

基于旋转导向系统的定向钻孔二维轨迹 固定时间跟踪控制

陆承达^{1,2,3}, 高晓瑜^{1,2,3}, 李金宇^{1,2,3}, 魏宏超⁴, 李旺年⁴, 吴敏^{1,2,3*}

1. 中国地质大学(武汉) 人工智能与自动化学院, 湖北 武汉 430074
2. 复杂系统先进控制与智能自动化湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430074
3. 地球探测智能化技术教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430074
4. 中煤科工西安研究院(集团)有限公司, 陕西 西安 710077

摘要: 旋转导向技术凭借造斜可控、成孔质量高和复杂地层适应性强的优势, 已在煤矿、工程地质和油气勘探等复杂环境中得到应用。本文聚焦于上述领域中的工作面超前探查与地质异常体识别等任务, 针对倾角调控响应滞后导致的靶点偏移与轨迹偏差累积问题, 提出一种面向旋转导向系统的定向钻孔二维轨迹固定时间跟踪控制方法。首先, 在描述钻孔延伸的时滞微分方程基础上, 建立定向钻孔轨迹模型的状态空间表达式。然后, 设计含幂次反馈项的非线性控制器, 实现轨迹误差的快速收敛。并进一步构造李雅普诺夫函数, 推导收敛时间上界, 证明闭环系统具备固定时间收敛特性。最后, 通过仿真实验证明了所提方法具有收敛速度快、轨迹控制精度高及鲁棒性强等特点, 在提升勘探效率以及降低作业风险等方面具有良好的应用价值。

关键词: 定向钻进; 旋转导向; 轨迹模型; 轨迹跟踪控制; 固定时间控制

中图分类号: P642 收稿日期: 2025-12-16

Fixed-time Tracking Control of Two-dimensional Trajectories for Directional Boreholes Based on Rotary Steerable System

Lu Chengda^{1,2,3}, Gao Xiaoyu^{1,2,3}, Li Jinyu^{1,2,3}, Wei Hongchao⁴, Li Wangnian⁴, Wu Min^{1,2,3*}

1. School of Artificial Intelligence and Automation, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
2. Hubei Key Laboratory of Advanced Control and Intelligent Automation for Complex Systems, Wuhan 430074, China
3. Engineering Research Center of Geo-Detection Intelligence Technology, Ministry of Education, Wuhan 430074, China
4. CCTEG Xi'an Research Institute (Group) Co., Ltd., Xi'an 710077, China

Abstract: Rotary steering technology, with the advantages of controllable inclination building, high borehole quality, and strong adaptability to complex formations, has been applied in complex environments such as coal mines, engineering geology, and oil-gas exploration. This paper focuses on tasks like advanced working face exploration and geological anomaly identification in the aforementioned fields. To address the issues of target point deviation and trajectory deviation accumulation caused by the lag in inclination adjustment response, a fixed-time tracking control method for the two-dimensional trajectory of directional drilling holes oriented to rotary steering systems is proposed. Firstly, based on the time-delay differential equation describing borehole extension, a state-space representation of the directional drilling trajectory model is established. Then, a nonlinear controller with a power feedback term is designed to achieve rapid convergence of trajectory errors. Furthermore, a Lyapunov function is constructed to derive the upper bound of the convergence time, proving that the closed-loop system has fixed-time convergence characteristics. Finally, simulation experiments demonstrate that the proposed method features fast convergence speed, high trajectory control accuracy, and strong robustness, and has good application value in enhancing exploration efficiency and reducing operational risks.

Key words: Directional drilling; rotary steering; trajectory model; trajectory tracking control; fixed-time

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373332, 62273317); 高等学校学科创新引智计划 111 项目 (B17040); 中国地质大学(武汉) 中央高校基本科研业务费专项资金项目。

作者简介: 陆承达 (1991—), 男, 博士, 教授, 从事智能系统技术、鲁棒控制、时滞系统控制等方面的研究。ORCID: 0000-

*通讯作者: 吴敏 (1963—), 博士, 教授, 从事过程控制、鲁棒控制和智能系统等方面的研究。ORCID: 0000-0002-0668-8315.
E-mail: wumin@cug.edu.cn

0 引言

在资源勘探与地下工程施工等领域, 定向钻进技术作为一种实现地下目标精准命中与路径可控穿越的重要手段, 已广泛应用于煤矿巷道超前探查、油气藏开发、断层构造识别等关键任务中(王赞等, 2025)。相较于传统钻进方式, 定向钻进具备靶向性强、轨迹可调、覆盖范围大的显著优势, 其轨迹控制方式主要包括滑动导向与旋转导向两类。滑动导向需周期性地停止钻柱旋转进行工具面调整, 而旋转导向则能在钻柱连续旋转过程中动态调整工具面角, 实现“边钻边调”, 可显著提高钻进效率和轨迹平滑度, 适用于复杂地质条件下的精细化勘探(Kang *et al.*, 2023)。然而, 地下环境普遍具有强非均质性、各向异性、软硬互层频繁、孔壁稳定性差等复杂特性, 加之钻柱动力学、未知地质扰动及随钻测量装置位置滞后所引起的固有时滞等因素, 使得定向钻孔轨迹的精确控制面临严峻挑战(高德利和黄文君, 2024; 王统荣等, 2025; Lu *et al.*, 2025)。

已有研究围绕定向钻孔的轨迹跟踪控制, 提出了包括模型预测控制、滑模控制、强化学习控制在内的多种方法, 以提升钻进轨迹控制的精度与鲁棒性。针对测量时滞与扰动影响显著的问题, Inyang and Whidborne(2019)提出了一种双线性比例积分控制器, 实现了在多种工况下的高稳定性姿态控制。针对钻具姿态控制中模型不确定性和抗干扰能力不足的问题, Gu *et al.*(2024)提出了一种结合改进径向基函数状态观测器、电液比例换向阀死区补偿与自适应滑模控制的策略, 通过实验验证了其在提升位置跟踪精度、抑制滑模抖动和增强系统鲁棒性方面的有效性。Zhang *et al.*(2022)针对信息时滞和异常数据引起的轨迹偏移问题, 提出一种集成 Actor-Critic 强化学习与积分滑模控制的自适应容错控制框架, 用于动态修正钻进轨迹偏差。针对定向钻进中人工导向依赖强、模型难以建立的问题, Hao *et al.*(2024)提出了一种基于深度确定性策略梯度算法的自适应决策方法, 通过强化学习实现工具面自动调整与姿

