

考虑消落带参数退化与空间变异的边坡可靠度分析

邓志平¹, 万旻昊¹, 潘敏^{1*}, 蒋水华², 钟敏², 罗操¹

1. 江西水利电力大学水利工程学院, 江西南昌 330099

2. 南昌大学工程建设学院, 江西南昌 330031

摘要: 消落带上土体因反复干湿循环导致抗剪强度参数退化, 且参数存在空间变异性, 二者均是影响边坡稳定性的关键因素, 而现有研究多仅考虑其一。为此, 提出同时考虑这两种因素的边坡稳定可靠度分析新方法。其中, 使用 Karhunen-Loève 法模拟参数随机场, 利用切片逆回归法进行降维, 进而构建基于增强鲸鱼优化算法的极端梯度提升代理模型。以三峡库区白水河滑坡为例进行分析, 探讨了消落带抗剪强度参数退化和空间变异性对滑坡失效概率的影响。结果表明: 所提出方法能极大提高计算效率并准确估算滑坡失效概率 (P_f); 滑坡 P_f 随消落带参数退化次数增加而增大, 在第四次后趋于平稳; 当不考虑水位变化时, 饱和和渗透系数空间变异性对可靠度结果影响较小, 而有效内摩擦角的空间变异性对安全系数分布影响高于有效粘聚力。

关键词: 边坡可靠度; 空间变异性; 消落带; 参数退化; 代理模型。

中图分类号: P64

收稿日期: 2025-07-26

Slope Reliability Analysis Considering Degradation and Spatial Variability of Subsidence Zone Parameters

Deng Zhiping¹, Wan Minhao¹, Pan Min^{1*}, Jiang Shuihua², Zhong Min², Luo Cao¹

1. College of Water Conservancy, Jiangxi University of Water Resources and Electric Power, Nanchang 330099, China

2. School of Infrastructure Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China

Abstract: The soil on the ablation zone is degraded in shear strength parameters due to repeated wet and dry cycles, and there is spatial variability in the parameters, both of which are key factors affecting slope stability, while most of the existing studies only consider one of them. For this reason, a new method for analyzing the stability and reliability of slopes that considers both factors is proposed. In this, a parameter random field is simulated using the Karhunen-Loève method, and dimensionality reduction is performed using sliced inverse regression, which in turn leads to the construction of an extreme gradient boosting surrogate model based on the augmented whale optimization algorithm. The Three Gorges Reservoir Area Baishuihe landslide is analyzed as an example to explore the effects of degradation of shear strength parameters and spatial variability of the ablation zone on the probability of landslide failure. The results show that: the proposed method can greatly improve the computational efficiency and accurately estimate the probability of landslide failure (P_f); landslide P_f increases with the number of degradation times of the parameters of the fallout zone and tends to stabilize after the fourth time; the spatial variability of saturated permeability coefficients has a small effect on the reliability results when water level changes are not taken into account, while the spatial variability of the effective internal friction angle has a higher effect on the distribution of the factor of safety than that of the effective cohesive force.

Key words: slope reliability; spatial variability; degradation zone (geology); parameter degradation; surrogate model.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.52378344, No.52222905); 江西省自然科学基金项目 (No.20224BAB204076, No.20242BAB23045, No.20242ACB221001); 赣鄱俊才支持计划-青年科技人才托举项目 (No.2023QT08)。

作者简介: 邓志平 (1990-), 男, 博士, 特聘教授、博士生导师, 主要从事岩土工程可靠度与风险分析方面的研究. ORCID: 0000-0003-4757-8208.
E-mail: dengzhiping@nit.edu.cn

通信作者: 潘敏, ORCID: 0000-0002-3427-3985. E-mail: panmin@nit.edu.cn

引言

滑坡是我国最大的地质灾害之一，对社会和经济有着不利的影响，并引起了岩土工程和工程地质界越来越多的关注(Yin *et al.*, 2022; W. Zhang *et al.*, 2022; Huang *et al.*, 2025)。自2003年蓄水以来，三峡库区(TGRA)已引发5000多处滑坡或潜在滑坡(Luo *et al.*, 2024)。这对当地居民的生命安全、生态环境等构成了巨大的威胁。为此，对三峡库区的水库边坡进行合理的稳定性分析是预防滑坡重要的先决条件。此外，由于沉积历史和物理化学反应，不同空间位置的岩土体参数性质表现出各向异性和非均匀性，即空间变异性(Phoon和Kulhawy, 1999)。然而传统的方法忽略了该变异性，仅通过计算安全系数(FS)来评估边坡的稳定性。即使边坡的 FS 较高，依旧存在潜在滑移面而产生滑坡(Zhang *et al.*, 2025)。因此，越来越多的学者主张可靠度分析方法对边坡进行稳定性评价(李典庆等, 2013; 曾祥薇等, 2025; 仇文岗等, 2025)。

在对边坡进行可靠度分析过程中，蒙特卡洛方法(MCS)因其原理简单，实现简易等优点逐渐被多数学者采用(彭兴等, 2016; Liu *et al.*, 2020; Q. Zhang *et al.*, 2024)。但这种方法依旧存在计算量大，计算效率低的缺点。为提高可靠度分析的计算效率，学者们开发了多种代理模型来建立土体参数信息与 FS 之间的关系，从而避免重复的有限元计算。例如支持向量机、极端梯度提升(Extreme Gradient Boosting, 简称为XGBoost)、广义回归神经网络和高斯过程回归等(Guardiani *et al.*, 2021; Gu *et al.*, 2023; 邓志平等, 2025)。其中，XGBoost等梯度提升树集成模型在解决岩土工程问题中展现出强大性能，并已在边坡可靠度分析中得到了一定的应用(Zhang *et al.*, 2023; Zhang *et al.*, 2024)。然而，代理模型的性能依赖于超参数的选取，传统的优化方法容易陷入局部最优。为解决该问题，可选择合适的超参数搜索算法，本研究采用增强鲸鱼优化算法(EWOA)，通过引入自适应参数调整和混合搜索策略高效的锁定超参数最优解(Nadimi-Shahraki *et al.*, 2022)。此外，岩土多参数系统的高维特性使代理模型输入维度激增，引发“维度灾难”，模型训练难度与误差显著上升。其中，切片逆回归(Slice Inverse Regression, 简称为SIR)降维方法已

被部分学者运用到边坡可靠度领域之中，并证明了其有效性(Deng *et al.*, 2021, 2024; 邓志平等, 2024a, 2024b)。为此，本研究进一步引入SIR方法，通过对高维输入空间的降维重构，提取低维敏感特征子空间，在保留土体参数关键非线性关联的同时，从根本上规避维度灾难，实现代理模型精度与效率的协同提升。

另一方面，TGRA库岸边坡的水位常年在145m到175m之间浮动，消落带区域长时间处于干湿循环的状态，由此引起的土水反复作用将严重影响土体的抗剪强度，进而影响边坡的稳定性(邓华锋等, 2017; Li *et al.*, 2022)。为此，部分学者开展了干湿循环引起土体参数退化下边坡的稳定性分析研究。如杨雪菲等(2022)研究了干湿循环作用下花岗岩残积土边坡的稳定性，得到了相关的结论；Jing *et al.* (2022)对非饱和黄土进行了土-水特性曲线测试，结合预测模型，得到体积含水率与非饱和渗透系数之间的曲线，并对边坡稳定性分析；Wang *et al.* (2022)对库岸起伏区砾石强度进行了水渗透研究，并探讨了该现象对边坡稳定性的影响。Wang *et al.* (2024)利用离散元法(DEM)分析了干湿循环对膨胀土边坡稳定性的影响。Zhong *et al.* (2025)开发了一种集成干湿循环损伤量化、蠕变模型和安全系数分析的数值建模方法，以评估露天矿Mohuandang滑坡的边坡变形和破坏。然而，以上研究忽略了土体参数的空间变异性，这势必将导致不准确的边坡稳定性评估的结果。因此，边坡稳定可靠度分析有必要基于实际边坡结合土体参数空间变异性和干湿循环引起的土体抗剪强度参数退化进行系统性研究。

为此，本文提出了同时考虑消落带土体抗剪强度参数退化和参数空间变异性的库岸边坡可靠度分析方法。首先，建立确定性边坡模型，其次，利用Karhunen-Loève(K-L)方法离散边坡的关键参数的随机场用于表征土体的空间变异性，随后采用SIR方法对K-L离散的随机变量进行降维预处理，接着，利用EWOA对XGBoost进行超参数搜索优化并构建代理模型，进而，基于构建好的SIR-EWOA-XGBoost代理模型通过MCS方法计算库岸边坡的失效概率。在此，以三峡库区的白水河边坡为例，详细研究了空间变异性和消落带抗剪强度参数退化对边坡稳定性和失效概率的影响。

