10.3390/ma17020285>
- Meng, S. Y., Zhao, G. Q., Yang, Y. Y., 2020. Impact of Plant Root Morphology on Rooted-Soil Shear Resistance Using Triaxial Testing. *Advances in Civil Engineering*, 2020(1): 8825828. <https://doi.org/10.1155/2020/8825828>
- Musa, A., Liu, Y., Wang, A. Z., et al., 2016. Characteristics of Soil Freeze - Thaw Cycles and Their Effects on Water Enrichment in the Rhizosphere. *Geoderma*, 264: 132–139. <https://doi.org/10.1016/j.geoderma.2015.10.008>
- Oorthuis, R., Vaunat, J., Hürlimann, M., et al., 2021. Slope Orientation and Vegetation Effects on Soil Thermo-Hydraulic Behavior. An Experimental Study. *Sustainability*, 13(1): 14. <https://doi.org/10.3390/su13010014>
- Peng, J. B., Zhang, Y. S., Huang, D., et al., 2023. Interaction Disaster Effects of the Tectonic Deformation Sphere, Rock Mass Loosening Sphere, Surface Freeze-Thaw Sphere and Engineering Disturbance Sphere on the Tibetan Plateau. *Earth Science*, 48(8): 3099–3114 (in Chinese with English abstract).
- Potyondy, D. O., Cundall, P. A., 2004. A Bonded-Particle Model for Rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8): 1329–1364. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.09.011>
- Sadeghi, S. H., Raeisi, M. B., Hazbavi, Z., 2018. Influence of Freeze-Only and Freezing-Thawing Cycles on Splash Erosion. *International Soil and Water Conservation Research*, 6(4): 275–279. <https://doi.org/10.1016/j.iswcr.2018.07.004>
- Song, B. Y., Nakamura, D., Kawaguchi, T., et al., 2025. Quantifying the Shear Behavior of Fine-Grained Soil with Herbaceous Plant Roots under Freeze-Thaw Conditions Using X-Ray CT Scan. *Soil and Tillage Research*, 246: 106326. <https://doi.org/10.1016/j.still.2024.106326>
- Song, X. H., Tan, Y., Lu, Y., 2024. Microscopic Analyses of the Reinforcement Mechanism of Plant Roots in Different Morphologies on the Stability of Soil Slopes under Heavy Rainfall. *CATENA*, 241: 108018. <https://doi.org/10.1016/j.catena.2024.108018>
- Song, Y. J., Sun, Y. W., Li, C. J., et al., 2023. Meso-Fracture Evolution Characteristics of Freeze-Thawed Sandstone Based on Discrete Element Method Simulation. *Rock and Soil Mechanics*, 44(12): 3602–3616(in Chinese with English abstract).
- Sun, L. C., Lou, P. J., Pan, C., et al., 2024. A Study on Microscopic Damage Characteristics of Freeze-Thaw Sandstone Cyclic Loading and Unloading Based on DEM. *Frontiers in Materials*, 11: 1521874. <https://doi.org/10.3389/fmats.2024.1521874>
- Tang, M. G., Xu, Q., Deng, W. F., et al., 2022. Degradation Law of Mechanical Properties of Typical Rock in Sichuan-Tibet Traffic Corridor under Freeze-Thaw and Unloading Conditions. *Earth Science*, 47(6): 1917–1931(in Chinese with English abstract).
- Terzaghi, M., Kompatscher, K., Sobotik, M., et al., 2025. Key Role of Specific Above- and Below-Ground Morphological Traits of Ornamental Plant Species on Preventing Freeze-Thaw Soil Erosion on Steep Slopes. *Plant and Soil*. <https://doi.org/10.1007/s11104-025-07671-5>
- Tian, S., Zhao, Y., Si, H., et al., 2024. Experimental Study on Freeze-Thaw Damage Characteristics and Mechanical Properties of Fractured Rock Mass of Surface Mine Slope in Cold Region. *Journal of China Coal Society*, 49(12): 4687–4700(in Chinese with English abstract).
- Wang, R. H., Jing, Z. X., Luo, H., et al., 2024. Effect of Freeze-Thaw Cycles on Root-Soil Composite Mechanical Properties and Slope Stability. *PLoS One*, 19(4): e0302409. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0302409>
- Xu, J., Wang, Z. Q., Ren, J. W., et al., 2018. Mechanism of Shear Strength Deterioration of Loess during Freeze-

- Thaw Cycling. *Geomechanics and Engineering*, 14(4): 307–314. <https://doi.org/10.12989/gae.2018.14.4.307>
- Yang, W. H., Zhang, D. W., Yan, Q., et al., 2020. Numerical Analysis on Stability of Slope Reinforced by Combination of Deep and Shallow Roots. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 50(1): 161–168 (in Chinese with English abstract).