态稳定控制, 有效提升了导向精度与智能化水平。

然而, 上述方法的收敛时间通常依赖于系统初始状态且难以精确界定。对于强调时效性的地质勘探任务而言, 收敛时间的不确定性难以满足轨迹控制的时效性要求, 尤其在工作面超前探查和地质灾害异常体识别等场景中, 可能导致勘探周期延长、成本增加, 甚至因轨迹偏离目标层位而错失关键地质信息(房培洪, 2024)。固定时间控制理论的提出, 为此类问题的解决提供了一种新的思路。相比于传统的有限时间控制, 固定时间控制具有不依赖初始条件、在预设时间内实现系统收敛的能力, 有助于提升系统的快速响应能力和鲁棒性(Su *et al.*, 2020)。

近年来, 固定时间控制在机器人路径规划、无人系统控制、非线性系统鲁棒稳定性等领域中逐步得到探索, 并展现出良好的控制性能(Liu *et al.*, 2022)。Ren *et al.*(2023)提出基于滑模微分器和径向基函数神经网络的自适应固定时间控制方法, 解决了非线性多智能体系统在执行器故障下的固定时间一致性问题。Mechali *et al.*(2021)提出基于观测器的固定时间连续非奇异终端滑模控制, 解决了四旋翼无人机在非线性和不确定性、风扰下的高精度轨迹跟踪问题。然而, 固定时间控制在旋转导向钻进轨迹控制中的应用仍处于探索阶段。一方面, 钻进过程中的动力学模型具有明显的非线性和强耦合特性, 控制器设计面临较高难度(郭旭升, 2022); 另一方面, 复杂地层结构和轨迹规划的实时性要求对控制策略的响应速度和抗扰性能提出了更高的标准(梁万林, 2023; Li *et al.*, 2025)。

在工作面超前探查和地质灾害异常体识别等典型场景中, 钻孔路经常布局于与工作面近垂直的剖面内, 方位角基本保持恒定, 钻进过程主要通过倾角的动态调控以实现轨迹引导(成秋明, 2011)。为简化建模并提升实时性, 工程上通常聚焦于倾角控制, 从而将轨迹控制问题等效为典型的二维控制任务, 并对控制系统的收敛速度与鲁棒性提出更高要求(陆承达等, 2023)。基于此, 本文针对上述典型场景下的控制需求, 建立旋转导向系统的二维轨迹动

力学模型，设计具备全局固定时间收敛性能的控制
器，并通过数值仿真验证其在不同初始状态和参数
摄动情况下的有效性与鲁棒性，旨在为上述场景下
高效、稳定的定向钻孔轨迹控制提供理论基础与技
术支持。

1 定向钻孔二维轨迹模型

如图 1 所示，钻具姿态和轨迹姿态由坐标
[e_x, e_y, e_z] 表示，其中 e_z 表示重力方向，且垂直于
 e_x, e_y 。钻孔轨迹的倾角用 Θ 表示，孔底钻具组合

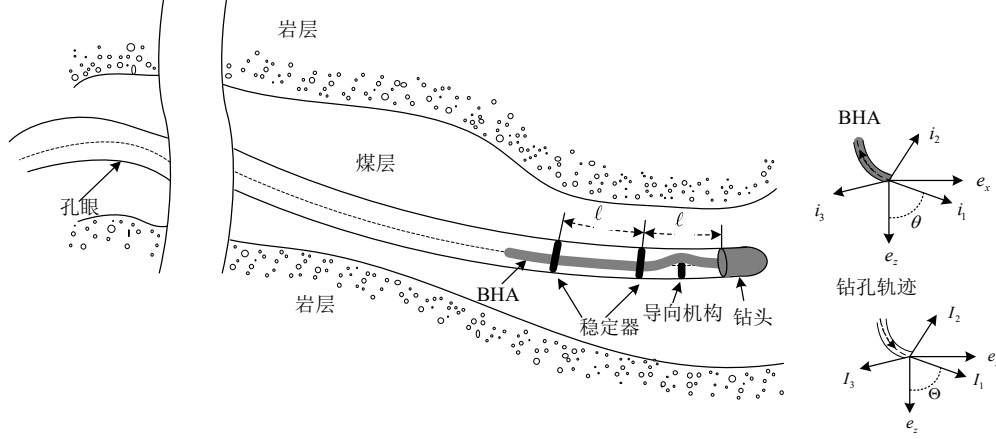


图 1 二维钻孔轨迹跟踪控制系统结构

Fig.1 Structure of two-dimensional drilling trajectory tracking control system

(BHA)的倾角用 θ 表示，均采用磁极坐标系。与
BHA 相关联的基(i_1, i_2, i_3)中， i_1 表示 BHA 轴线的切
向单位向量，满足 $i_3 \cdot e_y = 0$ ，且 $i_1 \times i_2 = i_3$ 。与钻孔轴
线相关联的基(I_1, I_2, I_3)中， I_1 表示钻孔轴线的切
向单位向量，满足 $I_3 \cdot e_y = 0$ ，且 $I_1 \times I_2 = I_3$ 。

将 BHA 看作欧拉—伯努利梁，结合 Kremers *et al.*(2016)使用的钻头—岩石作用律，可得到如下描
述钻孔轨迹的微分方程

$$\begin{aligned} \chi \Pi \Theta' &= \bar{M}_b (\langle \Theta \rangle_1 - \Theta) + \frac{\chi}{\eta} \bar{F}_b (\Theta - \Theta_1) \\ &+ \sum_{n=1}^{N-1} \left(\frac{\bar{F}_b \bar{M}_n - \bar{F}_n \bar{M}_b - \bar{M}_n \eta \Pi}{\eta \Pi} \right) (\langle \Theta \rangle_n - \langle \Theta \rangle_{n+1}) \\ &- \frac{\chi}{\eta} \sum_{n=1}^{N-1} \bar{F}_n \left(\frac{\langle \Theta \rangle_n - \langle \Theta \rangle_{n+1}}{v_n} - \frac{\langle \Theta \rangle_n - \langle \Theta \rangle_{n+1}}{v_{n+1}} \right) \\ &+ \frac{\bar{F}_b \bar{M}_w - \bar{F}_w \bar{M}_b - \bar{M}_w \eta \Pi}{\eta \Pi} \Upsilon \sin \langle \Theta \rangle_1 \\ &- \frac{\chi}{\eta} \bar{F}_w \Upsilon (\Theta - \Theta_1) \cos \langle \Theta \rangle_1 \\ &+ \frac{\bar{F}_b \bar{M}_r - \bar{F}_r \bar{M}_b - \bar{M}_r \eta \Pi}{\eta \Pi} \Gamma_\Theta - \frac{\chi}{\eta} \bar{F}_r \Gamma'_\Theta, \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中的自变量是无量纲空间变量 $\zeta := L/\ell$ ，其中
 L 为钻孔长度， ℓ 为钻头与第一个稳定器之间的距
离。由于钻孔轨迹的延伸本质上随钻进推进，
当钻头—岩石界面的作用规律可近似视为与时间尺
度无关时，以归一化钻进长度作为自变量更利于刻