1 研究方法

1.1 渗流分析和稳定性分析

本文借助GEO-STUDIO中的Seep/W模块进行渗流分析，将结果导入Slope/W模块中进行稳定性分析，并将FS作为评估边坡稳定性的指标（Pan *et al.*, 2024）。Seep/W模块采用有限元方法进行数值模拟，该模块采用的饱和-非饱和渗流方程（Andreea, 2016）如下：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1)$$

式中， k_x 和 k_y 分别为土体水平和垂直方向上的渗透系数，在此假定 $k_x=k_y$ ，即各向同性； H 为总水头； Q 为总流量； θ 为体积含水量。本文的土-水特征曲线，选择Van Genuchten（VG）经验模型拟合基质吸力与土体含水率的函数关系（van Genuchten, 1980），其表达式为：

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (a\psi)^n]^m} \quad (2)$$

式中， θ_s 为饱和体积函数率； θ_r 为残余体积含水量； a 、 n 和 m 为VG模型拟合参数。渗透系数与基质吸力的函数曲线同样用VG模型拟合，表达式为（Richards, 1931）：

$$k(\psi) = k_s \frac{[1 - (\alpha\psi)^{n-1}][1 + (\alpha\psi)^n]^{-m}}{[1 + (\alpha\psi)^n]^{m/2}} \psi \quad (3)$$

式中， k_s 为饱和渗透系数； ψ 为基质吸力。

在Slope/W模块中，采用Morgenstern-Price（M-P）方法进行边坡稳定性分析，该方法适用于滑动面呈连续、光滑规则形态的边坡。本文采用Fredlund, *et al.*（1978）提出的非饱和土抗剪强度公式，如下：

$$\tau = c' + (\sigma_n - \psi_a) \tan \phi' + (\psi_a - \psi_w) \tan \phi^b \quad (4)$$

式中， τ 表示土体抗剪强度， c' 为有效黏聚力， ϕ' 为有效内摩擦角， ϕ^b 表征抗剪强度随基质吸力变化的灵敏度； σ_n 为法向应力， ψ_a 与 ψ_w 分别为孔隙气压力和孔隙水压力。

1.2 土体参数空间变异性的随机场模型表征

本文利用K-L方法模拟二维随机场（Phoon *et al.*, 2002），采用高斯型相关函数：

$$\rho(x, y) = \exp \left[- \left[\left(\frac{x - x'}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{y - y'}{l_y} \right)^2 \right] \right] \quad (5)$$

式中， x 和 x' 分别为随机场空间两点的横坐标， y 和 y' 分别为随机场空间两点的纵坐标， l_x 为水平相关距离， l_y 为垂直相关距离。

然后，将参数随机场 H_i 离散为一组独立标准正态随机变量。采用随机场期望能比率因子 ε 作为判定随机场离散是否满足要求的精度标准，当 $\varepsilon > 95\%$ 时满足精度要求。从而得到截断项为 n 的独立高斯随机场，随机场期望能比率因子 ε 公式和截断项为 n 的独立高斯随机场公式分别为：

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_j}{\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_j} = \sum_{i=1}^n \lambda_j / L_1 L_2 \quad (6)$$

$$H_i(x, y, \vartheta) = \mu_i + \sum_{j=1}^n \sigma_i \sqrt{\lambda_j} f_j(x, y) \xi_{i,j}(\vartheta) \quad (i = c', \phi') \quad (7)$$

式中， $\xi_{i,j}(\vartheta)$ 为所得的独立标准正态随机变量， ϑ 为外部空间坐标， μ_i 为随机场的均值， σ_i 为随机场的标准差， λ_j 为特征值。 L_1 和 L_2 分别为计算区域的水平长度和垂直宽度。抗剪强度参数 c' 和 ϕ' 存在一定的相关性，为描述其互相关性，构建互相关矩阵用来表征参数之间的关系，并生成相关高斯随机场和最后的相关对数正态随机场。

在本研究中，利用K-L生成土体抗剪强度参数 c' 和 ϕ' 的相关对数正态随机场和水力参数 k_s 独立对数正态随机场。

1.3 消落带土体抗剪强度参数退化

表 1 土体参数随退化次数的取值

Table.1 Values of soil parameters with the number of degradations

Di	c'	ϕ'
0	18.32	19.31
1	15.58	18.33
2	13.21	17.66
3	10.15	16.78
4	8.71	16.39
5	8.27	16.14
6	7.84	15.74
7	7.40	15.46

将消落带土体抗剪强度参数退化引入三峡库区滑坡的可靠度分析，本文定义退化次数 Di ，选用退化次数 $Di=1、2、3、4、5、6、7$ 用于模拟消落带参数 c' 和 ϕ' 的退化对边坡稳定性的影响。在使用K-L

方法生成随机场实现值时，将每一次退化后的抗剪强度参数替换式（7）中随机场的平均值。表1总结了不同 Di 下消落带土体的 c 和 φ 的取值（邓华锋等，2017）。可以观察到， Di 在1到4时参数退化明显，并有着趋于稳定的趋势。

1.4 基于SIR-EWOA-XGBoost-MCS的边坡稳定可靠度分析方法

考虑参数空间变异性边坡可靠度分析时需重复多次调用确定性分析模型，该过程需要花费大量的计算成本。故本节提出基于SIR-EWOA-XGBoost的代理模型用于近似替代真实极限状态函数。

1.4.1 切片逆回归数据降维方法

SIR是一种经典的降维方法，通过从高维回归问题中寻找低维的有效子空间，从而降低自变量的维度，提高模型的计算效率(Duan et al., 1991)。假设初始的数据形式为：

$$Y = f(\beta) = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \quad (8)$$

式中， β 为自变量 X 的1组样本， β_i 为第 i 个样本，自变量 X 为土体参数随机场实现过程中使用的随机变量矩阵， Y 为 FS 矩阵。根据 FS 大小对 β 进行降序排列得到矩阵 V 。将 V 划分为 H 片，计算切片内均值向量 m_h 和切片的协方差矩阵。对协方差矩阵做特征值分解，得出特征值 λ_k 和相应的特征向量 v_k 。然后选取前 s 个最大特征值对应的特征向量 $[v_1, v_2, \dots, v_s]$ 构造主方向向量。最后得到降维后矩阵与 Y 的映射关系为：

$$Y = g(Z_1, Z_2, \dots, Z_s) = g(B^T \beta_1, B^T \beta_2, \dots, B^T \beta_s, \varepsilon) \quad (9)$$

式中： s 为降维维度， ε 为随机扰动。

1.4.2 基于增强鲸鱼优化算法搜索超参数的XGBoost代理模型

增强鲸鱼优化算法（Enhanced Whale Optimization Algorithm，简称为EWOA）因不易陷入局部最优和适用于高维问题的优势被用于本次研究中代理模型超参数选取（Nadimi-Shahraki et al., 2022）。EWOA引入了动态调整 a 和 b 的策略：

$$a = a_{\max} - \frac{a_{\max} - a_{\min}}{T} \cdot t \quad (10)$$

$$b = b_{\min} + \frac{b_{\max} - b_{\min}}{T} \cdot t \quad (11)$$

式中， $a_{\max}=2$ ， $a_{\min}=0$ ， T 为最大迭代次数， t 为当前迭代次数， $b_{\max}$ 和 $b_{\min}$ 分别为螺旋参数的上下限。EWOA结合了WOA的三种行为模式（包围猎物、螺旋攻击、全局搜索）与差分进化（DE）的变异操作。

在螺旋更新阶段，引入DE的变异机制：

$$X_{DE} = X_r + F \cdot (X_{r1} - X_{r2}) \quad (12)$$

式中， X_r ， X_{r1} ， X_{r2} 为随机选择的个体， F 为缩放因子。

XGBoost是一种高效且广泛应用的梯度提升框架，XGBoost在目标函数表达式为：

$$\Gamma(\phi) = \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i) + \sum_{t=1}^T \Omega(f_t) \quad (13)$$

式中， x_i 为第 i 个样本的特征向量， y_i 为对应的真实响应量。 $l(y_i, \hat{y}_i)$ 为损失函数。 $\Omega(f_t)$ 是第 t 个决策树的正则化项，通常定义为：

$$\Omega(f_t) = \gamma T_t + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^{T_t} w_j^2 \quad (14)$$

式中， T_t 为第 t 个决策树的叶子节点， w_j 为第 j 个叶子节点的权重， γ 和 λ 都是正则化的参数，分别控制叶子节点数量和叶子节点权重的复杂度。

为评估模型的精度，本文采用均方根误差（Root Mean Square Error，简称为RMSE）来评估SIR-EWOA-XGBoost模型的响应能力。具体公式如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - y_i)^2}{N}} \quad (15)$$

