

小样本下岩体参数不确定性表征与围岩卸荷稳定性概率评价方法

刘国锋^{1,2}, 李琦^{1,2}, 冯坤^{1,2}, 刘健³, 丰光亮³, 邱士利³, 裴书锋⁴

1.长安大学公路学院, 陕西西安 710064

2.长安大学西安市绿色智慧交通岩土工程重点实验室, 陕西西安 710064

3.中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北武汉 430071

4.华北水利水电大学地球科学与工程学院, 河南郑州 450046

摘要: 对于地质信息揭露有限的工程, 如何合理评估力学参数与围岩稳定性, 仍缺乏适用方法. 提出了一种小样本条件下岩体力学参数表征与围岩稳定性评价方法. 基于室内试验获取岩石弹性模量与抗剪强度小样本数据, 根据 Hoek-Brown 准则, 融合贝叶斯推断与马尔科夫链蒙特卡洛 (MCMC) 抽样建立表征岩体力学参数不确定性的概率模型; 进一步结合 Monte Carlo 模拟与点估计法, 建立围岩卸荷位移与破裂区深度的概率评价方法. 以白鹤滩水电站地下厂房为例, 确定了岩体弹性模量、黏聚力、内摩擦角及抗拉强度的概率分布, 并给出围岩变形与破裂深度的概率评价. 与现场监测对比表明, 本方法计算结果可靠, 为地下洞室围岩稳定性评估提供了有效的技术途径.

关键词: 不确定性分析; 贝叶斯; 稳定性; Hoek-Brown 准则; 力学参数; 地下洞室.

中图分类号: TU45

收稿日期: 2025-10-08

Characterization of Uncertainty in Rock Mass Parameters under Small Samples and Probabilistic Evaluation Method for Unloading Stability

LIU Guofeng^{1,2}, LI Qi^{1,2}, FENG Kun^{1,2}, Liu Jian³, FENG Guangliang³, Qiu Shili³, Pei Shufeng⁴

1.School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China

2.Xi'an Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Green and Intelligent Transport, Chang'an University, Xi'an 710064, China

3.Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China

4.College of Geosciences And Engineering, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China

Abstract: In underground engineering with limited geological data, effective methods for evaluating rock mass stability are urgently needed. A method for characterizing rock mass mechanical parameters and evaluating the stability of surrounding rock under small sample conditions has been proposed. Based on small sample data obtained from laboratory tests of rock elastic modulus and shear strength, a probabilistic model characterizing the uncertainty of rock mass mechanical parameters was developed by integrating Bayesian inference with Markov Chain Monte Carlo (MCMC) sampling. Further, by combining Monte Carlo simulation with point estimation method, a probabilistic evaluation method for the surrounding rock unloading displacement and the depth of the fracture zone was established. Taking the underground powerhouse of Baihetan Hydropower Station as an example, the probability distribution of the elastic modulus, cohesion, internal friction angle and tensile strength of the rock mass was determined, and the probabilistic evaluation of the deformation and fracturing depth of the surrounding rock was given. Comparison with on-site monitoring indicates that the calculation results of this method are reliable, providing an effective technical approach for evaluating the stability of surrounding rock in underground caverns. Comparisons with field monitoring data demonstrate that this method provides reliable calculation results, offering an effective technical approach for assessing tunnel rock mass stability in conditions of scarce geological data.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52578462, 52409146).

作者简介: 刘国锋(1989-), 男, 副教授, 博士学位, 从事岩土工程安全分析、灾害预警与防控相关研究, E-mail: gfliu@chd.edu.cn

Key words: Uncertainty Analysis; Bayesian; Stability; Hoek-Brown criterion; Mechanical Parameter; Underground caverns.

0 引言

岩体力学参数的不确定性是岩土工程稳定性评价中的重要影响因素 (Chen et al.,2019; Zhou et al.,2021; Li et al.,2024), 准确地获取岩体的力学参数则是进行工程岩体稳定性分析的前提。由于岩体力学参数有多种不确定性, 其中包括空间变异性、模型转换不确定性和试验误差等 (Jiang et al.,2022), 岩体力学参数往往难以准确确定。因此, 考虑岩体力学参数的不确定性并获取其概率分布特征, 进一步开展工程岩体的稳定性评价显得尤为必要。

近年来, 概率分析方法如点估计法、Monte Carlo (M-C) 模拟、参数随机场、可靠度理论及贝叶斯方法等, 已成为量化岩体参数不确定性、提升工程稳定性预测精度的有效途径 (Contreras et al.,2018; 仇文岗等, 2021; Pang et al.,2024; Zhang et al.,2024), 这些方法能够通过概率分布表征参数空间随机性, 进而实现岩体变形与破坏风险的定量评估。尽管概率分析方法在参数估计方面已取得显著进展, 其在复杂地质环境中的实践仍面临挑战。现场数据获取成本高、样本量不足, 限制了传统统计方法的直接应用。贝叶斯方法通过先验分布与现场数据的融合, 能够在有限信息条件下提供更可靠的后验分布, 尤其适用于数据有限的工程场景 (Cao et al.,2014; 蒋水华等, 2025; 许领等, 2025)。由于后验分布常为复杂多维函数, 其数值求解多依赖马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 等抽样算法 (Robert et al.,2011; 王丽芳等, 2024)。Wang et al. (2016) 基于贝叶斯理论提供了一种有限数据下土体内摩擦角和黏聚力的确定方法; Cao et al. (2014) 采用贝叶斯方法表征了软黏土的不排水抗剪强度特性; 蒋水华等 (2025) 考虑参数的空间变异性, 提出了基于贝叶斯更新的土体抗剪强度参数随机场模型; 基于贝叶斯框架的参数估计法已被证实能够提高小样本条件下土体参数估计的准确性, 其对于复杂岩体力学参数的不确定性表征仍处于探究阶段。Liu et al. (2022) 基于贝叶斯理论提出了利用岩石纵波波速推断岩体弹性模量随机场的方法, Jiang et al. (2022) 基于 Hoek-Brown 准则 (H-B 准则), 通过整合有限现场数据与先验知识, 提出了一种基于贝叶斯理论的岩体力学参数随机场确定方法, 并进一步通过随机有限元法 (RFEM) 研究围岩局部破坏概率, 为地下洞室围岩卸荷破坏评价提供了一种切实可行的方法。部分学者融合了点估计法 (Cai et al.,2011; Liu et al.,2024) 提出了地下洞室围岩稳定性概率评价框架和方法, 既考虑了岩体力学参数的不确定性, 又简化了参数随机场条件下的复杂数值模拟过程, 提升了工程计算效率, 但该方法的适用性仅在现场地质观测数据和室内测试样本较为充足的情况下进行了验证。综上, 面对工程现场数据有限 (即小样本) 的工况, 实现复杂地质条件下岩体力学参数的不确定性表征仍需进一步探究, 同时, 亟需构建一套便于现场应用且高效易懂的围岩稳定性概率评价方法, 增强地下洞室工程设计对不确定性的适应能力。

鉴于此, 本文结合室内试验和先验信息提出了基于贝叶斯网络和 MCMC 抽样方法的岩体力学参数概率估计方法, 并基于岩体力学参数概率分布, 提出了基于贝叶斯网络与点估计法的岩体开挖卸荷稳定性分析方法, 分别对岩体的位移值和围岩破裂区深度进行计算, 最终获取岩体稳定性分析结果。以白鹤滩水电站右岸厂房为例进行分析, 验证了所提方法的合理性, 对于实际工程的稳定性评价更具有指导意义。

1 基本思想及分析方法

本文基于贝叶斯理论与点估计法, 建立小样本下岩体稳定性评价方法分析流程, 主要包括三个环节, 如图 1 所示: (1) 通过室内试验, 获取岩石的弹性模量、黏聚力和内摩擦角等力学参数, 融合贝叶斯原理和 MCMC 抽样方法, 确定岩石力学参数的概率分布; (2) 基于 Hoek-Brown 准则获得岩石-岩体力学参数的折减系数, 对岩石力学参数进行整体折减, 获得大样本条件下岩体力学参数的概率分布; (3) 利用三维数值模拟开展岩体的稳定性概率分析, 结合贝叶斯原理对基于 Monte

Carlo (M-C) 模拟计算的岩体的位移值进行计算，并根据点估计法对影响围岩破裂区深度的主要参数进行组合，然后对围岩破裂区深度进行计算，最终获取岩体稳定性概率分析结果。具体的分析过程和手段见下文。