画钻孔轨迹的演化特征。同时，以 ℓ 为特征长度进
行尺度缩放，可将 BHA 各段的几何尺度统一表示为
无量纲比值，使后续涉及平均位置与延迟位置的表
达式保持量纲一致。 Θ' 是倾角关于无量纲轨迹长度
的导数， $\langle \Theta \rangle_n$ 表示 BHA 第 n 段的平均倾角，它的
定义由式(2)给出，

$$\langle \Theta \rangle_n := \frac{1}{v_n} \int_{\zeta_n}^{\zeta_{n+1}} \Theta(\omega) d\omega, \quad (2)$$

此外，第 n 个稳定器所处位置的轨迹倾角定义为
 $\Theta_n := \Theta(\zeta_n)$ ， $\zeta_i = \zeta - \sum_{j=1}^i v_j$ ， $i=1, \dots$ ，并且
 $\zeta_0 = 0$ ， $\Theta(\zeta_0)$ 是钻头所在位置的倾角。 $v_i := \ell$
是第 n 段 BHA 的无量纲长度，并且 ℓ 表示第 $i-1$ 个
和第 i 个稳定器之间的长度。 Γ_Θ 代表作用在倾角方
向上的转向力，其定义为 $\Gamma_\Theta := \mathfrak{F}_{\text{rss}} / \mathfrak{F}_s$ ， \mathfrak{F}_s 可以
由作用在钻头上力和力矩的表达式得到， $\mathfrak{F}_{\text{rss}}$ 为孔底
导向装置产生的力。BHA 的重力表示为 $\Upsilon = w \ell \mathfrak{F}$ ，
其中 w 表示欧拉—伯努利梁的重力分量， η 和 χ 代
表横向的转向阻力和角度转向阻力，它们可由所钻
对象的固有参数和钻具的几何参数获得， Π 定义为
作用于底部钻具的有效钻压，它可以由钻头运动和
钻孔几何形状之间的关系和钻头—岩石作用律的表
达式获得。

模型中部分参数受限于难以直接测量的物理特
性，其中参数 Π 和 η 对定向行为的影响尤为显著。
在实际操作中，这些参数通常只能粗略估算。参数
 Π 用于衡量钻头的无量纲有效钻压，在钻进时，由

于钻柱与孔壁间存在摩擦，顶驱施加的侧向力会被逐渐削弱，导致施加到钻头的实际载荷难以准确反映。此外，钻头的钝化程度也影响有效钻压的传递效果，且钻头状态仅在钻前或钻后检查，过程中状态可能发生明显变化。参数 η 则取决于钻头几何、切削齿形及岩层特性等多种因素。这些特性在钻头快速迭代及高昂试验成本的限制下，往往难以通过实验精确获取。虽然可以通过理论建模近似估计，但简化假设的引入也会带来一定不确定性。

考虑选取钻头处钻孔轨迹的倾角和平均钻孔轨迹的倾角作为系统的状态变量，则式(1)可以改写为一个带有两个常时滞的状态空间方程

$$\begin{aligned} x' = & \begin{matrix} \mathcal{A} & & \mathcal{A} \\ +\mathcal{B} & \mathcal{B} & \mathcal{A} \end{matrix} \quad (3) \end{aligned}$$

令状态向量 $x := [\Theta, \langle \Theta \rangle_1, \langle \Theta \rangle_2]^T$ ， x' 表示 x 对 ζ 的导数。时滞参数为 $\tau_1 = \nu_1$ ， $\tau_2 = \nu_1 + \nu_2$ ，以及相关矩阵

$$\begin{aligned} \mathcal{A} & \begin{matrix} \cdot \\ \mathcal{A}^{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} -\bar{M}_b + \frac{\chi}{\eta}(\bar{F}_b - \frac{F_1}{\nu_2}) & \bar{M}_b + \bar{G} & -\bar{G} \\ \frac{\chi\Pi}{\nu_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A} & \begin{matrix} \cdot \\ \mathcal{A}^{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} \frac{\chi}{\eta}(\frac{\bar{F}_1}{\nu_1} + \frac{\bar{F}_1}{\nu_2} - \bar{F}_b) & 0 & 0 \\ -\frac{\chi\Pi}{\nu_1} & 0 & 0 \\ \frac{\chi\Pi}{\nu_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A} & \begin{matrix} \cdot \\ \mathcal{A}^{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} -\frac{\chi}{\eta} \frac{\bar{F}_1}{\nu_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\chi\Pi}{\nu_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{G} = & \frac{\bar{F}_b \bar{M}_1 - \bar{F}_1 \bar{M}_b - \bar{M}_1 \eta \Pi}{\eta \Pi}, \\ \mathcal{B} & \begin{matrix} \cdot \\ \mathcal{B}^{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} \frac{\bar{F}_b \bar{M}_r - \bar{F}_r \bar{M}_b - \bar{M}_r \eta \Pi}{\eta \Pi}, 0, 0 \end{bmatrix}^T, \\ \mathcal{B} & \begin{matrix} \cdot \\ \mathcal{B}^{11} \end{matrix} \begin{bmatrix} -\frac{\chi}{\eta} \bar{F}_r, 0, 0 \end{bmatrix}^T, \\ F_w = & \frac{6 + 10\nu_2 - 3\nu_2^3}{12 + 16\nu_2}, \end{aligned}$$

$$\bar{F}_r = \frac{-3 - 4\nu_2 + \Delta^2(9 + 6\nu_2) - 2\Delta^3(3 + \nu_2)}{3 + 4\nu_2},$$

$$F_1 = \frac{6}{3 + 4\nu_2},$$

$$\bar{M}_b = \frac{4(1 + \nu_2)}{3 + 4\nu_2}, \bar{M}_1 = -\frac{2}{3 + 4\nu_2},$$

$$\bar{M}_w = \frac{-1 - 2\nu_2 + \nu_2^3}{12 + 16\nu_2},$$

$$\bar{M}_r = \frac{\Delta(1 - \Delta)[3 + 4\nu_2 - \Delta(3 + 2\nu_2)]}{3 + 4\nu_2}.$$