式中， y_i 为第 i 个通过极限平衡法（Limit Equilibrium Method，简称为LEM）计算的 FS ， Y_i 为代理模型预测所得的 FS 。

1.4.3 边坡失稳评估

SIR-EWOA-XGBoost模型能快速的预测非饱和滑坡体的安全系数 FS ，使用MCS计算失效概率，公式如下：

$$P_f = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} I[FS(X_i) < 1.0] \quad (16)$$

式中， P_f 为失效概率， N_s 为MCS抽取的样本数量， $FS(X_i)$ 为某种工况下某时刻对应的 FS 。 X_i 为第 i 个样本对应的随机变量。本文引入失效概率的变异系数（ COV_{P_f} ）来评估失效概率是否收敛（Gu et al., 2023），当 COV_{P_f} 小于0.1时，即为收敛。公式如下：

$$COV_{P_f} = \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \cdot P_f}} \quad (17)$$

式中， N 为抽取的样本数量。

1.4.4 实施过程

为便于岩土工程师理解和在工程实践中应用所提出的基于SIR-EWOA-XGBoost的边坡稳定可靠度分析方法，图2展示了将该方法应用于白水河滑坡的流程图。

(1) 根据边坡地质图在CAD中构建确定性模型，并调用GEO-STUDIO软件进行边坡的渗流分析和稳定性分析，并将结果另存为拓展名为xml的文件。随后编写GEO-STUDIO与MATLAB的接口，通过xml文件将GEO-STUDIO中确定性模型的参数信息导入MATLAB中，确定土体参数统计特征，包括均值、标准差、分布类型等。

(2) 采用拉丁超立方抽样方法(LHS)抽取 N 个样本，并在MATLAB中用K-L方法生成 N 个样本的相关非高斯随机场，并将生成的随机场参数信息批量改写原xml文件中的参数，从而得到了 N 个编写好的xml文件。再将这 N 个xml文件通过WINDOWS

BAT批处理脚本调用GEO-STUDIO内核批量计算进行确定性分析计算，同时保存分析的结果。

(3) 在MATLAB中调用函数提取出这 N 个样本每一个样本的最小 FS 通过式(16)和(17)计算 P_f 和 COV_{P_f} ，若 $COV_{P_f} < 0.1$ ，则说明失效概率已收敛，则将LHS方法计算所得的 P_f 作为边坡失效概率，否则将这 N 个样本作为SIR-EWOA-XGBoost模型的原始数据集，在python中训练模型，其中 N 个样本的前80%为训练集，后20%为预测集。利用SIR方法对原始数据集中的数据进行降维预处理后构建SIR-EWOA-XGBoost代理模型，进而评估模型的精度，并使用满足精度要求的模型预测 FS ，最后用MCS方法计算边坡的失效概率。

为便于在边坡可靠性分析中实际应用所提出的框架，下一节将以白水河滑坡为例进行说明，以研究消落带抗剪强度参数退化和空间变异性对滑坡可靠度的影响。

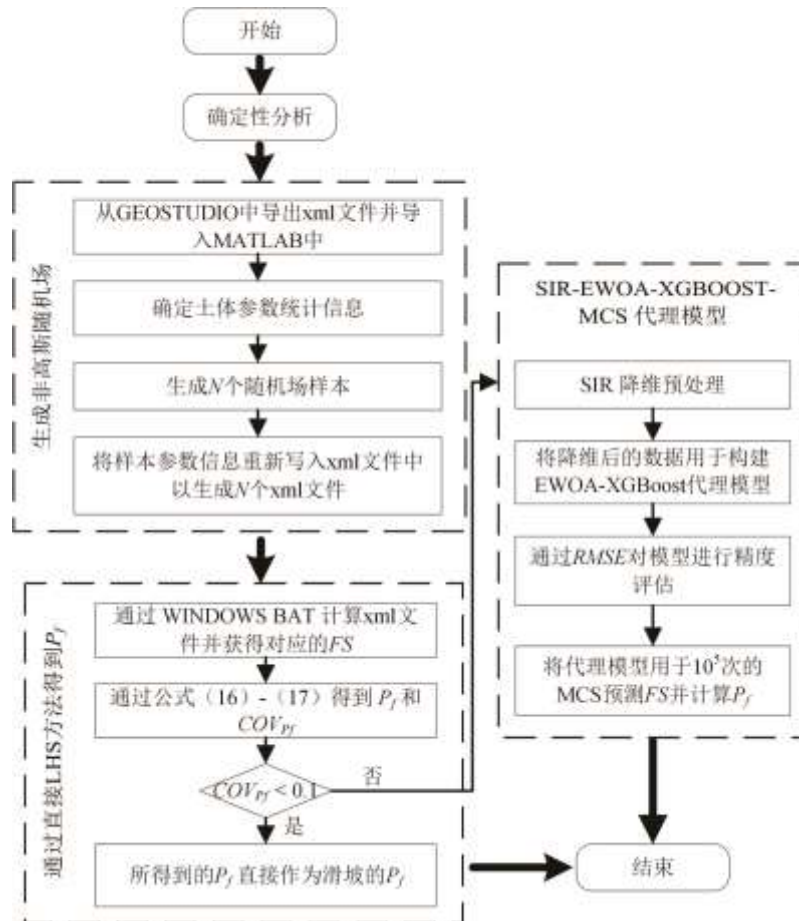


图1 实施过程流程图

Fig. 1. Flowchart of the implementation process

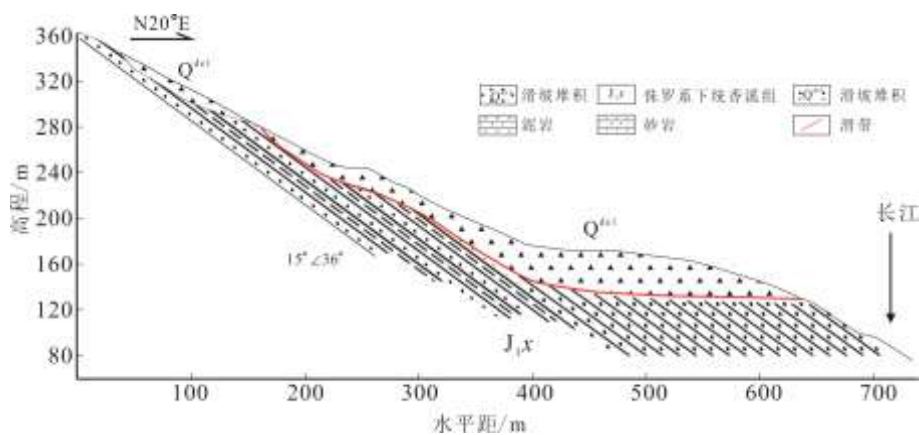


图2 白水河典型岸坡地质剖面

Fig. 2 Geological profile of a typical bank slope of the Baishuihe

2 算例分析

2.1 案例介绍和确定性分析

白水河滑坡位于长江南岸，距三峡大坝坝址56km，属沙镇溪镇白水河村。经度110°32'09"，纬度31°01'34"。滑坡主体的海拔范围在120到280m，且大部分滑坡部分都被淹没，纵向尺寸约为480m，总体坡度约为30°。白水河滑坡主要由第四系残坡积碎石土组成，碎石的含量为20%-40%。基岩岩性为中厚层砂岩夹薄层泥岩。图2为白水河的典型地质剖面图（邓华锋等，2017）。

本文选取滑坡高程在360m以下的部分作为研究对象，145m至175m滑坡堆积土区域为消落带，其中，滑坡堆积土处于饱和/非饱和渗流状态，地基土处于饱和渗流状态。表2总结了滑坡堆积土和地基土的统计数据（邓华锋等，2017；蒋水华等，2024）。

图3和图4分别为土-水特征曲线和渗透系数（ k ）曲线。有限元网格划分为2742个节点和2691个有限元网格（见图5）。在确定性分析中，采用GEO-STUDIO软件进行稳态渗流、瞬态渗流和稳定性分析。在稳态和瞬态渗流中，边界条件设置右侧初始水位175m，左侧设置为不透水层，并将瞬态渗流分析中计算所得的渗流场导入稳定性分析，选择Morgenstern-Price法搜索潜在的滑移面的 FS 。计算结果表明，天然工况下滑坡的 FS 为1.167。图6展示了孔隙水压力分布情况和潜在滑移面，可以观察到，潜在滑移面主要集中在175m堆积土处附近。根据相关文献的现场调研（邓华锋等，2017），所得到的结论与现场变形的结果是一致的。随后，将退化后的参数替代原有参数进行有限元计算，表3给出了不同退化次数下所对应的 FS ，随着退化次数的增加， FS 由初始的1.167逐渐降至0.997，在第4次退化后降速逐渐减小，到第7次退化时降至0.956。