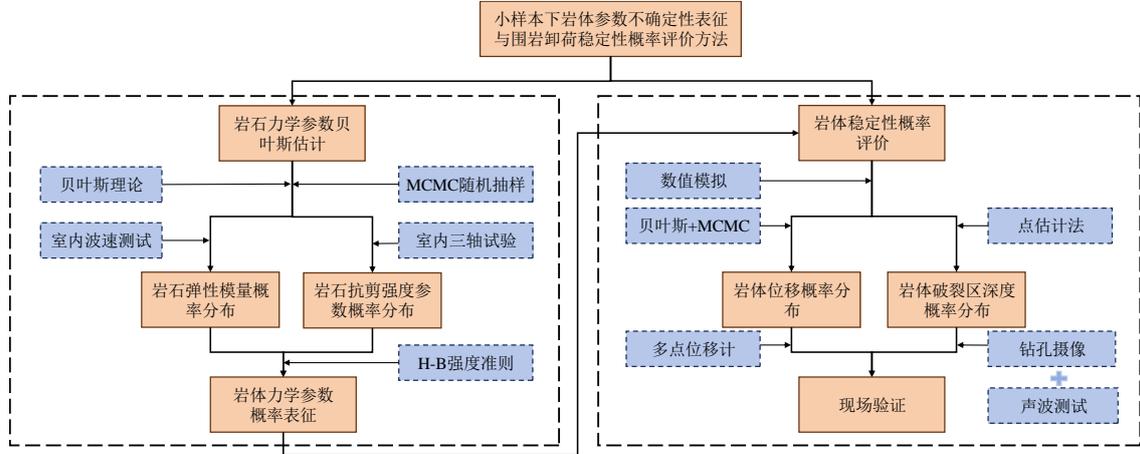


图1 基本思想与分析流程

Fig.1 Basic idea and analysis process

1.1 岩石力学参数的贝叶斯估计

贝叶斯定理用于推断不确定性或更新知识，描述了如何利用新的证据更新一个事件的概率。以下是贝叶斯理论的基本定义及其公式。

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

式中， $P(A|B)$ 为后验概率， $P(B|A)$ 为似然函数， $P(A)$ 为事件 A 的先验概率， $P(B)$ 为事件 B 的全概率。

MCMC 抽样计算广泛用于处理贝叶斯后验 (Adoko et al.,2017; Aladejare et al.,2019; 陶袁钦等, 2021)，是一种从复杂概率分布中抽样的统计方法，通过构建一个马尔可夫链，使链的状态在收敛后代表目标分布中抽取的样本。基于现场测试或室内试验，并利用贝叶斯原理和 MCMC 抽样生成岩石力学参数的分析流程，主要包括以下环节：（1）通过现场测试或室内试验等手段获取 n 个参数值，将其作为输入参数；（2）获得合适的先验信息，包括但不限于地图和调查、当地经验、目视观察以及已发表的报告和研究，比如参数的均值、标准差等的分布范围；（3）选择合适的初始状态，利用 MCMC 从参数概率分布中进行抽样；（4）将分析限制在稳态区间，根据 MCMC 样本估计岩石的参数分布。

首先，建立岩石的弹性模量 E_s 和岩块压缩波波速 V_p 之间的回归模型，再引入贝叶斯公式，将实测数据并结合工程现场多源信息建立贝叶斯计算框架。 $P(\mu, \sigma | \text{Data})$ 中包括岩石的压缩波波速 V_p 和工程现场测量数据及先验信息，可以通过贝叶斯公式展开：

$$P(\mu, \sigma | \text{Data}) = K \times P(\text{Data} | \mu, \sigma) \times P(\mu, \sigma) \quad (2)$$

式中， K 是正则化常数， $P(\text{Data} | \mu, \sigma)$ 为贝叶斯原理中的似然函数， $P(\mu, \sigma)$ 为工程的先验信息。岩石弹性模量 E_s 的先验信息可以采用大范围的均匀分布来表示，其定义为：

$$P(\mu, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\mu_{\max} - \mu_{\min}} \times \frac{1}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}, & \mu \in (\mu_{\min}, \mu_{\max}) \text{ and } \sigma \in (\sigma_{\min}, \sigma_{\max}) \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (3)$$

式中， $P(\mu, \sigma)$ 为工程的先验信息，它分为信息化较强和信息化较弱两种，信息化较强则指的是

岩土体参数的统计特征值（均值、标准差、概率分布），信息化较弱则指根据工程类比信息和专家经验判断获得的较为模糊的先验信息， μ_{\min} 和 μ_{\max} 是 E_s 平均值的最小值和最大值， σ_{\min} 和 σ_{\max} 是标准差的最小值和最大值，这两个取值都是需要现场研究人员根据工程经验确定。

$P(\text{Data}|\mu, \sigma)$ 表示贝叶斯原理中的似然函数，它定义了模型生成数据的概率。 $\text{Data}=\{\ln(V_{pi}), i=1,2,3,\dots,N\}$ 表示岩石压缩波波速 V_p 的自然对数值。根据实际工程测量经验可得，岩石压缩波波速 V_p 是在特定地点或者一定距离的空间上进行测试的，因此 V_p 在空间上是相互独立的，其联合概率密度可以通过每个单独的概率密度的乘积而计算得到，其概率则定义为：

$$P(\text{Data}|\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n_s} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(a'\sigma_N)^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(V_{pi}) - (a'\mu_N + b')}{\sqrt{(a'\sigma_N)^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}} \right]^2 \right\} \quad (4)$$

式中， μ_N 和 σ_N 是 $\ln(E_s)$ 的平均值和标准差， a' 和 b' 为重新建立对数模型的参数， $\ln(V_p)$ 为高斯随机变量，其均值和标准差分别为 $a'\mu_N + b'$ 和 $\sqrt{(a'\sigma_N)^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}$ 。

根据贝叶斯原理，岩石弹性模量 E_s 的后验分布表示式为：

$$P(E_s | \text{Data}) = K \int \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_N E_s} \exp \left(-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(E_s) - \mu_N}{\sigma_N} \right]^2 \right) \times \prod_{i=1}^{n_s} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(a'\sigma_N)^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(V_{pi}) - (a'\mu_N + b')}{\sqrt{(a'\sigma_N)^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}} \right]^2 \right\} \times \frac{1}{\mu_{\max} - \mu_{\min}} \times \frac{1}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} d\mu d\sigma \quad (5)$$

式中， K 是一个正则化常数， μ 和 σ 是岩石弹性模量 E_s 的均值和标准差。

岩石抗剪强度参数的贝叶斯估计方法与弹性模量方法一致，同样需要借助 MCMC 抽样方法对试验数据进行抽样计算。值得注意的是，岩石弹性模量的贝叶斯估计输入参数包括试验数据 V_p 、似然函数和先验信息，而在对抗剪强度进行贝叶斯进行估计时，除了似然函数和先验信息之外，则是根据室内三轴压缩试验获得的岩石抗剪强度黏聚力 c 和内摩擦角 φ 参数样本。

1.2 岩石-岩体力学参数转化

在实际岩体工程中，由于裂隙、结构面相互切割，岩石力学参数并不能直接表征现场工程岩体的力学性质，因此有必要在完整岩石和工程岩体之间进行参数的折减。根据 Hoek-Brown 准则给出实际工程岩体的力学参数值，再与贝叶斯估计参数的平均值进行比较，计算得到折减系数 ε ，折减系数定义为使用 H-B 准则得到的岩体参数值除以完整岩石参数的平均值，将折减系数带入 MCMC 抽样样本中，对岩石力学参数进行整体折减，最终获得现场岩体参数的概率分布。

Hoek et al. (1992) 考虑了节理岩体抗拉强度可能为零的情况，引入了材料参数 a ，提出广义版 Hoek-Brown 强度准则，其表达式如下：

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (6)$$

式中： σ_{ci} 为岩石单轴抗压强度 (MPa)， m_b 、 s 、 a 为反映岩体特征的 Hoek-Brown 常数， m_b 为可以表示岩石软硬程度的参数， s 为表征岩体破碎程度的常数， a 为取决于岩体特性的常数。

根据公式 (6)，Hoek et al. (2002) 推导了岩体抗压强度 σ_c 、岩体抗拉强度 σ_t 与弹性模量 E_m 的估算公式，即：

$$\sigma_c = \sqrt{s} \sigma_{ci} \quad (7)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \sigma_{ci} \left(m_b - \sqrt{m_b^2 + 4s} \right) \quad (8)$$

$$E_m = 10^{\frac{RMR-10}{40}} \quad (9)$$

在获取上述岩体参数的前提下，可转化得到等效的 Mohr-Coulomb 强度准则中抗剪强度指标内摩擦角 φ 和黏聚力 c 的表达式：

$$\varphi = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (10)$$

$$c = \frac{\sigma_{ci} \left[(1+2a)s + (1-a)\sigma'_{3n} \right] (s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \left[6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1} \right] / \left[(1+a)(2+a) \right]}} \quad (11)$$

式中， $\sigma'_{3n} = \sigma_{3\max} / \sigma_{ci}$ ， $\sigma_{3\max}$ 可由岩体强度 σ_{cm} 求得：

$$\frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{cm}} = k \left(\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right)^m \quad (12)$$

式中， k 和 m 为经验参数，对于深埋隧洞，分别取 0.47 和 -0.94（朱合华等，2013）。

1.3 岩体位移概率分布

基于岩体力学参数的概率分布，借助数值仿真手段开展岩体稳定性概率分析，参照岩石弹性模量的贝叶斯估计，提出一种在 M-C 法（Sari et al., 2010）的基础上，利用贝叶斯原理对岩体位移值进行计算的方法。M-C 法是一种基于随机抽样和概率统计的数值计算方法，核心思想是通过模拟随机事件的发生概率，来求解确定性问题或概率性问题的近似解。本文涉及的岩体力学参数（如黏聚力、内摩擦角）服从不同的概率分布，M-C 法无需对分布类型进行简化，仅需输入通过试验或文献确定的分布特征参数（均值、标准差、变异系数等），即可生成符合实际规律的随机样本，避免了解析法仅能处理简单分布的局限。主要包括如下几个步骤：（1）根据岩体弹性模量 E_m 概率分布特征（均值 μ 、标准差 σ ），利用 M-C 方法生成一组服从均值为 μ 、标准差为 σ 的随机数，为平衡计算效率与精度，生成随机数的数量一般取 25-30；（2）根据模拟生成的弹性模量 E_m ，依次开展多组岩体稳定性的数值仿真分析，并统计指定点的位移值；（3）建立“位移- E_m ”之间的回归模型，一般呈幂函数拟合关系，将其作为贝叶斯原理中的似然函数；（4）确定贝叶斯计算框架的输入参数，利用 MCMC 对其进行抽样计算，得到大样本下岩体位移值的分布特征。