为便于控制器设计，引入一个控制转换模块，具体如下

$$Bu(\zeta) = \mathcal{B} \quad \mathcal{B} \quad (4)$$

其中 $B = [1, \dots]^T$ 。为简化计算，取 $\mathcal{B} = [0, 0]^T$ ， $\mathcal{B} = [0, 0]^T$ ， b_{Θ_0} 和 b_{Θ_1} 为非零项， $\Gamma'_\Theta(\zeta)$ 是 $\Gamma_\Theta(\zeta)$ 对 ζ 的导数。由(4)可得 $\Gamma'_\Theta(\zeta) = (-b_{\Theta_0} / b_{\Theta_1} \Gamma_\Theta(\zeta) + (1/b_{\Theta_1}) \Gamma_\Theta(\zeta))$ ，由此系统的状态空间方程式(3)被转换为

$$x' = \begin{matrix} \mathcal{A} & \mathcal{A} & \mathcal{A} \end{matrix} Bu(\zeta). \quad (5)$$

2 固定时间控制器设计与稳定性分析

针对地层复杂、勘探信息有限的工程场景，提出一种基于固定时间稳定性理论的定向钻孔二维轨迹跟踪控制方法，可快速调整钻具倾角，并在预设进尺范围内实现高精度轨迹控制，有助于在钻进过程中实时获取目标地层界面和潜在地质异常体的信息。控制系统结构如图2所示。

定义预设倾角为 Θ_r ，控制系统的期望状态为 $x_r := [\Theta_r, \langle \Theta_r \rangle_1, \langle \Theta_r \rangle_2]^T$ ，其中平均倾角可以由式(2)计算得出。由此，轨迹跟踪误差可以表示为

$$e(\zeta) = x(\zeta) - x_r(\zeta), \quad (6)$$

根据轨迹误差的定义式(6)和定向钻孔二维轨迹模型式(5)，误差动力学系统可以表示为

$$\begin{cases} e(\zeta) = x(\zeta) - x_r(\zeta), \\ e'(\zeta) = \begin{matrix} \mathcal{A} & \mathcal{A} & \mathcal{A} \end{matrix} \\ \quad + Bu(\zeta) - x_r'(\zeta). \end{cases} \quad (7)$$

本节的目标是设计一个合适的固定时间控制器，实现倾角控制回路对预设轨迹倾角的快速跟踪。为方便控制器设计，给出下面两个引理和一个假设。

假设 1: 定向钻孔传感器所测姿态等效为定向钻具钻头所在位置的轨迹姿态。

引理 1(Polyakov, 2012): 如果在原点的邻域 D 上存在一个李雅普诺夫函数的导数 $V'(x)$ 满足不等式 $V'(x) \leq -(\alpha V''(x) + bV'(x))^k$, 其中 μ, ν, k 均为正数, 且 $0 < \mu k < 1, \nu k > 1$, 那么该系统的原点是固定时间内稳定的, 即在邻域 D 上, $V(x)$ 能够从任意初值在固定时间内收敛到 $V(x) = 0$, 且收敛时间 T 的时间上界可以由下式给出

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha^k(1-\mu k)} + \frac{1}{b^k(\nu k-1)} \quad (8)$$

引理 2(Song and Sun, 2014): 当 ∂ 满足 $0 < \partial < 1$ 时, 对于实数 $b_i (i = 1, 2, 3, 4, \dots)$, 则存在不等式 $(b_1^2 + b_2^2 + \dots \dots)$

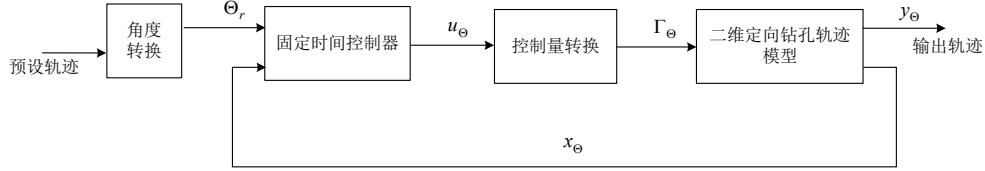


图 2 二维定向钻孔轨迹控制流程图

Fig.2 Flow Chart of Two-dimensional Directional Borehole Trajectory Control

为便于后续控制器设计, 这里引入矩阵 H 满足 $HB = I$, 其中 I 是具有当维数的单位矩阵, 引入非线性函数 $\text{sgn}^m(x)$ 其具体表达式如下所示

$$\text{sgn}^m(x) = |x|^m \text{sign}(x), \quad (9)$$

定义矩阵函数

$$\text{SGN}^m(x) = [\text{sgn}^m(x_1), \dots, (x_n)]^T. \quad (10)$$

根据系统结构设计控制输入为

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2, \\ u_1 &= -H[\beta \text{SGN}^b(e) + \gamma \text{SGN}^a(e)], \\ u_2 &= Hx'_{er}(\zeta) - HA \quad A \\ &\quad -HA \quad 2), \end{aligned} \quad (11)$$

式中, β 和 γ 为具有适当维度且正定的对角调节矩阵, $0 < a < 1, b > 1$.

定理 1: 所设计的控制器(11)能够使误差动力学系统(7)的轨迹跟踪误差在固定时间内收敛至零, 且收敛时间上界由控制器参数和系统初始状态决定, 其收敛时间 T 满足

$$T \leq \frac{2}{2^{\frac{b+1}{2}} \lambda_{\min}(\beta)(b-1)} + \frac{2}{2^{\frac{a+1}{2}} \lambda_{\min}(\gamma)(1-a)}. \quad (12)$$

式中 $\lambda_{\min}(\gamma), \lambda_{\min}(\beta)$ 为矩阵 γ 和 β 的最小特征值。

证明: 选取如下李雅普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} e^T e. \quad (13)$$

对式(13)两端求导可得

$$V' = e^T e'. \quad (14)$$

将式(7)、(9)代入(14)可得到

$$V' = e^T \{-[\beta \text{SGN}^b(e) + \gamma \text{SGN}^a(e)]\}. \quad (15)$$

根据定义, 式(15)可以改写为

$$V' = -\beta_i \sum_{i=1}^3 |e_i|^{b+1} - \gamma_i \sum_{i=1}^3 |e_i|^{a+1} < 0, \quad (16)$$

其中 β_i, γ_i 和 e_i 为矩阵 β, γ, e 中的第 i 个元素, 由李雅普诺夫稳定性判据可知, 所设计控制器能够使得闭环系统渐进稳定。

在此基础上进一步放缩式(16)可得

$$V' \leq -\lambda_{\min}(\beta) \sum_{i=1}^3 |e_i|^{b+1} - \lambda_{\min}(\gamma) \sum_{i=1}^3 |e_i|^{a+1}, \quad (17)$$