表2 滑坡土体参数统计信息

Table 2. Statistical data of landslide soil parameters

分析	参数	均值 (滑坡体)	均值 (地基)	变异系数(滑坡体)	分布类型
稳定	c'	18.32 kPa	190 kPa	0.3	对数正态
	φ'	19.31°	30.4°	0.2	
	γ	20.7 kN/m	25.6 kN/m ³	-	
	θ_s	0.43 m ³ /m ³	-	-	确定性
	θ_r	0.02 m ³ /m ³	-	-	
渗流	a	50 kPa			对数正态
	n	1.45			
	k_s	0.43m/d	0.01 m/d	0.6	

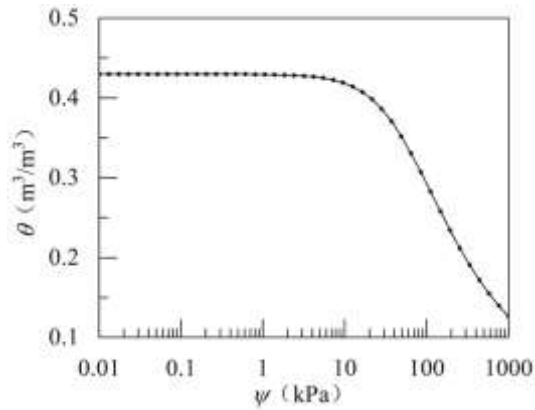


图3 土-水特征曲线

Fig.3 Soil-water characteristic curve

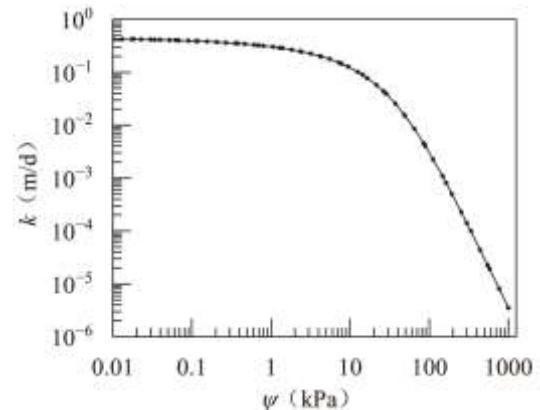


图4 k 曲线

Fig.4 Permeability coefficient curve

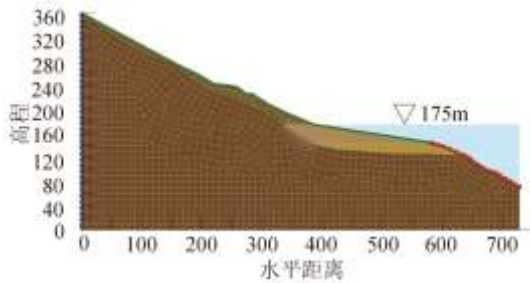


图5 有限元网格模型

Fig.5 finite element mesh model

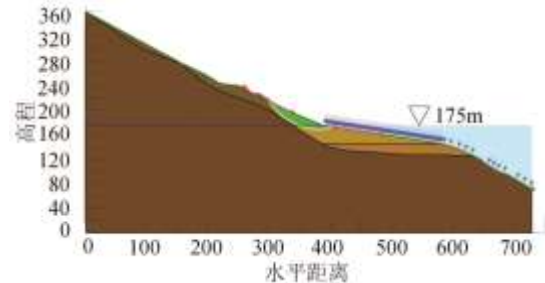


图6 潜在滑移面

Fig.6 potential slip surface

表3 不同退化次数下白水河滑坡的安全系数

Table 3 FS in the Baishuihe landslide under different numbers of degradations

Di	FS
0	1.167
1	1.119
2	1.082
3	1.024
4	0.997
5	0.985
6	0.969
7	0.956

2.2 可靠度分析

为保证随机场网格的划分与有限网格划分一致，将145m至175m水位区域中的滑坡堆积土部分共划分979个四边形和三角形随机场网格。本文主要考虑土体参数 k_s 、 c' 、 ϕ' 的空间变异性，分别采用独立对数正态随机场和互相关对数正态随机场进行模拟，土体参数的水平相关距离和垂直相关距离定为50m和5m，互相关系数根据相关文献假设为

$\rho_{c',\phi} = -0.5$ (Ma *et al.*, 2022)。同时，为保证K-L展开离散精度达到要求（即 $\epsilon > 95\%$ ），选定每个随机场离散的截断数为35，随机场离散后的随机变量矩阵的总维度为105维。此时随机变量的维度过高，构建代理模型容易陷入维度灾难，有必要进行降维处理。图7（a）-（c）给出了三种土体参数随机场的一次典型实现，其中参数 c' 和 ϕ' 呈现一定的负相关性，与假定的一致。

由于降维产生的信息缺失可能会影响模型的预测性能，为了确定降维后的维数，分别利用SIR降维成不同的维度进行模型的精度预测，用LHS方法抽取5000个样本作为测试样本，然后分别计算不同维度下的 $RMSE$ 。如图8所示，天然工况下5000个样本训练模型在维度高于10时的 $RMSE$ 的变化波动并不明显，降维后的数据依旧具有很好的特征信息。当维度为10时， $RMSE$ 为0.0185，这表明在样本数量较大时，采用SIR方法对数据进行降维处理后对模型的训练结果影响较小，该结果与邓志平等（2024）中的研究结果一致。然而在维度低于10，进一步降维会使得模型误差快速增加，这表明最佳的降维维