1.4 基于点估计法的围岩破裂区深度概率分布计算

岩体的破裂区位置和深度被多个岩体力学参数相互影响，似然函数难以构造，利用贝叶斯参数估计的思路不可行。因此，利用点估计法将影响围岩破裂区深度的力学参数进行排列组合，再依次进行数值仿真模拟，获得岩体稳定性关键部位破裂区深度的概率分布。

点估计法是（Rosenbluth, 1975）利用随机变量的各阶矩来估计其函数的各阶矩的一种近似的统计方法。它不需要对函数的各阶矩表达式进行严格的数学推导，对于小样本的随机变量非常有效。一般的洞室岩体工程存在状态函数 $Z = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ， x_1, x_2, \dots, x_n 可表示为黏聚力 c 、内摩擦角 φ 、弹性模量 E_m 和抗拉强度 σ_t 等一些随机变量，这些随机变量具有一定的分布特征，本文主要考虑这些随机变量对围岩破裂区深度的影响。如果有 n 个随机变量，则需要 2^n 个解来求取目标量的均值 μ_{xi} 和标准差 σ_{xi} ，当偏度为零或可忽略时，该过程选择 2^n 个点，使得每个变量的值在其均值的上方或下方的一个标准差范围内，以黏聚力 c 为例：

$$\left. \begin{aligned} c + &= \mu_c + \sigma_c \\ c - &= \mu_c - \sigma_c \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, c 为黏聚力, μ_c 为黏聚力的均值, σ_c 为黏聚力的标准差。

2 大型地下洞室岩体力学参数概率估计

2.1 工程背景

白鹤滩水电站是我国“西电东送”的重大水电工程,位于云南省和四川省交界处的金沙江下游,地形呈“V”字形,见图 2a。白鹤滩水电站全长 423m,开挖跨度为 34m,为目前世界上已建规模最大水电地下厂房。其中,右岸厂房垂直埋深 420m~540m。厂区岩体以 $P_2\beta^2\sim P_2\beta^6$ 间的隐晶质玄武岩、杏仁玄武岩、角砾熔岩与斜斑玄武岩为主,多为微风化状态且相对完整,厂区内发育多条大型软弱错动带、断层、长大裂隙等不利地质构造,依次出露微倾层间和层内错动带(Weak Interlayer Zones, 简称 WIZ)和断层 f_{20} ,如图 2b 所示。白鹤滩水电站地下厂房的地应力基本为构造应力, σ_1 与 σ_2 方向基本水平, σ_3 大致垂直,右岸厂区最大主应力约 22MPa~26MPa(中国电建集团华东勘测设计研究院, 2014),右岸厂房总体属于高地应力区,洞室在开挖施工过程中围岩局部卸荷破坏如片帮开裂、应力结构型塌方、掉块等现象(Liu et al., 2017; 江权等, 2019),对于此类大型地下洞室开挖而言,围岩稳定性动态分析至关重要。

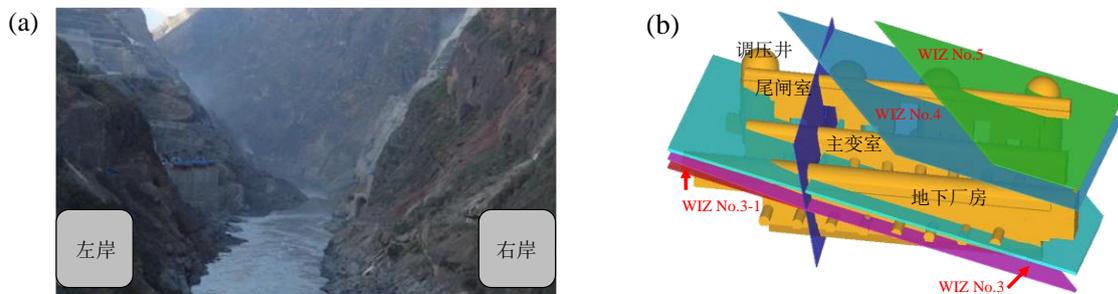


图 2 白鹤滩地貌及右岸地下厂房洞室群地质构造分布(改自 Duan et al., 2017)

Fig.2 Geomorphology of Baihetan hydropower station and geological structural distribution of the underground powerhouse cavern group on the right bank (modified by Duan et al., 2017)

a.水电站地貌; b.右岸地下厂房洞室群地质构造分布

2.2 岩石力学参数不确定性表征

通过对右岸地下厂房玄武岩加工的试样进行室内压缩波波速(V_p)测试,获得 36 个岩石样本的 V_p 值,进一步进行室内单轴压缩试验并得到弹性模量。为了优化小样本条件下回归模型的可靠性,从 36 个样本数据中随机挑选一组覆盖全区间的数据集(约 1/3 样本数)进行回归分析,并建立幂函数模型,即 $E_s=0.28V_p^{3.11}$,如图 3 所示。此外,根据工程经验选择合适的先验信息,假设岩石的弹性模量均值和标准差均服从均匀分布(Wang et al.,2016),平均值范围在 10GPa~100GPa 之间,标准差的范围在 5GPa~20GPa 中(Feng et al.,2014; Liu et al.,2022)。在建立 E_s-V_p 不确定性回归模型后,将随机挑选的 9 个 V_p 值作为 MCMC 抽样计算的输入参数,结合确定的先验信息,进行 30000 次抽样,从而获得白鹤滩玄武岩岩样大样本条件下的弹性模量概率表征特征,如图 4a 所示,岩石弹性模量的 MCMC 抽样样本呈明显的正态分布,均值为 59.17GPa,标准差为 26.85GPa。

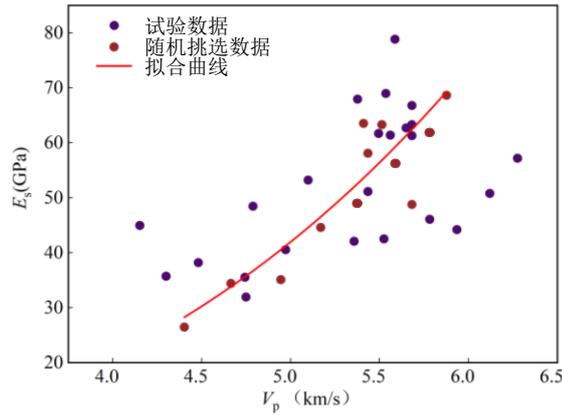


图 3 玄武岩试样 V_p 与 E_s 在小样本条件下的拟合关系

Fig.3 Fitting relationship between V_p and E_s of basalt samples under small sample conditions

进一步通过室内三轴压缩试验确定玄武岩岩石样本的抗剪强度参数，获得 40 个样本参数，将其作为 MCMC 抽样流程中的初始样本。根据工程经验确定先验信息，玄武岩等硬岩黏聚力 c 均值为 5~50MPa，标准差为 1MPa~15MPa；内摩擦角 φ 均值为 5°~85°，标准差为 1°~10°；互相关系数 ρ 的范围为 -0.5~1（Jiang et al., 2022）。黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的 MCMC 抽样分析涉及两个具有内在关联的力学参数，属于多参数联合抽样范畴，这使得每次抽样迭代的计算逻辑更为复杂，计算耗时显著增加。同时，随着抽样次数的不断增多，多参数抽样的计算负荷呈累积式上升，抽样过程的时间成本随之提高，整体计算效率呈现出明显的下降趋势，因此对 c 和 φ 的抽样次数设置为 3000 次。图 5 展示了玄武岩岩石抗剪强度参数 MCMC 抽样样本的散点分布情况，整体来看，随着抽样次数增多，黏聚力与内摩擦角的均值逐渐趋于平稳。通过 3000 次 MCMC 抽样计算，获得白鹤滩玄武岩岩石抗剪强度 MCMC 抽样样本的分布，图 4b 和 4c 所示，从而确定玄武岩大样本条件下的抗剪强度参数概率表征特征，如总体来看，黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的样本呈正态分布，其中，黏聚力 c 均值为 29.04MPa，标准差为 5.41MPa；内摩擦角 φ 均值为 39.43°，标准差为 10°。