- Yu, J., Zhang, B., Zhao, J. R., et al., 2024. An Improved Model for Discrete Element Method Simulation of Spatial Gradient Distributions of Freeze-Thaw-Induced Damage to Sandstone. *Computers and Geotechnics*, 171: 106412. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2024.106412>
- Zhang, Y. L., Zhang, Z. Z., Hu, W. H., et al., 2023. Evolution and Influencing Mechanisms of the Yili Loess Mechanical Properties under Combined Wetting-Drying and Freeze-Thaw Cycling. *Materials*, 16(13): 4727. <https://doi.org/10.3390/ma16134727>
- Zhang, Y., Pang, Z. L., Zhu, Q., et al., 2024. Time-Sensitive Effects of Vegetation Restoration on Slowing down Soil Erosion: Evidence from Northeastern China with Mollisols. *CATENA*, 246: 108406. <https://doi.org/10.1016/j.catena.2024.108406>
- Zheng, Z. D., Shi, Z. M., Wang, M. X., et al., 2025. Fatigue Fracture and Energy Evolution Characteristics of Sandstone under Water – Ice Phase Transitions via the Discrete Element Method. *Computers and Geotechnics*, 179: 107023. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2024.107023>
- Zhou, X. L., Fu, D. S., Wan, J., et al., 2023. The Shear Strength of Root – Soil Composites in Different Growth Periods and Their Effects on Slope Stability. *Applied Sciences*, 13(19): 11116. <https://doi.org/10.3390/app131911116>
- Zhu, H. B., Zhao, H. R., Bai, L. Z., et al., 2022. Mechanical Characteristics of Rice Root-Soil Complex in Rice-Wheat Rotation Area. *Agriculture*, 12(7): 1045. <https://doi.org/10.3390/agriculture12071045>
- ### 中文参考文献
- 包卫星, 吴倩, 吴谦, 等, 2024. 冻融循环作用下伊犁盐渍化黄土力学特性. *岩石力学与工程学报*, 43(7): 1775–1787.
- 范昕然, 王海琳, 2023. 植物型生态护坡在河道治理中的应用. *水运工程*, (增刊 2): 15–19.
- 嵇晓雷, 2020. 植物根系分布对边坡护坡效应的数值模拟. *中国科技论文*, 15(6): 652–656.
- 嵇晓雷, 杨平, 2013. 狗牙根根系形态对边坡稳定性的影响. *福建农林大学学报(自然科学版)*, 42(5): 531–535.
- 郎瑞卿, 裴璐熹, 孙立强, 等, 2024. 软黏土带压冻融循环下不固结力学特性试验研究. *岩土工程学报*, 46(增刊 2): 43–48.
- 刘佳诺, 李明俐, 姜元俊, 等, 2024. 基于 PFC^{2D} 的冻融循环作用下冰碛土微观损伤研究. *地球科学*: 1–18. (2024–12–18).
- 刘毛毛, 石振明, 李博, 等, 2024. 基于 DEM-FDM 耦合的顺层岩质边坡强震动力响应及破坏模式分析. *地球科学*, 49(8): 2799–2812.
- 彭建兵, 张永双, 黄达, 等, 2023. 青藏高原构造变形圈—岩体松动圈—地表冻融圈—工程扰动圈互馈灾害效应. *地球科学*, 48(8): 3099–3114.
- 宋勇军, 孙银伟, 李晨婧, 等, 2023. 基于离散元法模拟的冻融砂岩微观破裂演化特征研究. *岩土力学*, 44(12): 3602–3616.
- 汤明高, 许强, 邓文锋, 等, 2022. 冻融及加卸荷条件下川藏交通廊道典型岩石力学特性的劣化规律. *地球科学*, 47(6): 1917–1931.
- 田森, 赵映, 司鹄, 等, 2024. 寒区露天矿岩质边坡裂隙岩体冻融损伤特征及力学特性试验研究. *煤炭学报*, 49(12): 4687–4700.
- 杨文辉, 章定文, 闫茜, 等, 2020. 深浅根混种法加固边坡稳定性的数值分析. *东南大学学报(自然科学版)*, 50(1): 161–168.