度为10。值得注意的是，在使用SIR方法降维时，需

要根据具体工况进行试算才能确定最佳降维维数。

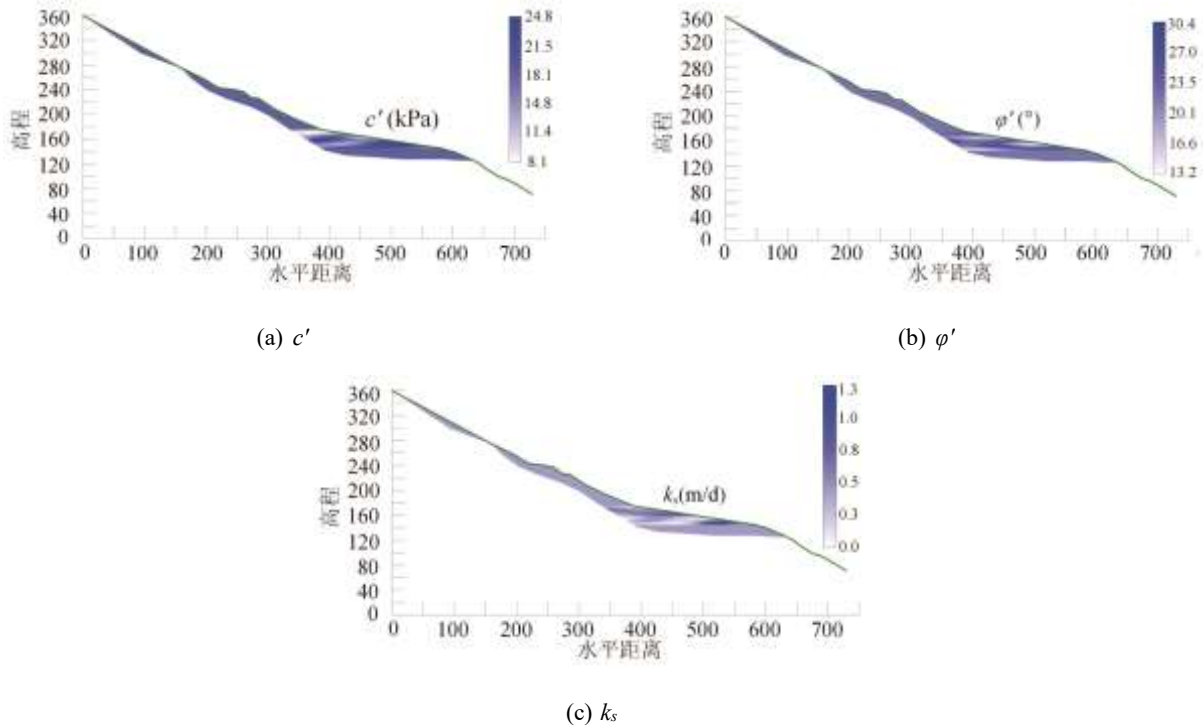


图 7 随机场的典型实现

Fig.7. Typical realization of a random field

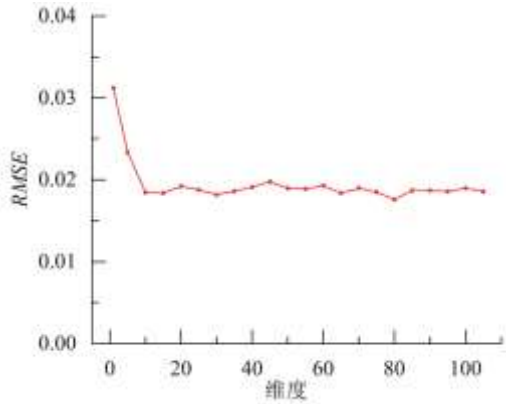


图 8 $RMSE$ 随维度的变化

Fig.8. Variation of $RMSE$ with dimension

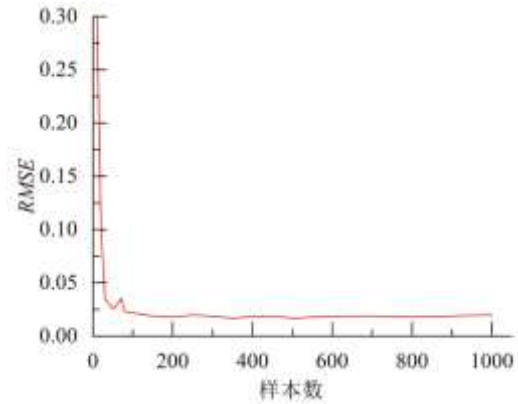


图 9 $RMSE$ 随样本的变化

Fig.9. Variation of $RMSE$ with sample

模型精度往往受到训练样本数量的影响，样本数量越多，可能提高模型的准确性，但同时也会增加计算的成本。因此在保障模型的精度达到要求的同时，尽可能的减少训练样本的数量，可以很好的提高计算效率。为探究不同样本量训练模型对模型精度的影响以及选取合适的样本数量作可靠度分析，随机抽取不同样本用来训练模型，根据不同训练样本构建的模型所预测的 FS ，通过公式（28）计算对应的 $RMSE$ 。结果如图9所示， $RMSE$ 随样本数量在不断变化，随着训练样本数量的不断减小， $RMSE$

从初始的0.3迅速减小，在样本数增加至200左右时模型精度趋于稳定，其对应的 $RMSE$ 为0.0158，表明模型的准确度较高。

如图10所示，优化过程中 $RMSE$ 在0-20次迭代时呈现单调递减的趋势，从初始的0.0193左右持续下降到0.0185左右，且在迭代次数20次时达到收敛状态，这表明优化算法稳定性良好，证实了EWOA优化超参数的有效性。图11显示，训练集与验证集 $RMSE$ 同步单调递减，最终均收敛至0.01左右，未出现过拟合，模型在30次迭代后趋于稳定。

通过引入EWOA对XGBoost模型的关键超参数进行智能优化，不仅显著减少了超参数调优过程中

大量的试错时间，提升了模型构建的效率与自动化

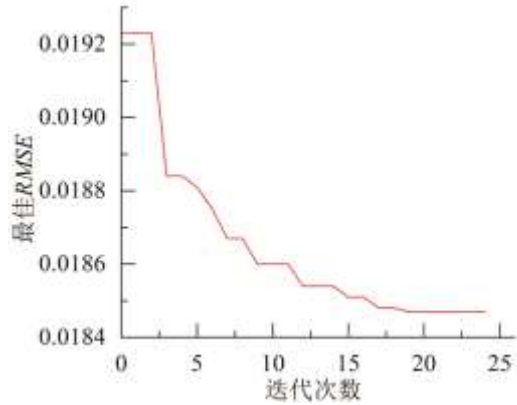


图 10 EWOA 优化曲线

Fig. 10 EWOA optimization curve

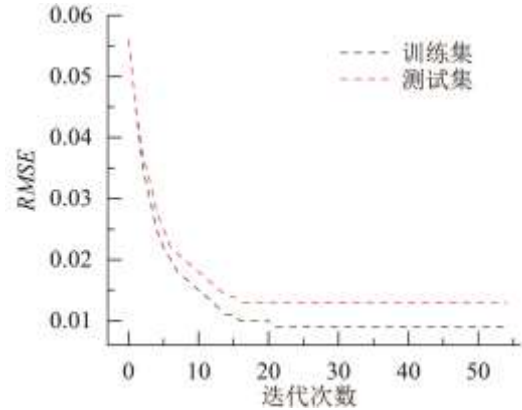


图 11 XGBoost 学习曲线

Fig. 11 XGBoost learning curve

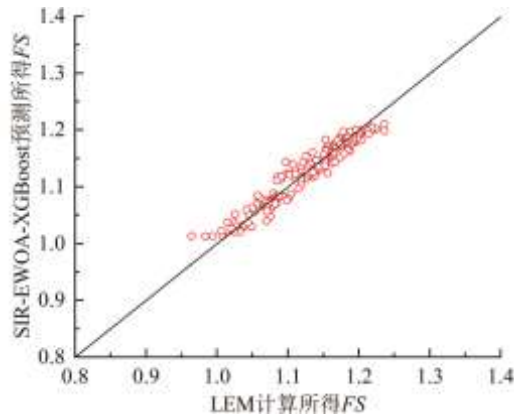
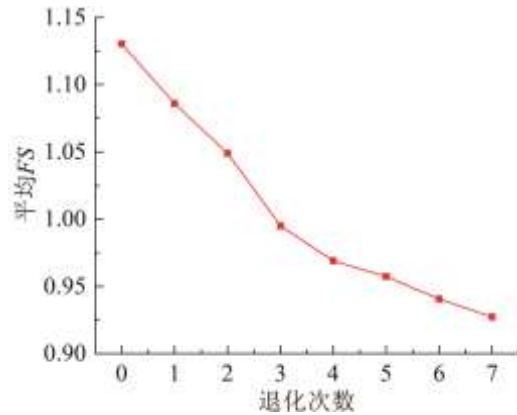
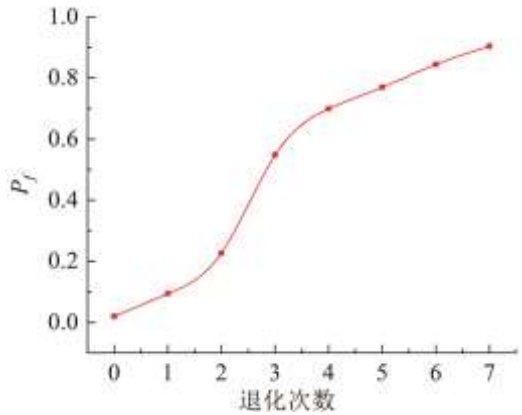


图 12 验证代理模型的有效性

Fig.12 Validating the agent model



(a)平均 FS



(b) P_f

图 13 FS 和 P_f 随退化次数的变化

Fig. 13 Variation of FS and P_f with the number of degradations

程度，同时有效的克服了人工选择超参数过程中存在的主观性与局限性，增强了模型的泛化能力与稳定性，进而提升模型在预测 FS 时的准确性与泛化能力。

随机抽取200个样本，分别通过LEM计算与将训练好的代理模型进行预测得到两个 FS 集合，对比情况如图12所示，LEM计算所得的 FS 与优化后模型预测的 FS 吻合较好，表明代理模型的预测性能较好。

基于训练好的代理模型继续使用MCS模拟随机抽取 10^5 个样本进行预测,得到的 P_f 为0.016,与用LHS方法抽取5000个随机样本计算所得的 P_f 为0.02相比误差较小,满足误差精度要求。值得注意的是,图12只是一种典型工况下的代理模型预测结果,其他情况同样符合精度要求。

本文采用所得数据计算的计算机具有16GBRAM和一个主频为3.50 GHz的AMD Ryzen 5 5600 6-Core Processor。采用本文所提的SIR-EWOA-XGBoost-MCS方法计算滑坡在某一特定工况下的可靠度总耗时8.1h,其中包括前处理生成200个随机样本需要约5h,调用GEO-STUDIO进行有限元计算需要约3h,后处理生成EWOA-XGBoost模型和 10^5 MCS计算耗时0.1h。相较于采用LHS方法计算5000个随机样本并通过有限元分析后计算得到 P_f ,总耗时47h。很明显效率明显高于直接LHS方法,执行时间明显少于LHS方法。综上,本文提出的可靠度分析框架具有鲁棒性与高效性,接下来的研究将基于SIR-EWOA-XGBOOST-MCS方法开展。