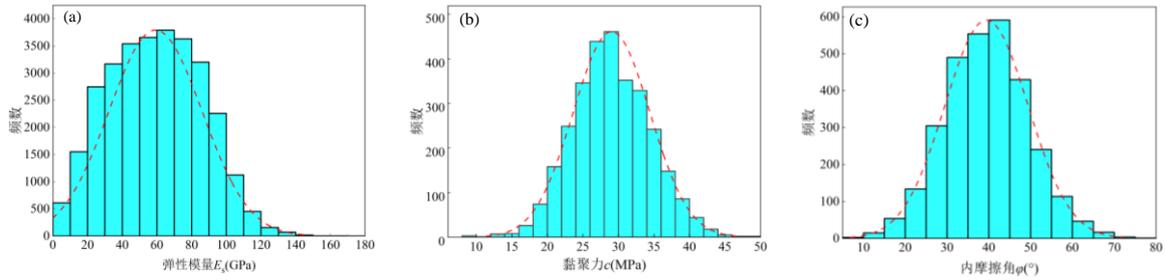


图 4 玄武岩力学参数的 MCMC 样本直方分布

Fig.4 Distribution histogram of MCMC samples for basalt mechanical parameters

a.弹性模量 E_s ; b.黏聚力 c ; c.内摩擦角 φ

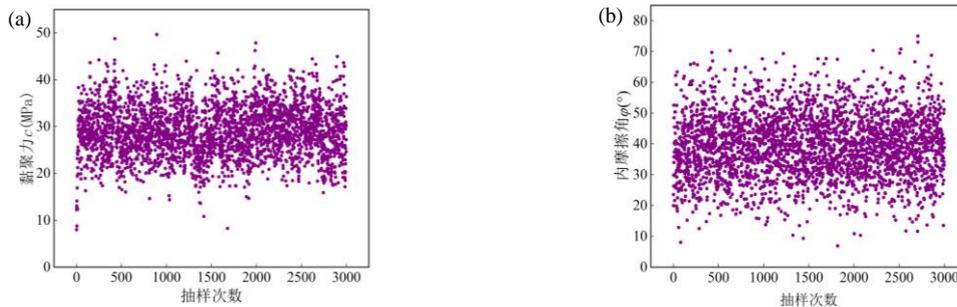


图 5 抗剪强度参数的 MCMC 抽样散点分布图

Fig.5 Scatter distribution of MCMC sampling for shear strength parameters

a.黏聚力 c ; b.内摩擦角 φ

2.3 岩石-岩体力学参数转化及不确定性表征

针对白鹤滩水电站右岸地下厂房，通过研究人员前期的地质调研确定 H-B 准则输入参数。由于右岸地下厂房岩体较为完整，根据围岩分级方法适用性，此处可选择 RMR 分级系统对岩体质量进行评价。根据厂房顶拱前期开挖的锚固观测洞、预埋钻孔摄像和第一层中导洞开挖的地质素描资料（刘国锋等，2022），确定 H-B 准则中输入参数 RMR 的取值为 67，上述玄武岩试样室内单轴试验表明，岩石材料的 UCS 平均值为 137MPa，对于玄武岩而言，表征岩石软硬程度的 m_i 参数，一般取值为 25 ± 5 （Marinos et al.,2001），这里取 m_i 为 25。根据上述 1.2 节中的公式（9）~（11），基于 Hoek-Brown 准则确定白鹤滩岩体的等效力学参数，包括弹性模量 E ，黏聚力 c ，内摩擦角 φ 。根据白鹤滩水电站地下厂房的相关研究，岩体的抗拉强度 σ_t 的取值服从均值为 0.50MPa，标准差为 0.22MPa 的正态分布（Liu et al.,2024）。根据岩石与岩体力学参数的均值分析即可得到相对应的折减系数，如表 1 所示。

表 1 岩石与岩体力学参数及其折减系数

Table 1 Mechanical parameters of rock and rock mass and the corresponding reduction coefficients

力学参数	岩石		岩体		折减系数
	均值	标准差	均值	标准差	
弹性模量 E (GPa)	59.17	26.85	26.6	12.1	0.45
黏聚力 c (MPa)	29.04	5.41	13.05	2.43	0.45
内摩擦角 φ ($^\circ$)	39.43	10	42.23	10.71	1.07
抗拉强度 σ_t (MPa)	/	/	0.50	0.22	/

将计算得到的折减系数代入上述所得岩石的 MCMC 样本中进行整体折减，可得到如图 6 所示的岩体力学参数分布。其中，岩体的弹性模量 E_m 、黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的均值分别为 26.6GPa、13.05MPa 和 42.23° ，标准差分别为 12.1GPa、2.43MPa 和 10.71° （见表 1）。经计算，弹性模量的变异系数 CV_{E_m} 为 45.5%，黏聚力的变异系数 CV_c 为 18.6%，内摩擦角 φ 的变异系数 CV_φ 为 25.4%，由图可知，大样本下岩体的弹性模量 E_m 、黏聚力 c 和内摩擦角 φ 均呈现正态分布特征。

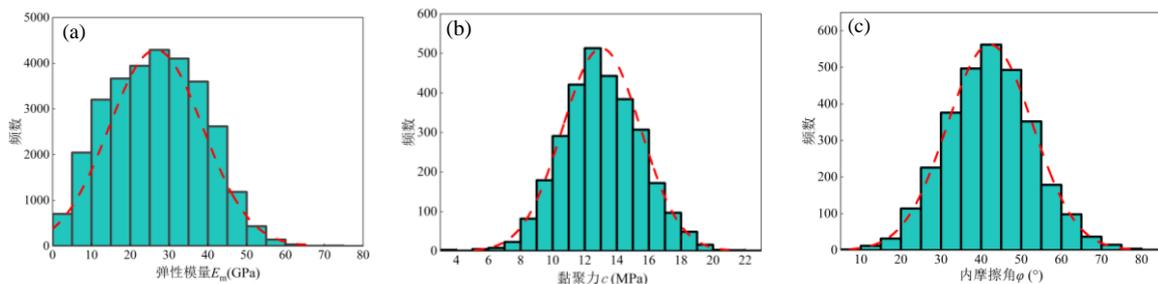


图 6 岩体力学参数分布直方图

Fig.6 Distribution histogram of rock mass mechanical parameter

a.弹性模量 E_m ; b.黏聚力 c ; c.内摩擦角 φ

3 地下洞室岩体稳定性概率分析

3.1 数值模型构建

采用 $FLAC^{3D}$ 构建数值模型，根据现场实际模拟分层多步开挖顺序，网格模型见图 7a，模型开挖区域附近采用细密网格以提升精度。根据现场的原位测试和地应力的非线性反演得到初始应力状

态 (Liu et al.,2017), $\sigma_{xx}=25\text{MPa}$, $\sigma_{yy}=12\text{MPa}$, $\sigma_{zz}=16\text{MPa}$, $\sigma_{xz}=5\text{MPa}$, 并施加位移边界条件, 需要说明的是, 数值模拟的边界条件是对模型上下左右方向的位移边界进行约束。厂房的开挖高度和跨度分别为 85.7m 和 34.8m, 岩锚梁以下宽度为 31m。开挖顺序按照第I~III分层依次开挖, 由于洞室跨度巨大, 每层均按照图中所示的多步序步骤进行开挖。

为了实时监测围岩开挖变形, 通过厂房周围的辅助洞室 (如厂顶锚固观测洞、排水廊道) 预埋多点位移计, 监测点布置见图 7b。图中显示, 厂房顶拱和高边墙的位置布设有 D1~D7 多点位移计以捕捉围岩变形, 此外还布置了 YZ1~YZ8 预埋观测孔, 用于开展钻孔摄像和声波测试, 从而确定围岩松弛破裂的深度, YZ1-YZ4 重点监测顶拱破裂区, YZ5 和 YZ6 重点监测边墙变形。需要说明的是, 模拟过程中采用的力学模型为 RDM (岩体劣化) 模型 (江权等, 2008), 该模型是一个典型的弹-脆-塑性模型, 从宏观层面来看, 可将围岩力学性状劣化认为是岩体弹性模量 E 、黏聚力 c 、内摩擦角 φ 等发生改变的过程, 如图 8 所示 (江权等, 2008), 采用 C++ 语言编制数值计算程序, 并利用岩土工程软件 FLAC^{3D} 的接口程序生成嵌入软件计算的动态链接库文件 USERMODEL.DLL, 从而实现 RDM 模型的数值模拟计算。RDM 模型可以充分反映厂区玄武岩力学参数劣化特性。围岩的破裂区采用指标 “RFD” (Rock Failure Degree) (江权等, 2019) 进行表征, 其中, $RFD \geq 1$ 表示围岩开始发生破裂的区域, 研究已表明该指标与现场监测的岩体松弛破裂结果吻合度较高, 可以较好的表征岩体可能发生破裂的深度。

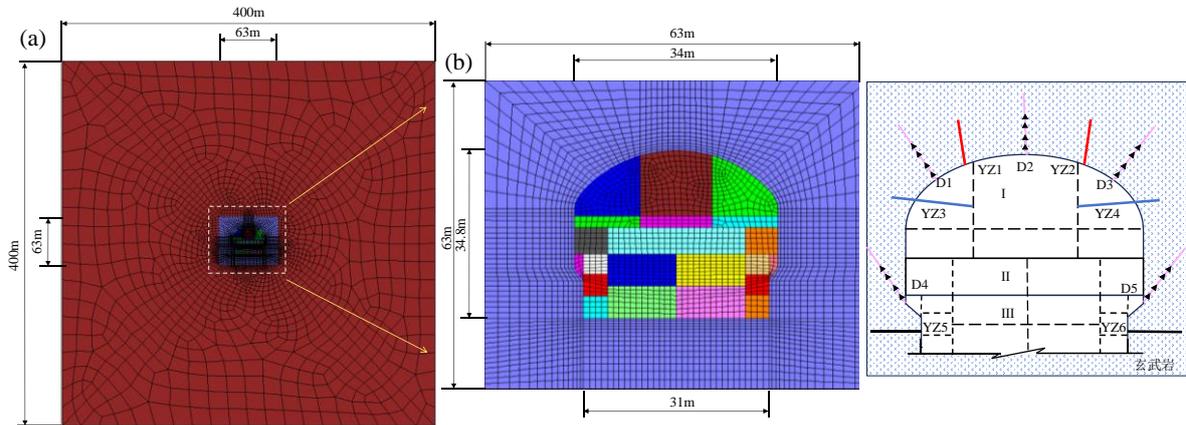


图 7 厂房数值模型及位移与破裂区监测布置

Fig.7 Numerical model of the powerhouse cavern and the monitoring layout of displacement and fracturing zone