结合引理 2 可进一步改写式(17)为

$$\begin{aligned} V' &\leq -2^{\frac{(b+1)}{2}} \lambda_{\min}(\beta) \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2} |e_i|^2\right)^{\frac{(b+1)}{2}} \\ &\quad - 2^{\frac{(a+1)}{2}} \lambda_{\min}(\gamma) \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2} |e_i|^2\right)^{\frac{(a+1)}{2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

结合式(13)可得

$$V' \leq -2^{\frac{(b+1)}{2}} \lambda_{\min}(\beta) V^{\frac{(b+1)}{2}} - 2^{\frac{(a+1)}{2}} \lambda_{\min}(\gamma) V^{\frac{(a+1)}{2}}. \quad (19)$$

根据引理 1 可知跟踪误差 e 能够在固定时间内收敛至 0, 且收敛时间 T 满足

$$T \leq \frac{2}{2^{\frac{b+1}{2}} \lambda_{\min}(\beta)(b-1)} + \frac{2}{2^{\frac{a+1}{2}} \lambda_{\min}(\gamma)(1-a)}. \quad (20)$$

至此已经证明所设计的控制器能够在固定时间内使轨迹跟踪误差收敛至零。

注 1: 控制增益 β, γ 以及参数 a, b 可通过以下方式进行调节: 通常, a 可选择在 $0 < a < 1$ 范围内, 较小的 a 有助于快速瞬态响应, 但过小的 a 可能引发抖振, 因此 a 在更优性能和更低抖振之间存在权衡。 b 可在 $b > 1$ 的范围内尽可能选小, 过大的 b 可能导致控制输入需求过大, 进而引发执行器饱和。

增益 β, γ 可尽可能选大, 以实现更快的瞬态和更高的稳态跟踪精度, 但需注意, 过大的 β, γ 也可能引发执行器饱和。

3 仿真与分析

为验证所提出固定时间轨迹跟踪控制方法在不同初始状态、关键模型参数变化以及快速倾角变化工况下的稳定性与鲁棒性, 设计了 3 类对比仿真实验。第 1 类实验以不同初始状态为变量, 设定多组初始状态条件, 对比系统在同一工况下的跟踪性能; 第 2 类实验以钻压 Π 与横向转向阻力 η 为变量, 选取多个典型参数组合, 分析系统在固定初始状态下的动态响应变化。第 3 类实验构造快速倾角变化预设轨迹, 检验快速转向工况下的轨迹跟踪与误差收敛能力。

为反映定向钻进的真实工况, 本文参数选取参考了 Marck *et al.*(2014)的研究结果。BHA 的杨氏模量取 $E = 2e^{11} N/m^2$, 密度为 $\rho = 7800 kg/m^3$ 。BHA 的其余参数包括内径 i_r , 外径 o_r , 惯性矩 $I = \pi(o_r^4 - i_r^4)/4$, 截面积 $A = \pi(o_r^2 - i_r^2)$ 等, 具体取值如表 1 所示。

预设轨迹用于模拟定向钻进工程中常见的轨迹形态, 可代表油气井超前探查与地质异常体识别作业的典型井段组合。该轨迹依次经历近垂直段、造斜段与稳斜段, 并包含造斜与稳斜的交替过程, 以实现入靶及沿目标层位延伸, 末端过渡至近水平段以满足前探距离要求。预设轨迹的无量纲长度为 400, 其中 0~100、150~200 和 300~400 为稳斜阶段, 100~150 和 200~300 为造斜阶段。二维预设钻孔轨迹的具体数学表达式如式(21)所示

$$\Theta_{r_1}(\zeta) = \begin{cases} 1^\circ, & \zeta \in [0, 100], \\ 1^\circ \dots \dots \dots), & \zeta \in [100, 150], \\ 35^\circ, & \zeta \in [150, 200], \\ 35^\circ \dots \dots \dots), & \zeta \in [200, 300], \\ 90^\circ, & \zeta \in [300, 400]. \end{cases} \quad (21)$$

为保证轨迹连续性, 式(21)在分段点处满足一致性条件。以 $\zeta = 150$ 为例, 第二段取值为 35° , 与下一段固定值一致, 因此该预设轨迹在该处连续。

对于所设计的控制器, 倾角控制系统的控制器参数保持不变, 设定为 $\beta = \text{diag}(1.2, 1.2, 1.2)$ 和 $\gamma = \text{diag}(1, 1, 1)$, $a = 0.75$, $b = 1.2$ 。

表 1 定向钻进系统各参数及取值

Table1 Parameters and their values of the directional drilling

system			
参数	取值	参数	取值
ℓ	3.66m	v_1	1
ℓ	6.10m	v_2	2/1.2
Δ	0.167	$\Delta\ell$	0.61m
i_r	0.053m	o_r	0.086m
χ	0.1	ν	0.0024

3.1 不同初始状态下的轨迹跟踪性能分析

为验证所提固定时间轨迹跟踪控制方案的有效性, 结合复杂地层结构、钻孔初始姿态存在显著差异的工程场景, 选取 3 种不同初始状态分别设置为 $x_{e_1} = [0.5, 0.5, 0.5]^T$, $x_{e_2} = [2, 2, 2]^T$, $x_{e_3} = [5, 5, 5]^T$, 模拟初始轨迹偏差小、中、大的典型工况, 对比其轨迹跟踪过程中的动态响应特性。此部分实验中, Π 和 η 保持不变, 分别固定为 $\Pi = 30$, $\eta = 0.3$, 以排除系统参数摄动对结果的影响。

图 3 中展示了在不同初始状态下的轨迹跟踪效果, 并对初始阶段进行了局部放大。可以看出, 系统均能较快收敛至预设轨迹, 体现出良好的收敛性和鲁棒性。虽然在 100、150、200 和 300 的轨迹突变时出现短暂偏离, 但系统仍能在固定时间内重新收敛至目标轨迹。这是因为固定时间控制器的设计目标是实现与初始状态无关的全局收敛时间, 而非对突变输入做出瞬时响应。整体表现表明, 初始阶段的响应过程具有代表性, 可用于分析控制器在不同钻进初始姿态条件下的有效性和收敛能力。

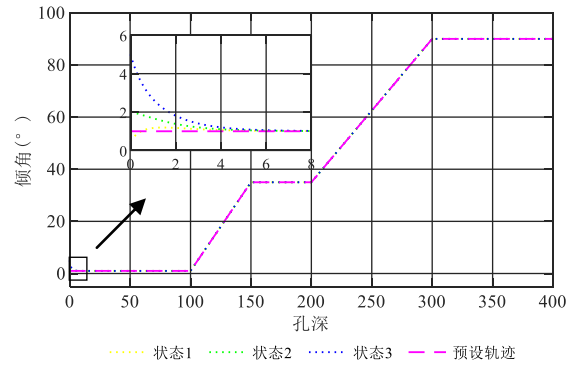


图 3 不同初始状态下的二维轨迹跟踪效果

Fig.3 Tracking effects of two-dimensional trajectories under different initial states