2.3 消落带土体抗剪强度参数退化的影响

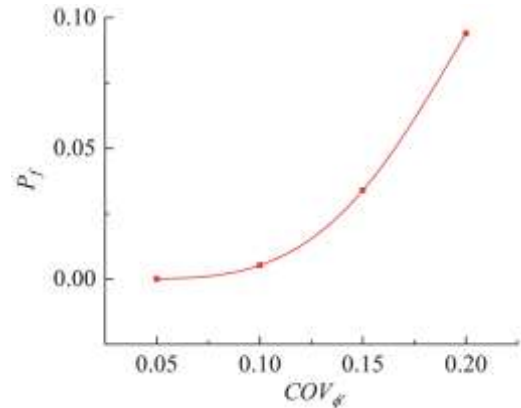
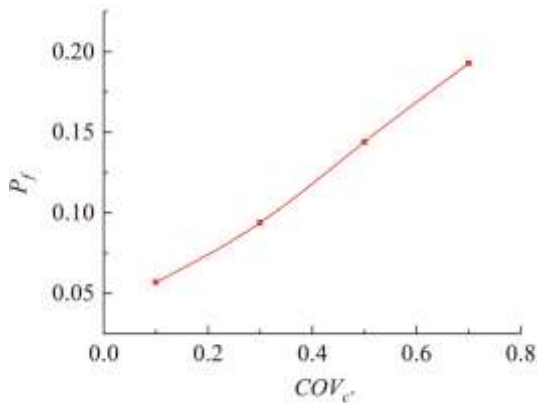
水库运行期间,渗流作用会导致滑坡消落带土体发生侵蚀迁移,引起土体强度退化,进而影响滑坡稳定性。因此,研究消落带土体抗剪强度退化对水库滑坡稳定性的影响具有重要意义。为研究消落带土体抗剪强度参数退化结合空间变异性的滑坡稳定性,在此仅研究145m至175m消落带滑坡土体的抗剪强度参数退化对滑坡可靠度的影响。

图13(a)-(b)展示了不同 D_i 下平均 FS 和 P_f 的变化,从图中可以看出,随着退化次数的增加,滑坡平均 FS 逐渐变小,退化次数为1到7时平均 FS 分别为1.130、1.086、1.049、0.995、0.969、0.957、0.941、0.927。同时, P_f 急剧上升,由初始的0.02急剧上升到0.094、0.227、0.548、0.7、0.77、0.845、0.904,在退化三次之后 P_f 已经达到了54.8%,滑坡已经处于

危险的状态,并且可以观察到,前四次抗剪强度退化相较于后续的退化情况对于滑坡的稳定性的影响更明显,且后续安全系数有着趋于稳定的趋势,这与1.3节中所描述的土体抗剪强度参数退化的规律相符合。显然,未考虑土体参数退化的情况下,滑坡的 P_f 为0.02,加入土体抗剪强度参数退化后的 P_f 会大幅度上升,使得滑坡失稳的概率大大提升,由此可见,忽略土体抗剪强度参数退化会严重低估滑坡的失效概率,在对三峡库区滑坡进行可靠度分析中应适当考虑土体抗剪强度参数退化的影响。

2.4 土体参数空间变异性的影响

土体参数空间变异性是土体内在的天然因素,在考虑边坡稳定性分析时是不可忽略的。为了研究消落带土体参数 c' 、 ϕ' 、 k_s 的变异系数(COV)对评估滑坡失效概率的影响,将 COV_c 设置在[0.1,0.7]这个范围,将 COV_ϕ 设置在[0.05,0.2]这个范围,将 COV_{k_s} 设置在[0.3,0.9] (Gu *et al.*, 2023)。图14(a)-(c)展示了退化次数为1时不同 COV_c (即0.1、0.3、0.5、0.7)和不同 COV_ϕ (即0.05、0.1、0.15、0.2)和不同 COV_{k_s} (即0.3、0.5、0.6、0.7、0.9)下 P_f 的变化情况,从图14(a)可以看出, P_f 随着 COV_c 的增大而变大,当 COV_c 从0.1变为0.7时, P_f 由0.057逐渐增大为0.094、0.144、0.191,这种结果与邓志平等(2024)中的研究结果一致,因此图14(a)的研究结果是合理的。如图14(b)所示, P_f 随着 COV_ϕ 的增大而增大,这一观察结果与邓志平等(2024)中一致,且 COV_c 对于 P_f 的影响比 COV_ϕ 的小,这可能由于该土体类型的性质所导致的。然而 P_f 并不随 COV_{k_s} 的变化而改变,表明即使存在初始的水位边界条件,在不改变水位的情况下, k_s 的空间变异性对边坡的稳定性分析影响较小,说明在考虑某一特定工况下边坡稳定性分析时,加入初始水位可以更好的模拟真实的情况且无需考虑渗透系数的空间变异性。



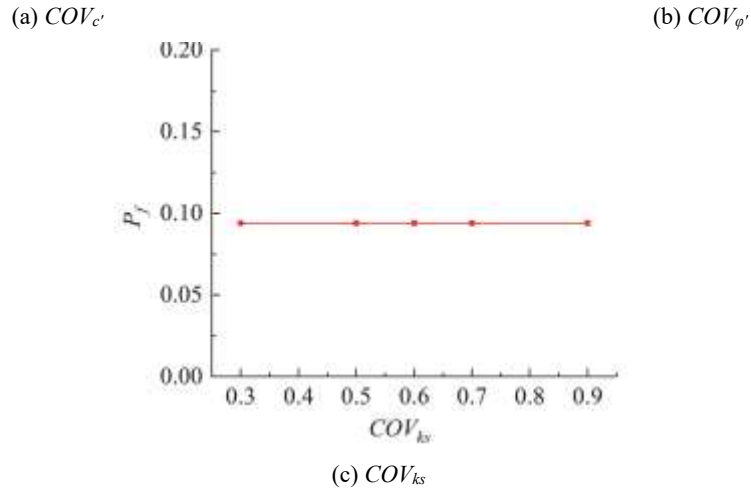


图 14 P_f 随 COV 的变化

Fig. 14 Variation of P_f with COV

为了研究不同参数空间变异性对边坡可靠度分析时的影响，分别进行考虑不同参数空间变异性的计算，当不考虑某参数空间变异性时（即水平相关距离和垂直相关距离皆为1000），该参数作为随机变量的形式赋予每个样本进行计算分析，以 Di 为1时的工况为例分别抽取1500个样本进行分析。根据图15所示，可以观察到，安全系数的变化不大，然而失效概率变化明显，当仅考虑 c' 而忽视其他参数的空间变异性时， P_f 为0.141，明显高于其他情况，当仅考虑 φ' 的空间变异性时的 P_f 为0.103，当同时考虑 c' 、 φ' 时的 P_f 为0.094，低于仅考虑单一空间变异性的情况，这可能是由于 c' 和 φ' 之间存在一定的互相关性导致的。同时可以观察到，是否考虑 k_s 对土体 P_f 的结果影响不明显，与考虑 c' 和 φ' 时相同，这也与上段的研究结果相同。当不考虑参数空间变异性时的 P_f 为0.129，明显高于0.094，因此，当忽视参数空间变异性时会高估滑坡的 P_f 。图16（a）-（d）展示了不同情况下 FS 的分布直方图和拟合曲线，可以从图中看出，当不考虑参数空间变异性时， FS 的分布集中且波动性较小，主要集中在1.1到1.2的区域。相较于不考虑参数空间变异性时，仅考虑 c' 的空间变异性

的 FS 分布总体变化不明显。但当仅考虑 φ' 时，呈现分布与都考虑时的分布基本一致，说明 φ' 的空间变异性对 FS 分布的影响比 c' 更大。对于白水河滑坡这种三峡库区的自然边坡而言，其潜在滑移面具有相当的深度，导致其有效正应力较高。这使得摩擦分量在总剪切强度中占据主导地位，因此，在对大部分自然滑坡进行可靠度分析时，有必要考虑土体参数的内在空间变异性，尤其是参数 φ' 。

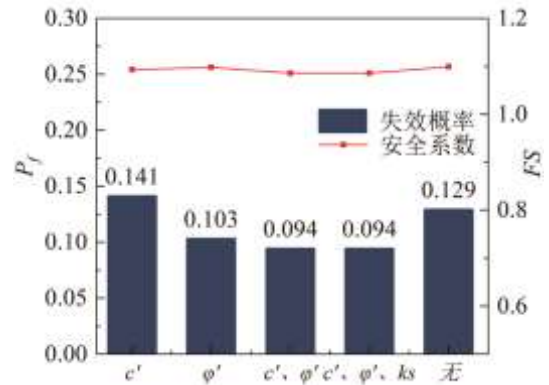


图15 考虑不同参数空间变异性下的 FS 和 P_f 的变化情况

Fig. 15 Variation of FS and P_f considering spatial variability of different parameters