a.数值网格模型; b.岩体位移和破裂深度监测孔断面布置

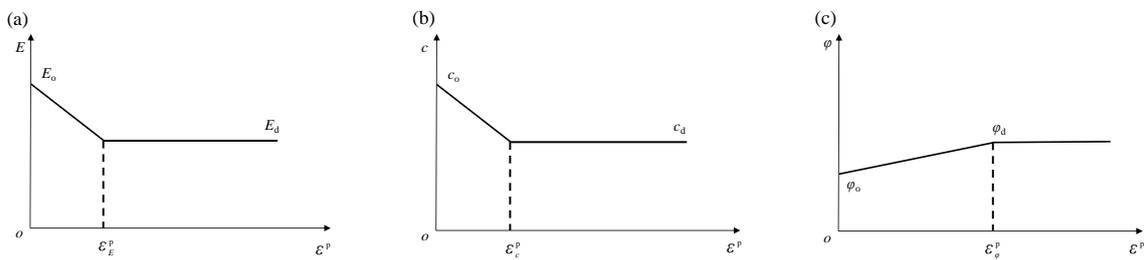


图 8 岩体破损区内力学参数劣化过程 (引用自江权等, 2008)

Fig.8 Processes of mechanical parameters transformation of deterioration in EDZ (cited from jiang et al., 2008)

a.弹性模量 E ; b.黏聚力 c ; c.内摩擦角 φ

3.2 围岩位移概率计算

根据上述获得的岩体弹性模量 E_m 的概率分布特征, 根据 1.3 节所述方法, 利用 M-C 方法生成 25 个 E_m 的随机样本参数, 进而可以确定 25 组参数模拟方案, 并利用 FLAC^{3D} 依次进行洞室岩体的开挖卸荷数值模拟。除此之外, 在洞室岩体开挖卸荷的数值仿真中, 还应考虑的参数包括岩体的抗

拉强度 σ_t 、黏聚力 c 、内摩擦角 φ ，为表 1 所示均值。图 9 展示了 E_m 为 30.64GPa 时洞室第一层和第三层开挖后围岩位移的计算云图，结果显示，第一层开挖后下游侧拱肩和拱脚处围岩变形较大，其变形超过 1cm，第三层开挖后，洞室两侧边墙的变形较大，局部变形超过 2cm。

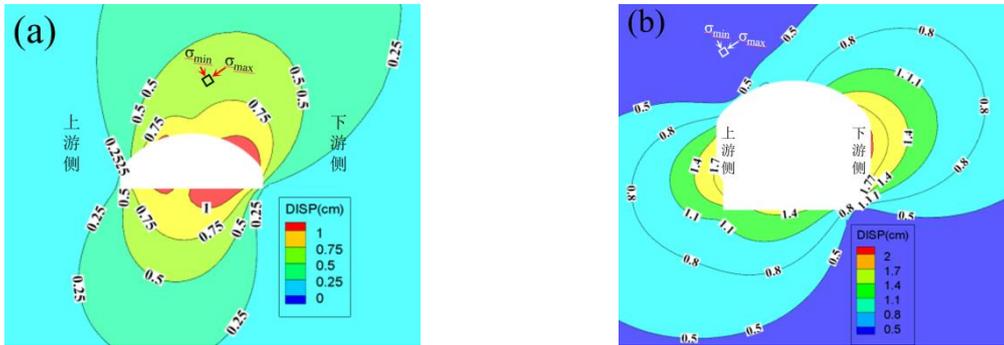


图 9 洞室开挖过程中的围岩位移计算云图

Fig.9 Displacement calculation results of the rock mass around the cavern during excavation

a.第一层; b.第三层

如上所述，基于 M-C 随机生成的 25 组模拟参数，分别进行洞室开挖卸荷仿真计算，并统计第一层和第三层洞室指定点 (D1~D5) 岩体位移的 25 组模拟结果，构建贝叶斯计算框架中“位移- E_m ”的似然函数关系，如图 10 和图 11 所示，据此构建小样本下岩体位移的贝叶斯回归模型，结合工程先验信息，利用 MCMC 抽样方法对小样本下岩体位移进行 3000 次抽样计算。对于洞室第一层开挖而言，基于贝叶斯的位移计算结果如图 12 所示，可见，各点的位移基本服从对数正态分布，其中 D1~D3 处位移平均值分别是 3.08mm、8.73mm 和 10.79mm。对于洞室第三层开挖而言，基于贝叶斯的计算结果见图 13，可见，大样本条件下各指定点的位移分布为对数正态特征，其中 D1~D5 处位移平均值分别是 6.57mm、7.23mm、16.41mm、14.25mm 和 15.66mm。

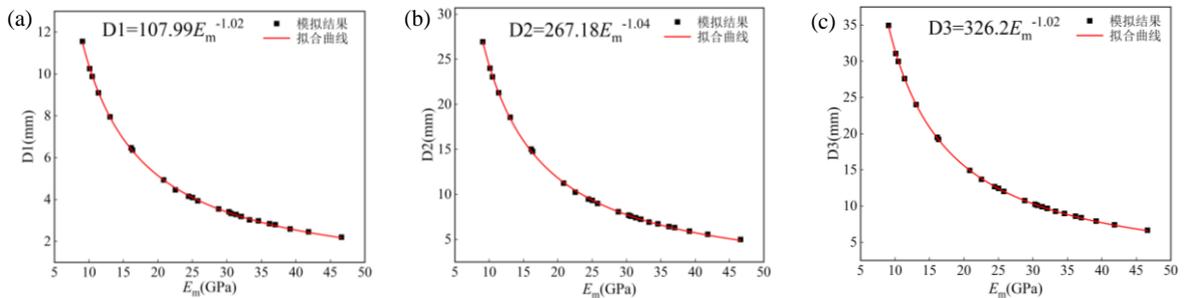
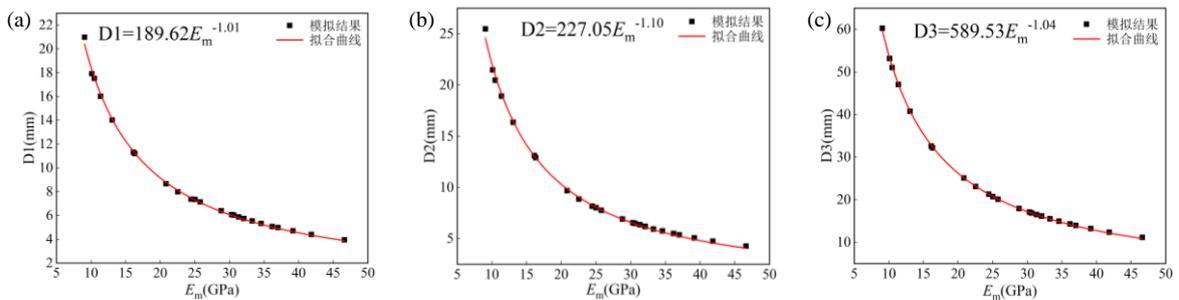


图 10 洞室第一层开挖围岩位移与弹性模量拟合关系

Fig.10 Fitting relationships between the rock mass displacement and elastic modulus during excavation of the first layer

a.D1- E_m 拟合关系; b.D2- E_m 拟合关系; c.D3- E_m 拟合关系



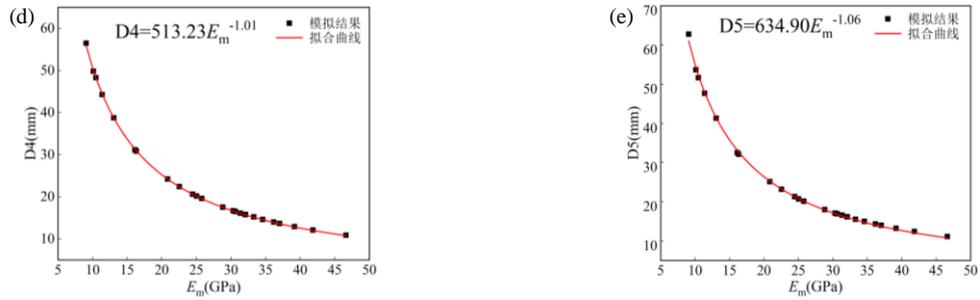


图 11 洞室第三层开挖围岩位移与弹性模量拟合关系

Fig.11 Fitting relationships between the rock mass displacement and elastic modulus during excavation of the third layer
a.D1- E_m 拟合关系; b.D2- E_m 拟合关系; c.D3- E_m 拟合关系; d.D4- E_m 拟合关系; e.D5- E_m 拟合关系