3.2 不同模型参数下的轨迹跟踪性能分析

为评估参数摄动对控制性能的影响, 本文选取横向转向阻力 η 与钻压 Π 的四组典型组合 $\eta = 0.05$, $\Pi = 3$; $\eta = 0.1$, $\Pi = 5$; $\eta = 0.2$, $\Pi = 10$;

$\eta = 0.3, \Pi = 30$ 。上述组合按量级由小到大逐级覆盖 $\eta \in [0.05, 0.3]$ 与 $\Pi \in [3, 30]$ 的典型取值范围, 用于表征从低横向阻力与低有效钻压传递到高横向阻力与高有效钻压传递的多类工况, 同时避免极端取值引起模型失真或输入饱和, 从而保证对比的可比性与代表性。为确保实验结果可比, 本部分仿真初始状态统一设定为 $x_{s1} = [0.5, 0.5, 0.5]^T$ 。

图 4 展示了四组参数条件下的完整轨迹跟踪结果, 以及起始进尺区间 (0 - 8) 的局部放大图, 便于观察起始阶段的动态响应差异。该区间内曲线重合是由于各组采用了相同的初始状态, 且参考轨迹在起点处一致, 使得初始跟踪误差为零, 因此曲线重合属于预期现象。后续动态性能差异主要体现在轨迹变化段。

图 5 为关键进尺区间 (150 - 154) 的局部放大图, 其对应的整体轨迹跟踪结果见图 4, 便于观察不同参数条件下的动态响应性能差异。结果表明, 所有参数组合下, 系统均可实现精确轨迹跟踪, 无明显稳态误差, 最终状态趋于一致。从动态响应曲线结合表 2 中给出的动态性能指标来看, $\eta = 0.3, \Pi = 30$ 对应的系统收敛更快、调节过程更平滑, 超调量更小, 综合响应性能更优; $\eta = 0.2, \Pi = 10$ 的系统响应速度也较快, 但局部峰值更突出, 超调量相对更大, 适用于对响应速度要求较高且允许一定超调的场景。

综上所述, 尽管不同参数组合对动态性能存在一定影响, 但差异幅度较小, 未削弱控制效果, 验证了所提控制策略在参数摄动下的鲁棒性。参数选取可依据具体钻进场景, 在控制响应速度与稳定性之间权衡选取, 以满足复杂地质条件下的轨迹控制需求, 并减小倾角响应滞后引起的靶点偏移与轨迹偏差累积。

表 2 基于四组模型参数组合的轨迹跟踪仿真动态性能参数对比

Table 2 Comparison of dynamic performance parameters of trajectory tracking simulation based on four sets of model parameter combinations

模型参数	峰值时间	收敛时间	超调量/%
$\eta = 0.05, \Pi = 3$	0.12	3.11	0.08
$\eta = 0.1, \Pi = 5$	0.21	4.00	0.12
$\eta = 0.2, \Pi = 10$	0.09	1.21	0.06
$\eta = 0.3, \Pi = 30$	0.03	0.72	0.01

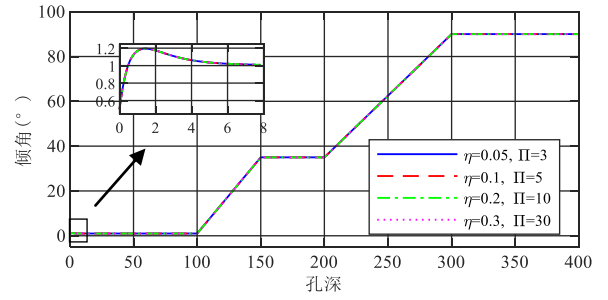


图 4 基于四组模型参数组合的轨迹跟踪仿真结果对比 (含 0-8 局部放大图)
Fig.4 Comparison of trajectory tracking simulation results based on four sets of model parameter combinations (with a local magnification of 0-8)

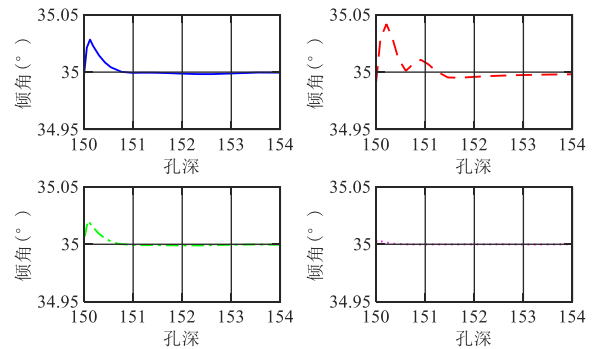


图 5 基于四组模型参数组合的轨迹跟踪结果局部放大对比 (150 - 154)
Fig. 5 Local enlarged comparison of trajectory tracking results based on four sets of model parameter combinations (150-154)

在相同的实验条件下, 对 Hassan *et al.* (2024) 所提控制器与本文固定时间控制器 (采用 $\eta = 0.3, \Pi = 3$, 初始状态设为 $[0.1, 0.1, 0.1]^T$ 时的数据) 的轨迹跟踪控制效果进行对比分析, 结果如图 6 所示。为进一步给出定量对比, 表 3 归纳了两种控制策略的动态性能指标, 包括峰值时间、收敛时间与超调量。可以看出, 在初始姿态调整阶段, 本文固定时间控制器的误差曲线整体更为平滑, 瞬态下冲幅度与短时波动得到有效抑制, 未出现明显的突变尖峰。进一步地, 在预设轨迹倾角发生快速变化的多个节点附近, Hassan *et al.*(2024)控制器的误差曲线表现出更明显的振荡及瞬态尖峰; 相比之下, 本文固定时间控制器仅产生较小幅度的误差波动, 并能在较短进尺内恢复至零附近并保持稳定。对于定向钻进轨迹跟踪而言, 姿态调整进尺的缩短与振荡幅度的降低将直接减少误差累积, 从而降低偏离目标构造区域的风险, 提升地层界面与异常体识别的可靠性。

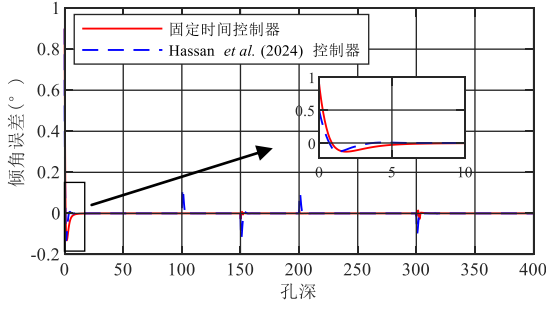


图 6 倾角跟踪误差对比

Fig.6 Comparison of inclination angle tracking errors

表 3 两种控制策略的跟踪动态性能指标对比

Table3 Comparison of tracking dynamic performance indexes for two control strategies