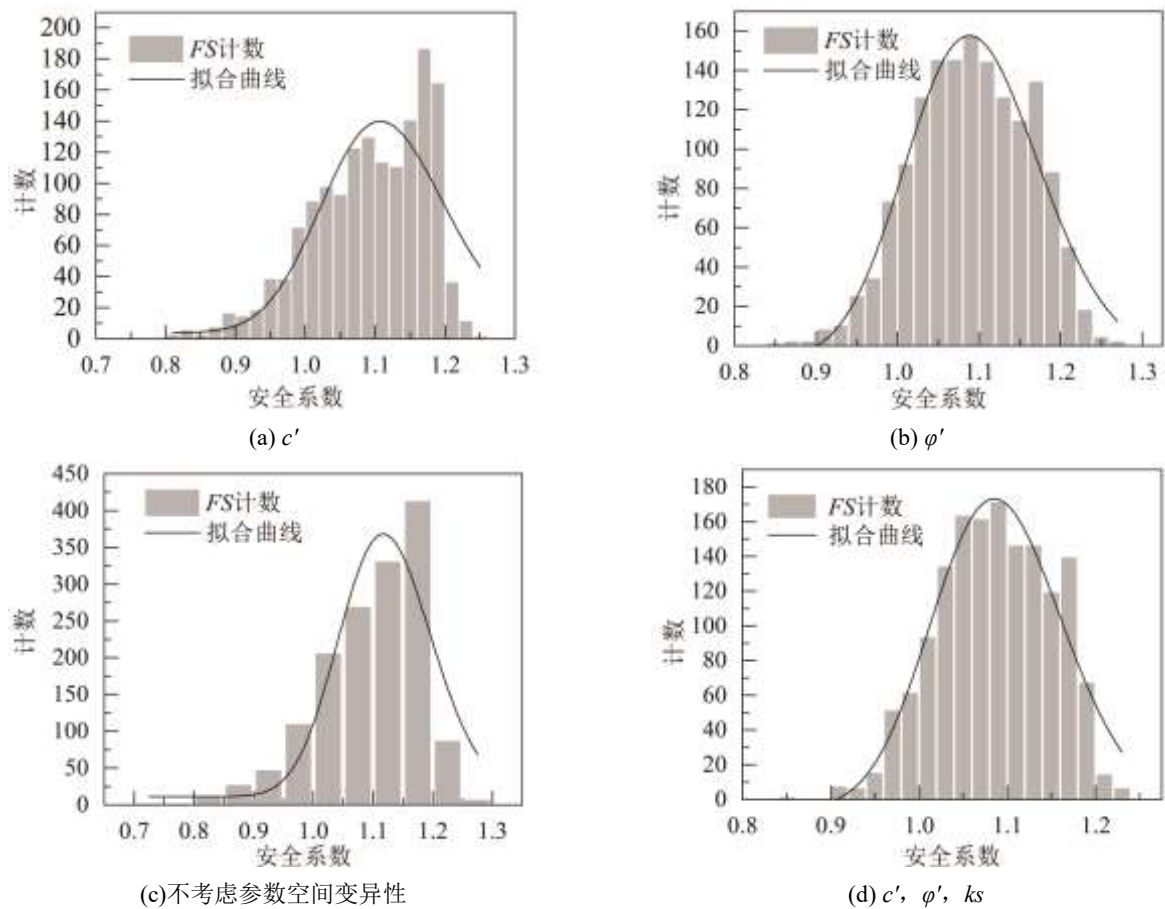


图 16 考虑不同参数空间变异性下的 FS 直方图和拟合曲线

Fig. 16 Considering FS histograms and fitted curves under different parameter spatial variability

3 结论

本研究将SIR、EWOA和XGBoost相结合，构建了一种SIR-EWOA-XGBoost代理模型，其能够准确、高效地估算白水河滑坡的 P_f ，从而避免重复确定性分析所带来的高计算成本。此外，通过将稳定性分析与可靠度评估相结合，系统地研究了土体参数空间变异性和消落带抗剪强度参数退化对白水河滑坡稳定性的影响，得到以下三点结论：

1. 即使在高维随机变量空间中，SIR-EWOA-XGBoost-MCS代理模型也能有效捕捉土体参数与 FS 之间的关系。通过将这种代用方法与可靠度分析相结合，在保持高精度的同时，大大减轻了重复数值模拟的计算负担。这种组合策略为边坡可靠度评估提供了强有力的工具。

2. 在自然（未退化）条件下，滑坡的 P_f 为0.02（处于稳定状态），但在经过一次退化阶段之后， P_f 跃升至0.094并持续变大并在第四次退化后有着逐渐

趋于平稳的趋势，这突出表明了对三峡库区边坡可靠性评估中考虑消落带土体抗剪强度参数退化的必要性。

3. 在不考虑水位变化即稳态条件的工况下， ks 的空间变异性对可靠度分析的影响较小，而 c' 和 ϕ' 的 COV 的变化对滑坡的 P_f 有着明显影响，并且参数 ϕ' 的空间变异性对 FS 的分布影响高于 c' ，这表明在进行边坡可靠度分析中有必要考虑土体参数空间变异性。

代理模型的性能依赖于训练数据，而本文的数据由K-L方法与M-P法生成，因此模型无法捕捉M-P法理论框架之外的边坡破坏机制。其次，本文的边坡模型为白水河滑坡，结论对于其他类型边坡的普适性有待进一步验证。

References

- Andreea C., 2016. Unsaturated slope stability and seepage analysis of a dam. *Energy Procedia*, 85: 93-98. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.12.278>.
- Deng, H. F., Xiao, Y., Fang, J. C., et al., 2017. Study on

- the deterioration law of shear strength of soil in bank slope abatement zone under dry and wet cycle and its effect on the stability of bank slope. *Rock and Soil Mechanics*, 38(09): 2629-2638. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2017.09.021> (in Chinese with English abstract).
- Deng, Z. P., Pan, M., Niu, J. T., et al., 2021. Slope reliability analysis in spatially variable soils using sliced inverse regression-based multivariate adaptive regression spline. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 80: 7213-7226. <https://doi.org/10.1007/s10064-021-02353-9>.
- Deng, Z. P., Zhong, M., Pan, M., et al., 2024. Slope reliability analysis considering parameter spatial variability and based on efficient agent model. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 46(02): 273-281 (in Chinese with English abstract).
- Deng, Z. P., Zhong, M., Pan, M., et al., 2024. Reliability Evaluation of Slopes Considering Spatial Variability of Soil Parameters Based on Efficient Surrogate Model. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*, 10(1): 04023057. <https://doi.org/10.1061/ajrua6.rueng-1172>.
- Deng, Z. P., Zou, Y., Pan, M., et al. Time-varying reliability analysis of unsaturated reservoir bank slopes under water level landing considering multi-parameter spatial variability. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 47(07): 1410-1421 (in Chinese with English abstract).
- Deng, Z. P., Zou, Y., Pan, M., et al., 2024. Reliability analysis of unsaturated earth and rock dam slopes considering multi-parameter spatial variability. *Journal of Basic Science and Engineering*, 32(04): 1108-1123. <https://doi.org/10.16058/j.issn.1005-0930.2024.04.015> (in Chinese with English abstract).
- Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R., Widger, R. A., 1978. The shear strength of unsaturated soils. *Canadian geotechnical journal*, 15(3): 313-321. DOI:10.1139/t78-029.
- Gu, X., Wang, L., Ou, Q., et al., 2023. Efficient stochastic analysis of unsaturated slopes subjected to various rainfall intensities and patterns. *Geoscience Frontiers*, 14(1): 101490. <https://doi.org/10.1016/j.gsf.2022.101490>.
- Guardiani, C., Soranzo, E., Wu, W., 2022. Time-dependent reliability analysis of unsaturated slopes under rapid drawdown with intelligent surrogate models. *Acta Geotechnica*, 17(4): 1071-1096. <https://doi.org/10.1007/s11440-021-01364-w>.
- Huang, F., Liu, K., Jiang, S. H., et al., 2025. Optimization method of conditioning factors selection and combination for landslide susceptibility prediction. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 17(2): 722-746. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2024.04.029>.
- Jiang, S. H., Xiong, W., Zhu, G. Y., et al., 2024. Probabilistic Analysis of Reservoir Landslides Considering the Spatial Variation of Seepage Parameters under the Conditions of Rainstorm and Sudden Drop of Water Level. *Earth Science*, 49(05): 1679-1691 (in Chinese with English abstract).
- Jing, J., Hou, J., Sun, W., et al., 2022. Study on influencing factors of unsaturated loess slope stability under dry-wet cycle conditions. *Journal of Hydrology*, 612: 128187. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.128187>.
- Li, D. Q., Jiang, S. H., Zhou, C. B., et al., 2013. A non-intrusive stochastic finite element method for slope reliability analysis considering spatial variability of parameters. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 35(8): 1413-1422 (in Chinese with English abstract).
- Li, D. Q., Li, L., Cheng, Y., et al., 2022. Reservoir slope reliability analysis under water level drawdown considering spatial variability and degradation of soil properties. *Computers and Geotechnics*, 151: 104947. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104947>.
- Li K C., 1991. Sliced inverse regression for dimension reduction. *Journal of the American Statistical Association*, 1991, 86(414): 316-327. <https://doi.org/10.2307/2290563>.
- Liu, X., Li, D. Q., Cao, Z. J., et al., 2020. Adaptive Monte Carlo simulation method for system reliability analysis of slope stability based on limit equilibrium methods. *Engineering Geology*, 264: 105384. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105384>.
- Luo, S., Huang, D., Peng, J., et al., 2024. Insights into Reservoir-Triggered Landslides Development and Its Influence Factors in the Three Gorges Reservoir Area, China. *Journal of Earth Science*, 35(6): 1979-1997. <https://doi.org/10.1007/s12583-024-0024-1>.
- Ma, G. T., Rezaei, M., Nezhad, M., et al., 2022. Uncertainty quantification of landslide runout motion considering