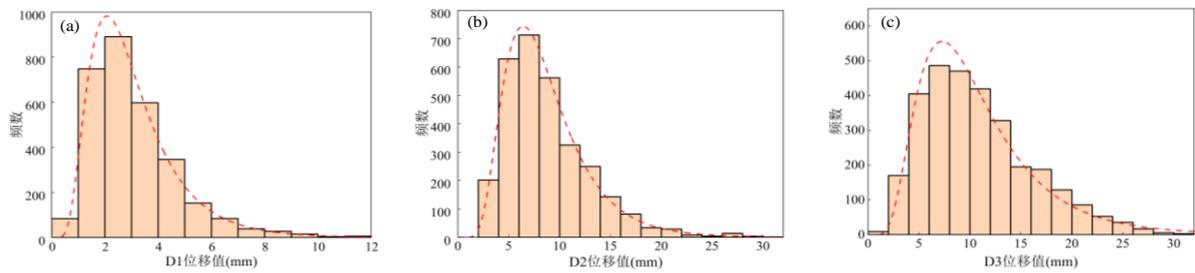


图 12 基于 MCMC 抽样的洞室第一层开挖位移计算结果

Fig.12 Displacement calculation results during excavation of the first layer of the cavern based on MCMC sampling

a.D1 测点位移值; b.D2 测点位移值; c.D3 测点位移值

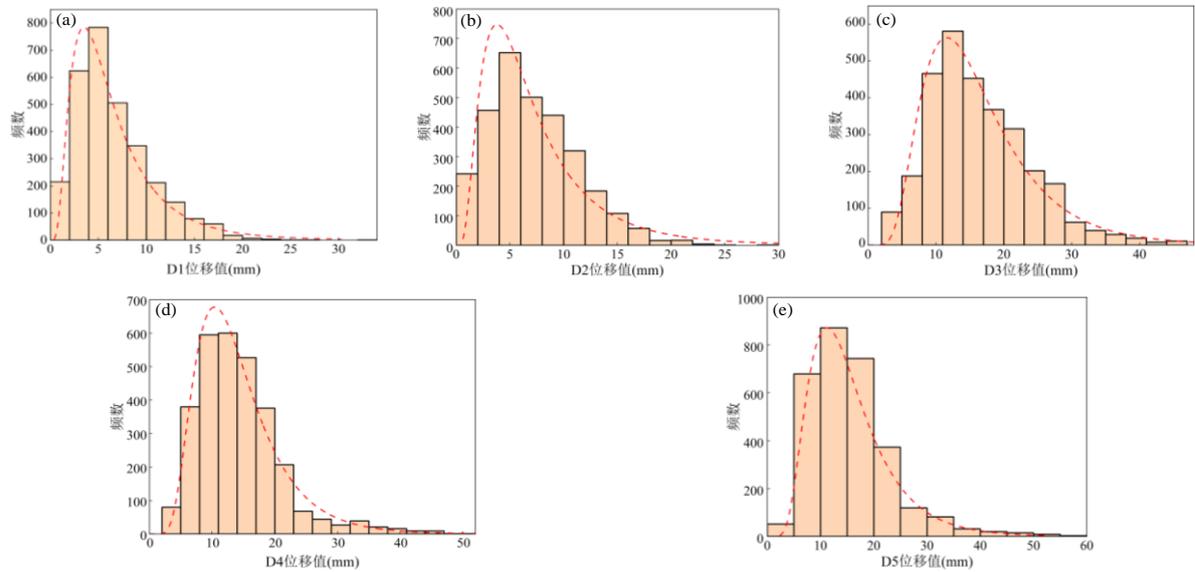


图 13 基于 MCMC 抽样的洞室开挖后位移分布计算结果

Fig.13 Displacement calculation results during excavation of the third layer of the cavern based on MCMC sampling

a.D1 测点位移值; b.D2 测点位移值; c.D3 测点位移值; d.D4 测点位移值; e.D5 测点位移值

3.3 围岩破裂区深度概率计算

融合 1.4 节点估计法开展数值仿真, 需要考虑的岩体力学参数随机变量包括岩体的弹性模量 E_m 、抗拉强度 σ_t 、黏聚力 c 和内摩擦角 φ , 对上述 4 个参数随机变量对称取 2 个取值点, 一般为均值上下的一个正负标准差, 根据表 1 可知, E_m 取 14.5GPa 和 38.7GPa, σ_t 取 0.28MPa 和 0.72MPa, c 取 10.62MPa 和 15.48MPa, φ 取 31.52° 和 52.94° 。将 4 个不同参数的两个取值点进行排列组合, 得到

2⁴=16 种计算参数组合。基于该参数组合分别开展相应的数值仿真分析，从而预测厂房开挖全过程中围岩的稳定性，作为举例示意，图 14 给出了厂房第一层与第三层开挖后围岩指定位置破裂区云图（该模拟所采用的力学参数组合为 $E_m=14.5\text{GPa}$, $\sigma_t=0.28\text{MPa}$, $c=10.62\text{MPa}$, $\varphi=31.52^\circ$ ）。由此可知，第一层开挖完成后，围岩破裂较深的位置主要集中于洞室的上游侧拱肩和下游侧拱脚处；第三层开挖完成后，围岩破裂较深位置主要位于洞室的上游侧拱肩及下游侧壁处。

考虑参数不确定性的情况下，可获得一系列不同参数取值组合下的洞室稳定性结果，进而获得破裂区深度的均值和标准差，从而对洞室开挖引起的卸荷响应行为与稳定性进行概率评价。图 14 给出了洞室第一层开挖和第三层开挖指定位置破裂区深度概率分布。由图 14a 可知，洞室第一层开挖后 YZ1~YZ4 破裂区的均值分别为 1.44m、0.30m、0.37m 和 0.27m，标准差分别为 0.71m、0.14m、0.17m 和 0.11m；由图 14b 可知，洞室第三层开挖后 YZ1~YZ6 破裂区的均值分别为 1.86m、0.64m、0.77m、0.32m、2.00m 和 2.35m，标准差分别为 1.40m、0.23m、0.67m、0.13m、0.45m 和 0.42m。

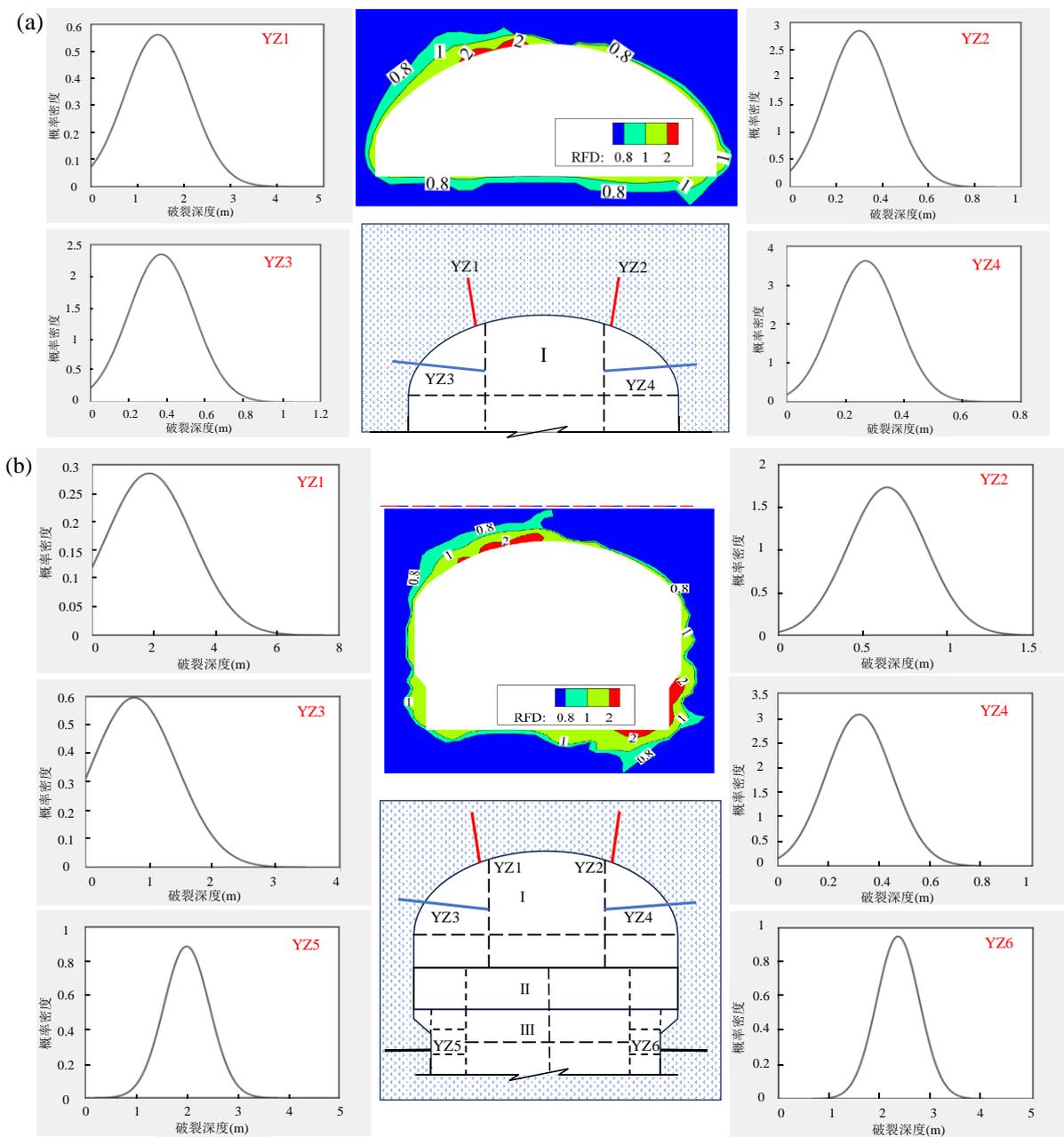


图 14 洞室开挖后围岩破裂区深度的概率分布计算结果

Fig.14 Calculation results on the probabilistic distribution of fracturing depth of rock mass around the cavern excavation