控制策略	峰值时间	收敛时间	超调量/%
固定时间控制器	0.07	7.02	0.01
Hassan et al. (2024) 控制器	0.75	9.12	0.29

3.3 快速倾角变化轨迹跟踪性能分析

为验证所提控制方法在倾角快速调整工况下的轨迹跟踪性能，增设一组高动态预设轨迹开展仿真分析。该轨迹在相同进尺范围内设置高造斜率倾角变化段，用于模拟实际钻进中因紧急地质避障或局部构造突变所需的快速转向工况。旋转导向系统的公开技术指标表明，其最大造斜率可达 $0.5^\circ/\text{m}$ (Geng et al., 2025)。据此，本节在工程可达范围内选取较高造斜强度的代表性轨迹工况，用于检验控制器在此类高动态场景下的快速响应能力与鲁棒性。预设轨迹设计如式(22)所示

$$\Theta_{r_2}(\zeta) = \begin{cases} 1^\circ, & \zeta \in [0,100], \\ 1^\circ + \frac{36^\circ - 1^\circ}{150 - 100}(\zeta - 100), & \zeta \in [100,150], \\ 36^\circ, & \zeta \in [150,200], \\ 36^\circ + \frac{90^\circ - 36^\circ}{245 - 200}(\zeta - 200), & \zeta \in [200,245], \\ 90^\circ, & \zeta \in [272,400]. \end{cases} \quad (22)$$

为便于与实际孔深对应，将无量纲孔深变量 ζ 通过尺度变换 $L = \ell \zeta$ 映射为有量纲孔深 L ，其中 ℓ 为进尺，单位为 m。可得到以 L 为自变量的轨迹表达式如下

$$\Theta_{r_2}(L) = \begin{cases} 1^\circ, & L \in [0,366], \\ 1^\circ + \frac{36^\circ - 1^\circ}{3.66}(L - 366), & L \in [366,549], \\ 36^\circ, & L \in [549,732], \\ 36^\circ + \frac{90^\circ - 36^\circ}{3.66}(L - 732), & L \in [732,896.7], \\ 90^\circ, & L \in [896.7,1464]. \end{cases} \quad (23)$$

由式(23)中造斜段的斜率计算可得，最大造斜率为 $1.2/3.66 \approx 0.33^\circ/\text{m}$ ，该设定位于现有旋转导向系统的可实现造斜率范围内。

初始状态设为 $[0.5, 0.5, 0.5]^T$ ，模型参数取 $\eta = 0.3$ ， $\Pi = 30$ 。控制器参数为 $\beta = \text{diag}(1.1, 1.1, 1.1)$ 和 $\gamma = \text{diag}(1, 1, 1)$ ， $a = 0.73$ ， $b = 1.22$ 。图 7 和图 8 展示了在快速变化轨迹下的跟踪效果及误差曲线。可以看出，系统在各转向节点附近仍能快速收敛至零附近，无明显滞后或发散，平均绝对误差为 0.07° ，体现出控制器良好的动态响应能力和对快速变化输入的适应性强。

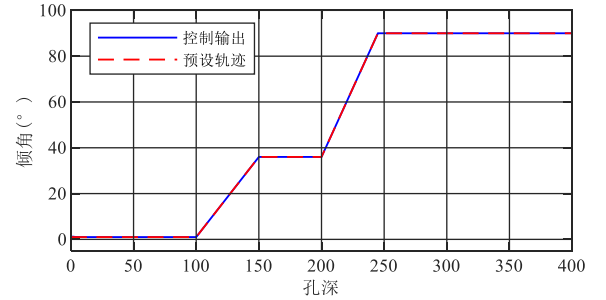


图 7 快速倾角变化时的轨迹跟踪效果

Fig. 7 Trajectory tracking effect during rapid inclination variation

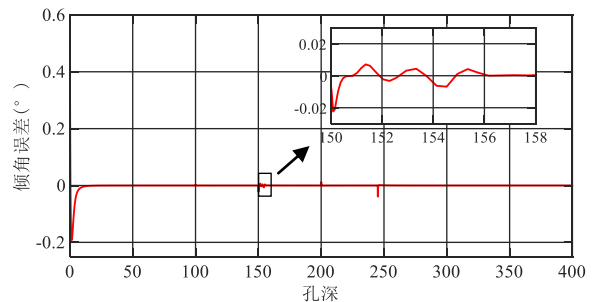


图 8 快速倾角变化时的倾角跟踪误差

Fig. 8 Inclination tracking error during rapid inclination variation

4 结论

(1) 基于欧拉—伯努利梁理论与钻头—岩石双线性作用模型，建立了多稳定器 BHA 系统的钻孔轨迹演化微分方程，引入控制转换模块建立控制输入

和转向力之间的转换关系，并根据被控系统结构给出控制器数学表达式。该模型为复杂地质条件下的轨迹控制提供了理论支撑。

(2) 提出了基于固定时间稳定性理论的定向钻孔轨迹跟踪控制方法，通过量化系统收敛时间的理论上界，实现了倾角在预设进尺深度内的快速调节。该方法提升了动态响应速度，可缩短超前探查与异常体识别场景下的倾角调整时间，保证及时跟踪轨迹变化，避免因响应滞后错过目标构造区域。

(3) 仿真结果表明，控制器在稳斜段与造斜段均可稳定快速跟踪预设轨迹，该方法既适用于工作面超前探查、地质灾害异常体识别等高动态需求场景，也适用于持续稳定钻进。其收敛时间由可调参数决定，可在不同工况下按需确定其收敛上界，为其在复杂地质条件下的应用提供了理论支撑。