- ing soil interdependent anisotropy and fabric orientation. *Landslides*, 19(5): 1231-1247 <https://doi.org/10.1007/s10346-021-01795-2>.
- Nadimi-Shahraki, M. H., Zamani, H., Mirjalili, S., 2022. Enhanced whale optimization algorithm for feature selection: A COVID-19 case study. *Computers in biology and medicine*, 148: 105858. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2022.105858>.
- Pan, M., Jiang, S. H., Liu, X., et al., 2024. Sequential probabilistic back analyses of spatially varying soil parameters and slope reliability prediction under rainfall. *Engineering Geology*, 328: 107372. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2023.107372>.
- Peng, X., Li, D. Q., Cao, Z. J., et al., 2016. Reliability design method for rocky slopes based on Monte Carlo simulation. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 35(A02): 3794-3804 (in Chinese with English abstract).
- Phoon, K. K., Huang, S. P., Quek, S. T., 2002. Implementation of Karhunen–Loeve expansion for simulation using a wavelet-Galerkin scheme. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3): 293-303. [https://doi.org/10.1016/s0266-8920\(02\)00013-9](https://doi.org/10.1016/s0266-8920(02)00013-9).
- Phoon, K. K., Kulhawy, F. H., 1999. Characterization of geotechnical variability. *Canadian geotechnical journal*, 36(4): 612-624. <https://doi.org/10.1139/t99-038>.
- Richards, L. A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *physics*, 1(5): 318-333. <https://doi.org/10.1063/1.1745010>.
- Van Genuchten, M. T., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 44(5): 892-898. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>.
- Wang, H., Wang, Y., Jin, F., 2024. Stability of expansive soil slopes under wetting–drying cycles based on the discrete element method. *Water*, 16(6): 861. <https://doi.org/10.3390/w16060861>.
- Wang, W., Wang, P., Zhang, Z., 2022. Study on gravel soil strength degradation and its influence on the slope stability in reservoir bank fluctuating zone. *Engineering Failure Analysis*, 134: 105980. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2021.105980>.
- Wang, X., Zhan, H., Wang, J., et al., 2019. On the mechanical damage to tailings sands subjected to dry–wet cycles. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 78: 4647-4657. <https://doi.org/10.1007/s10064-018-1427-y>.
- Yang, X. F., Chen, D. X., Liu, Y., 2022. Fissure evolution and slope stability of granite residual soil under dry and wet cycles. *Journal of Xiamen University (Natural Science)*, 61(04): 591-599 (in Chinese with English abstract).
- Yin, Y., Wang, L., Zhang, W., et al., 2022. Research on the collapse process of a thick-layer dangerous rock on the reservoir bank. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 81(3): 109. <https://doi.org/10.1007/s10064-022-02618-x>.
- Zeng, X. W., Pan, M., Deng, Z. P., et al. Probabilistic analysis of slope stability under random rainfall considering spatial variability of parameters. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 1-12[2025-07-04]. <https://kns-cnki-net.webvpn.nit.edu.cn/kcms/detail/50.1218.TU.20250506.1015.004.html> (in Chinese with English abstract).
- Zhang, J., Luo, C., Wu, C., et al., 2025. System reliability analysis of soil-nailed slopes. *Engineering Failure Analysis*: 109613. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2025.109613>.
- Zhang, Q., Zhang, H., Wang, L., et al., 2024. Effect of structural characteristics on the stability of multi-weak rock slopes considering the spatial variability of geotechnical parameters. *Scientific Reports*, 14(1): 30618. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-82296-9>.
- Zhang, W., Li, H., Han, L., et al., 2022. Slope stability prediction using ensemble learning techniques: A case study in Yunyang County, Chongqing, China. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 14(4): 1089-1099. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2021.12.011>.
- Zhang, W., Ran, B., Gu, X., et al., 2024. Efficient reliability analysis of unsaturated slope stability under rapid drawdown using XGBoost-based surrogate model. *Soils and Foundation*, 64(6): 101539 <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2024.101539>.
- Zhang, W. G., Ran, B., Gu, X., et al. Analysis of bank slope stability reliability of Heishuihe under the combined effect of reservoir level change and rainfall. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 1-10[2025-07-04]. <https://kns-cnki-net.webvpn.nit.edu.cn/kcms/detail/>

50.1218.TU.20241031.1256.002.html (in Chinese with English abstract) .

Zhang, W., Wu, C., Tang, L., et al., 2023. Efficient time-variant reliability analysis of Bazimen landslide in the Three Gorges Reservoir Area using XGBoost and LightGBM algorithms. *Gondwana Research*, 123: 41-53. <https://doi.org/10.1016/j.gr.2022.10.004>.

Zhong, Z., Bin, H., Jing, L., et al., 2025. Impact of Rainfall Dry-Wet Cycles on Slope Deformation and Landslide Prediction in Open-Pit Mines: A Case Study of Mohuandang Landslide, Emeishan, China. *Results in Engineering*, 105011. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.105011>.

附中文参考文献

邓华锋, 肖瑶, 方景成, 等, 2017. 干湿循环作用下岸坡消落带土体抗剪强度劣化规律及其对岸坡稳定性影响研究. *岩土力学*, 38(09): 2629-2638. DOI:10.16285/j.rsm.2017.09.021.

邓志平, 钟敏, 潘敏, 等, 2024. 考虑参数空间变异性和基于高效代理模型的边坡可靠度分析. *岩土工程学报*, 46(02): 273-281.

邓志平, 邹艺, 潘敏, 等, 2024. 考虑多参数空间变异性的非饱和土石坝坝坡可靠度分析. *应用基础与工程科学学报*, 32(04): 1108-1123. DOI: 10.16058/j.issn.1005-0930.

2024.04.015.

邓志平, 邹艺, 潘敏, 等, 水位降落下考虑多参数空间变异性的非饱和库岸边坡时变可靠度分析[J]. *岩土工程学报*, 2025, 47(07): 1410-1421.

蒋水华, 熊威, 朱光源, 等, 2024. 暴雨及水位骤降条件下渗流参数空间变异的水库滑坡概率分析. *地球科学*, 49(05): 1679-1691.

李典庆, 蒋水华, 周创兵, 等, 2013. 考虑参数空间变异性的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法. *岩土工程学报*, 35(8): 1413-1422.

彭兴, 李典庆, 曹子君, 等, 2016. 基于蒙特卡洛模拟的岩质边坡可靠度设计方法. *岩石力学与工程学报*, 35(A02): 3794-3804.

杨雪菲, 陈东霞, 刘越, 2022. 干湿循环下花岗岩残积土裂隙演化及边坡稳定. *厦门大学学报(自然科学版)*, 61(04): 591-599.

曾祥薇, 潘敏, 邓志平, 等, 随机降雨下考虑参数空间变异性的边坡稳定概率分析. *土木与环境工程学报(中英文)*, 1-12[2025-07-04]. <https://kns-cnki-net.webvpn.nit.edu.cn/kcms/detail/50.1218.TU.20250506.1015.004.html>.

仇文岗, 冉博, 顾鑫, 等, 库水位变化和降雨联合作用下黑水河岸坡稳定可靠度分析. *土木与环境工程学报(中英文)*, 1-10[2025-07-04]. <https://kns-cnki-net.webvpn.nit.edu.cn/kcms/detail/50.1218.TU.20241031.1256.002.html>.