a.第一层; b.第三层

3.4 现场验证

根据图 7b 所示的多点位移计、钻孔摄像、声波测试等手段能够获得厂房开挖施工过程中围岩变形与破裂信息。本节选取 K0+050~080 洞段和 K0+120~150 洞段为例,记录该洞段的多点位移计位移数据,需要说明的是,因为这两个洞段的空间位置、埋深、围岩条件与地应力条件基本类似,且代表了地下厂房的基本地质情况和赋存环境,因此可作为典型洞段进行对比分析。由图 15 所显示,厂房开挖期间,下游侧拱肩(如 D2、D3 位置)附近的位移较大,这与洞室断面的地应力方向有关,一般而言,围岩朝临空面方向的位移主要发生在近似垂直于最大主应力方向处的开挖边界,此时,沿着最大主应力产生的卸荷回弹变形最大。可以看出,实际监测结果均在计算的概率分布范围之内,同时可发现,计算平均值难以反映现场实际,需要说明的是,尚存在实际观测结果处于概率计算结果 1.5IQR(四分位距)区间之外的情况(如第三层开挖之后 D2 位移监测点),说明传统的基于等效力学参数计算结果难以准确预测现场变形响应,进一步体现了不确定性估计的重要性。以上结果表明,小样本条件下基于贝叶斯原理和 MCMC 抽样计算的岩体力学参数能够在最大程度上确保参数估计结果接近现场实际,且能够考虑到现场位移可能出现极值的情况,这对于洞室稳定性的预判和评价具有重要的指导意义。

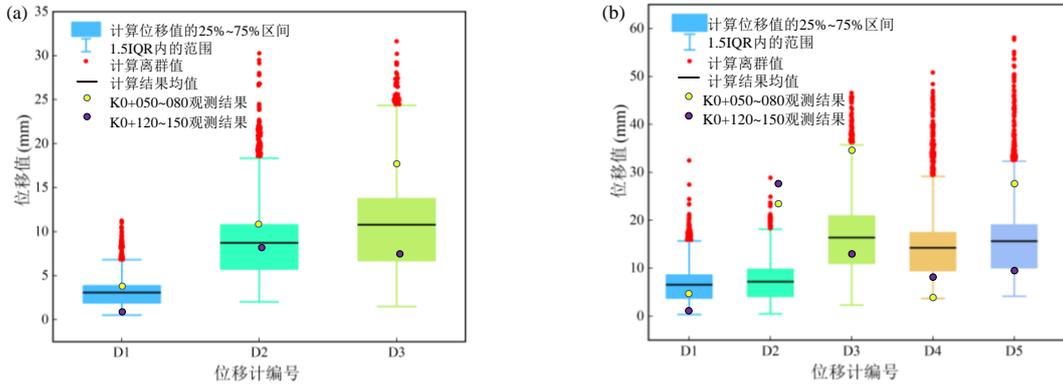


图 15 洞室开挖后围岩位移实测与计算结果对比

Fig.15 Comparison of the measured results and calculated results of rock mass displacement during cavern excavation

a.第一层; b.第三层

洞室开挖期间围岩整体稳定,但受重分布应力影响,围岩浅表层揭露了大量的破裂破坏现象,如图 16 所示,围岩浅表层破裂及剥落现象主要集中在第一层上游侧拱肩与第三层下游侧边墙位置处,多以卸荷开裂、岩体剥落和应力结构型塌方为主,可见数值计算结果与现场实际破坏所发生的位置是吻合的。通过对典型监测断面岩体破裂区的钻孔摄像和声波测试结果进行分析,并将其与上述计算结果进行对比,如图 17 所示。需要说明的是,YZ3 和 YZ4 测点因布置在顶拱边墙处,洞室开挖至第三层之后其无法继续观测。因此,此处选择了 YZ1、YZ2、YZ5、YZ6 处围岩破裂区深度进行计算与实测结果的对比分析。可以看出,第一层和第三层开挖完成后实测的围岩破裂深度均在模拟概率计算的结果范围内,与上述位移计算结果相比,破裂深度实际观测结果更接近于模拟计算均值,是因为强度参数分布的标准差相对于弹性模量更小一些(见表 1),但仍然存在实际观测结果处于概率计算结果 1.5IQR(四分位距)分布区间之外的情况(如第三层开挖之后 YZ5 观测点),表明基于确定性等效参数分析得到的围岩破裂区结果难以准确反映现场实际。进一步说明上述考虑参数不确定性特征的岩体力学参数概率估计结果准确性较为可靠,也充分说明前文所提理论和方法具有一定指导价值。

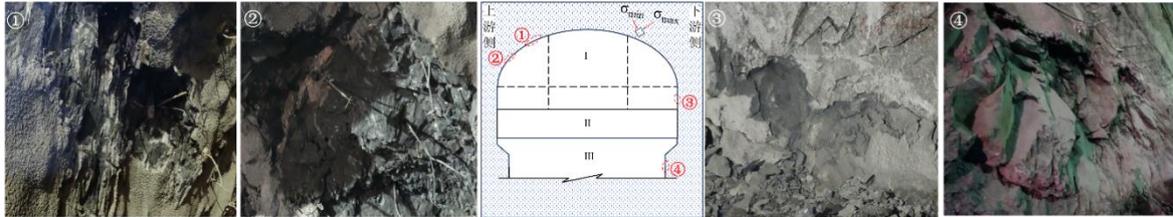


图 16 洞室前三层开挖期间的围岩局部破坏现象及分布

Fig.16 Local failure phenomenon and distribution of rock mass during excavation in the first three layers of the cavern

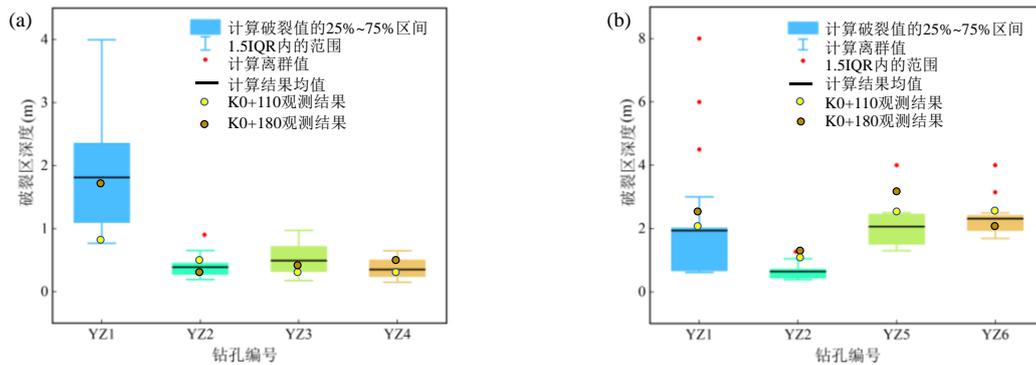


图 17 洞室开挖后围岩破裂区深度实测与计算结果对比

Fig.17 Comparison of measured results and calculated results of fracturing depth of rock mass around cavern excavation

a.第一层; b.第三层

4 结论

针对复杂地质条件下场地有限、现场地质调研信息有限及岩体质量评价难度大等问题，本文发展并提出了一套小样本下岩体参数不确定性表征与围岩卸荷稳定性概率评价方法，结合白鹤滩水电站大型地下洞室工程，开展地下洞室岩体开挖稳定性概率评价，得到以下结论：

(1) 在有限的现场地质调研和室内外试验数据条件下，依托于贝叶斯原理和 MCMC 抽样方法，依据室内试验，发展形成了一种适用于地下洞室的岩体力学参数概率表征方法。这一方法充分考虑了数据的不确定性，通过贝叶斯更新机制，使得参数计算模型在获取新数据后能够不断优化。

(2) 基于 M-C 模拟方法生成的弹性模量随机数，提出了一种利用贝叶斯原理对岩体位移值进行概率评价的方法。此评价方法以“位移-弹性模量”回归模型作为似然函数，利用 MCMC 方法对输入参数进行抽样计算，能够深入挖掘岩体位移分布特征，提高不确定性分析可靠性。

(3) 基于岩体力学参数的概率分布特征，提出了一种基于点估计法的围岩破裂区深度概率评价方法，将影响围岩破裂区深度的 E_m 、 σ_t 、 c 和 φ 四种力学参数进行排列组合，依次进行数值仿真模拟，能够快速高效地获得围岩卸荷破裂区深度的概率表征结果。

(4) 通过现场观测与实际计算结果对比分析，发现岩体稳定性（位移和破裂）的模拟结果均在预期范围内，且破裂区位置与实际破坏区域基本一致。这表明，考虑参数不确定性特征的围岩卸荷稳定性概率评价更能准确预测现场实际。

References

- Adoko, A. C. , Gokceoglu, C. , Yagiz, S. , 2017. Bayesian Prediction of TBM Penetration Rate in Rock Mass. *Engineering Geology*, 226: 245-256. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.06.014>
- Aladejare, A. E. , Wang, Y. , 2019. Estimation of Rock Mass Deformation Modulus using indirect Information from multiple Sources. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 85: 76-83. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2018.11.047>
- Cai, M. , 2011. Rock Mass Characterization and Rock Property Variability Considerations for Tunnel and Cavern Design. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 44: 379-399. <https://doi.org/10.1007/s00603-011-0138-5>