References

- Cheng, Q. M., 2011. Singularity Modeling of Geo-Anomalies and Recognition of Anomalies Caused by Buried Sources. *Earth Science*, 36(2): 307-316 (in Chinese with English abstract).
- Fang, P. H., 2024. Application of Underground Directional Drilling Technology in Mine Geological Exploration. *West-China Exploration Engineering*, 36(11): 191-192, 195 (in Chinese).
- Gao, D. L., Huang, W. J., 2024. Basic Research Progress and Prospect in Deep and Ultra-Deep Directional Drilling. *Natural Gas Industry*, 44(1): 1-12, 201 (in Chinese with English abstract).
- Geng, H., Xie, Y. J., Liu, Q. B., et al., 2025. Review of Technological Breakthroughs and Industrial Chain Synergy Innovations in China's Domestic High-Temperature High-Pressure Rotary Steerable Drilling System: A Global Context. *Processes*, 13(9): 2968. <https://doi.org/10.3390/pr13092968>
- Gu, J. H., Wang, X. Q., Yan, H. F., et al., 2024. Observer-Based Adaptive Sliding Mode Compensation Position-Tracking Control for Drilling Tool Attitude Adjustment. *Sensors*, 24(8): 2404. <https://doi.org/10.3390/s24082404>
- Guo, X. S., 2022. Discussion and Research Direction of Future Onshore Oil and Gas Exploration in China. *Earth Science*, 47(10): 3511-3523 (in Chinese with English abstract).
- Hao, J. S., You, Q. T., Peng, Z. I., et al., 2024. A Model-Free Toolface Control Strategy for Cross-Well Intelligent Directional Drilling. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 133: 108272. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.108272>
- Hassan, I. A., Abed, I. A., Al-Hussaibi, W. A., 2024. Path Planning and Trajectory Tracking Control for Two-Wheel Mobile Robot. *Journal of Robotics and Control*, 5(1): 1-15. <https://doi.org/10.18196/jrc.v5i1.20489>
- Inyang, I. J., Whidborne, J. F., 2019. Bilinear Modelling, Control and Stability of Directional Drilling. *Control Engineering Practice*, 82: 161-172. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.10.008>
- Kang, M. X., Hua, D. Z., Guo, X. Q., 2023. Review on the Influence of Complex Stratum on the Drilling Trajectory of the Drilling Robot. *Applied Sciences*, 13(4): 2532. <https://doi.org/10.3390/app13042532>
- Kremers, N. A. H., Detournay, E., van de Wouw, N., 2016. Model-Based Robust Control of Directional Drilling Systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24(1): 226-239. <https://doi.org/10.1109/TCST.2015.2427255>
- Li, W. N., Yang, X., Lu, C. D., et al., 2025. Modeling and Optimization of Trajectory Deviation for Compound Directional Drilling in Coal Mines. *Neurocomputing*, 618: 129029. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2024.129029>
- Liang, W. L., 2023. Application Study of High-Level Directional Borehole Gas Drainage Technology in Roof Strata. *Petrochemical Industry Technology*, 30(9): 241-242, 244 (in Chinese).
- Liu, Y., Li, H. Y., Lu, R. Q., et al., 2022. An Overview of Finite/Fixed-Time Control and Its Application in Engineering Systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 9(12): 2106-2120. <https://doi.org/10.1109/JAS.2022.105413>
- Lu, C. D., Gan, C., Chen, L. F., et al., 2023. Development and Prospect of Intelligent Control of Geological Drilling Process. *Coal Geology & Exploration*, 51(9): 31-43 (in Chinese with English abstract).
- Lu, C. D., Tian, S. N., Wu, M., et al., 2025. Generalized Incremental Dissipative Control of Drill-String System Based on Equivalent Input-Disturbance Approach with Stubborn State Observer. *Automatica*, 181: 112501. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2025.112501>
- Marck, J., Detournay, E., Kuesters, A., et al., 2014. Analysis of Spiraled-Borehole Data by Use of a Novel Directional-Drilling Model. *SPE Drilling & Completion*, 29(3): 267-278. <https://doi.org/10.2118/167992-PA>
- Mechali, O., Xu, L. M., Huang, Y., et al., 2021. Observer-Based Fixed-Time Continuous Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of Quadrotor Aircraft Under Uncertainties and Disturbances for Robust Trajectory Tracking: Theory and Experiment. *Control Engineering Practice*, 111: 104806. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2021.104806>
- Polyakov, A., 2012. Nonlinear Feedback Design for Fixed-Time Stabilization of Linear Control Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(8): 2106-2110. <https://doi.org/10.1109/TAC.2011.2179869>

- Ren, H. R., Ma, H., Li, H. Y., et al., 2023. Adaptive Fixed-Time Control of Nonlinear MASs with Actuator Faults. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 10(5): 1252-1262. <https://doi.org/10.1109/JAS.2023.123558>
- Song, Z. K., Sun, K. B., 2014. Adaptive Backstepping Sliding Mode Control with Fuzzy Monitoring Strategy for a Kind of Mechanical System. *ISA Transactions*, 53(1): 125-133. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2013.07.017>
- Su, Y. X., Zheng, C. H., Mercorelli, P., 2020. Robust Approximate Fixed-Time Tracking Control for Uncertain Robot Manipulators. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 135: 106379. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2019.106379>
- Wang, T. R., Ji, X. B., Wang, J. B., et al., 2025. Implicit 3D Geological Modeling Based on Machine Learning: A Case Study of Lazigou Gold Deposit in Muping-Rushan Metallogenic Belt. *Earth Science*, 50(8): 3167-3181 (in Chinese with English abstract).
- Wang, Y., Chen, X. F., Di, Q. Y., et al., 2025. Deep Mineral Exploration: Opportunities and Challenges in Reflection Seismics. *Earth Science*, 50(11): 4284-4299 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, C., Zou, W., Cheng, N. B., et al., 2022. Adaptive Fault-Tolerant Control for Trajectory Tracking and Rectification of Directional Drilling. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 20(1): 334-348. <https://doi.org/10.1007/s12555-020-0923-6>

中文参考文献

- 成秋明, 2011. 地质异常的奇异性度量与隐伏源致矿异常识别. *地球科学*, 36(2): 307-316.
- 房培洪, 2024. 井下定向钻进技术在矿井地质勘探中的应用. *西部探矿工程*, 36(11): 191-192, 195.
- 高德利, 黄文君, 2024. 深层、超深层定向钻井中若干基础研究进展与展望. *天然气工业*, 44(1): 1-12, 201.
- 郭旭升, 2022. 我国陆上未来油气勘探领域探讨与攻关方向. *地球科学*, 47(10): 3511-3523.
- 梁万林, 2023. 顶板高位定向钻孔抽采瓦斯治理技术应用研究. *石化技术*, 30(9): 241-242, 244.
- 陆承达, 甘超, 陈略峰, 等, 2023. 地质钻进过程智能控制研究进展与发展前景. *煤田地质与勘探*, 51(9): 31-43.
- 王统荣, 纪旭波, 王江波, 等, 2025. 基于机器学习的隐式三维地质建模: 以牟乳成矿带腊子沟金矿为例. *地球科学*, 50(8): 3167-3181.
- 王赞, 陈晓非, 底青云, 等, 2025. 深部找矿: 金属矿地震技术的机遇与挑战. *地球科学*, 50(11): 4284-4299.