- Cao, Z. , and Wang, Y. , 2014. Bayesian model comparison and characterization of undrained shear strength. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140 (6): 04014018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001108](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001108).
- Chen, D. F. , Xu, D. P. , Ren, G. F. ,et al. , 2019. Simulation of Cross-Correlated Non-Gaussian Random Fields for Layered Rock Mass Mechanical Parameters. *Computers and Geotechnics*, 112:104-119. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.04.012>
- Contreras, L. F. , Brown, E. T. , Ruest, M. , 2018. Bayesian Data Analysis to Quantify the Uncertainty of Intact Rock Strength. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 10(1): 11-31. <https://doi:10.1016/j.jrmge.2017.07.008>
- Duan, S. Q. ,Feng, X. T. , Jiang, Q. ,et al , 2017. In Situ Observation of Failure Mechanisms Controlled by Rock Masses with Weak Interlayer Zones in Large Underground Cavern Excavations Under High Geostress. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50(9):2465-2493.<https://www.sci-hub.vg/10.1007/s00603-017-1249-4>
- Feng, X. D. , Jimenez, R. , 2014. Bayesian Prediction of Elastic Modulus of Intact Rocks Using their Uniaxial Compressive Strength. *Engineering Geology*, 173: 32-40. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2014.02.005>
- Hoek, E. , CARRANZA-TORRES, C. ,CORKUM, B. , 2002. Hoek-Brown Failure Criterion—2002 Edition. Proceedings of the North American Rock Mechanics Society NARMS-TAC 2002. Toronto : University ofToronto Press, 267-273.
- Hoek, E. , Wood, D. , Shah, S. , 1992. A modified Hoek-Brown Failure Criterion for Jointed Rock Masses. Thomas Telford Publishing. Chester.
- Huadong Engineering Corporation Limited of Hydro China Corporation, 2014. Consultingmaterials on the First Layer and Subsequent Excavation and Supporting of Baihetan Hydropower Station, Jinsha River. Hangzhou:HydroChina Huadong Engineering Corporation(in Chinese).
- Jiang, Q. , Feng, X. T. , Chen, G. Q. , et al. , 2008. Study on Constitutive Model of Hard Rock Considering Surrounding Rock Deterioration under High Geostresses. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 27(1), 144-152(in Chinese with English abstract).
- Jiang, Q. , Feng, X. T. , Li, S. J. , et al. , 2019. Cracking-Restraint Design Method for Large Underground Caverns with Hard Rock under High Geostress Condition and its Practical Application. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 38(06): 1081-1101(in Chinese with English abstract).
- Jiang, Q. , Liu, J. , Zheng, H. ,et al. , 2022. Bayesian Estimation of Rock Mechanical Parameter and Stability Analysis for a Large Underground Cavern. *International journal of geomechanics*, 22(8): 04022129. [https://doi:10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0002452](https://doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0002452)
- Jiang, S. H. , Zhong, Y. , Huang, Y. Z. ,et al. , 2025. Expected Effectiveness Evaluation and Optimization Methods of Slope SiteInvestigation Program. *Earth Science*, 50(06):2255-2269(in Chinese with English abstract).
- Li, J. D. , Yang, T. H. , Liu, F. Y. ,et al. , 2024. Modeling Spatial Variability of Mechanical Parameters of Layered Rock Masses and its Application in Slope Optimization at the Open-Pit Mine. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 181: 105859. <https://doi:10.1016/j.ijrmms.2024.105859>
- Liu, G. F. , Feng, X. T. , Jiang, Q. ,et al , 2017. In Situ Observation of Spalling Process of Intact Rock Mass at Large Cavern Excavation. *Engineering Geology*, 226, 52–69. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.05.012>.
- Liu, G. F. , Zhou, C. , Feng, K. ,et al. , 2024. Probabilistic Evaluation Method for the Stability of Large Underground Cavern Considering the Uncertainty of Rock Mass Mechanical Parameters: A Case Study of Baihetan Underground Powerhouse Project. *Engineering Geology*, 340: 107660. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107660>
- Liu, G. F. , Zhou, C. , Li, Z. Q. ,et al. , 2022. Sensitivity Analysis on the Estimation of Mechanical Parametersfor Rock Mass Around Large Cavern Based on RMR and H-B Criterion. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 43(08):1149-1158.(in Chinese with English abstract).

- Liu, J. , Jiang, Q. , Chen, T. ,et al. , 2022. Bayesian Estimation for Probability Distribution of Rock's Elastic Modulus Based on Compression Wave Velocity and Deformation Warning for Large Underground Cavern. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 55(6): 3749-3767. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-02801-2>
- Marinos, P. , Hoek, E. , 2001. Estimating the Geotechnical Properties of Heterogeneous Rock Masses such as Flysch. *Bulletin of Engineering Geology and Environment*, 60(2): 85-92. <https://www.sci-hub.vg/10.1007/s100640000090>
- Pang, R. , Yao, H. Y. , Xu, M. Y. ,et al. , 2024. Slope Displacement Reliability Analysis Considering Rock Parameters Spatial Variability Subjected to Stochastic Mainshock-Aftershock Earthquake. *Reliability Engineering & System Safety*, 251: 110337. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110337>
- Robert, C. , Casella, G. , 2011. A Short History of Markov Chain Monte Carlo: Subjective Recollections from Incomplete Data. *Statistical Science*, 26(1): 102-115. <https://www.sci-hub.vg/10.1214/10-STS351>
- Rosenblueth, E. , 1975. Point Estimates for Probability Moments. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 72(10): 3812-3814. <https://doi.org/10.1073/pnas.72.10.3812>
- Sari, M. , Karpuz, C. , Ayday, C. , 2010. Estimating Rock Mass Properties Using Monte Carlo Simulation: Ankara Andesites. *Computers & Geosciences*, 36(7): 959-969. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.02.001>
- Tao, Y. Q. , Sun, H. L. , Cai, Y. Q. , 2021. Bayesian Back Analysis Considering Constraints. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 43(10): 1878-1886(in Chinese with English abstract).
- Wang, L. F. , Liu, X. L. , Xu, K. , 2024. Bayesian-MCMC (Markov Chain Monte Carlo) Based Three-Dimensional Geological Model Optimization by Data and Knowledge Fusion. *Earth Science*, 49(08): 3056-3070(in Chinese with English abstract).
- Wang, Y. , Akeju, O. V. , 2016. Quantifying the cross-correlation between effective cohesion and friction angle of soil from limited site-specific data. *Soils and Foundations*, 56(6):1055-1070. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2016.11.009>
- Xu, L. , Qi, Y. T. , Zhao, T. Y. , 2025. Bayesian Updating Method of Excavation Considering Various Uncertainties and Stage Correlation. *Earth Science*, 1-13[2025-10-04](in Chinese with English abstract).
- Zhang, J. Z. , Jiang, Q. H. , Zhang, D. M. ,et al. , 2024. Influence of Geological Uncertainty and Soil Spatial Variability on Tunnel Deformation and their Importance Evaluation. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 152: 105930. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2024.105930>
- Zhang, W. G. , Wang, Q. , Liu, H. L. ,et al. , 2021. Influence of Rock Mass Spatial Variability on Probability of Tunnel Roof Wedge Failure. *Rock and Soil Mechanics*, 42(05): 1462-1472(in Chinese with English abstract).
- Zhou, J. , Qiu, Y. G. , Zhu, S. L. ,et al. , 2021. Estimation of the TBM Advance Rate under Hard Rock Conditions Using XGBoost and Bayesian Optimization. *Underground Space*, 6(5): 506-515. <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2020.05.008>

附中文参考文献

- 江权,冯夏庭, 陈国庆, 2008.考虑高地应力下围岩劣化的硬岩本构模型研究.岩石力学与工程学报, (01):144-152.
- 江权,冯夏庭,李邵军,等, 2019.高应力下大型硬岩地下洞室群稳定性设计优化的裂化-抑制法及其应用.岩石力学与工程学报, 38(06):1081-1101.
- 蒋水华,钟越,黄奕哲,等, 2025.边坡场地勘探方案预期效果评价及优化方法.地球科学, 50(06):2255-2269.
- 刘国锋,周迟,李志强,等, 2022.基于 RMR 与 H-B 准则估算大型洞室岩体力学参数敏感度分析.东北大学学报(自然科学版),43(08):1149-1158.
- 陶袁钦,孙宏磊,蔡袁强, 2021.考虑约束的贝叶斯概率反演方法.岩土工程学报, 43(10):1878-1886.
- 王丽芳,刘肖莉,徐坤,等, 2024.数据和知识融合的 Bayesian-MCMC 三维地质建模.地球科学, 49(08):3056-3070.
- 许领,戚榷童,赵腾远, 2025.考虑多种不确定性与阶段相关性的基坑开挖贝叶斯更新方法.地球科学, 1-13. <https://doi.org/10.3799/dqkx.2025.007>.
- 仇文岗,王琦,刘汉龙,等, 2021.岩体空间变异性对隧道拱顶失效概率的影响.岩土力学, 42(05):1462-1472.
- 中国电建集团华东勘测设计研究院, 2014.金沙江白鹤滩水电站地下厂房顶拱第一层及后续边坡开挖支护咨询材料.杭州: 中国水电工程顾问集团华东勘测设计研究院.