

两种不同假设下的 $A_f - K_0$ 关系和不排水强度

罗嗣海¹ 龚晓南²

(1. 华东地质学院资源与环境工程系, 抚州 344000; 2. 浙江大学岩土工程研究所, 杭州 310027)

摘要: 根据一个新的孔隙水压力方程和两种不同的假设, 建立了两个不同的 $A_f - K_0$ 关系式并进行了比较; 分析了相应假设下不排水强度的特点.

关键词: 孔隙水压力系数 A_f ; 侧压力系数; 不排水强度.

中图分类号: TU433; P642.3 文献标识码: A

文章编号: 1000-2383(2000)01-0057-04

作者简介: 罗嗣海, 男, 副教授, 1966年生, 1988年毕业于中国地质大学(武汉), 获硕士学位, 现为浙江大学博士生, 从事软粘土力学和地基处理教学与研究工作.

孔隙水压力系数 A_f 是用 Skempton 方程式确定破坏时超静孔隙水压力的一个重要参数, 但对该参数的研究和认识尚不能很好地满足工程实践的要求. 其中的问题之一就是 K_0 固结土的数值是否与等向固结时相同. 以往在分析剪前固结应力状态时一般假设它不受 K_0 的影响; 而魏汝龙^[1]则指出两者数值相差近 1 倍, 但并未给出 $A_f - K_0$ 的关系式. 本文依据前人的理论与试验工作, 基于两种不同的假设, 推导了相应的 $A_f - K_0$ 关系式, 并作了初步的分析和比较.

1 等向固结不排水剪的有效应力路径与孔隙水压力方程

盛树馨等^[2]依据温岭粘土不同应力路径的三轴固结不排水试验, 得出了不同总应力路径下具有相同的有效应力路径. 王铁儒等^[3]根据杭州、肖山和镇海等地正常固结饱和软粘土等向固结常规不排水三轴压缩试验得出了如下形式的孔压方程:

$$u = a\sigma_c q / (\sigma_c - bq). \quad (1)$$

式中: u 为超静孔隙水压力; σ_c 为固结压力; q 为最大主应力 σ_1 与最小主应力 σ_3 之差, 即偏差应力 ($\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$); a, b 则为与试验条件无关的土质参数.



图 1 $p(p') - q$ 下的应力路径

Fig. 1 Stress path based on $p(p') - q$ coordinate

由试验的总应力路径和上述方程, 可得出试验条件下的有效应力路径方程为

$$p' = \sigma_c + q/3 - a\sigma_c q / (\sigma_c - bq). \quad (2)$$

式中: p' 为平均有效应力, 即 $p' = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$.

由有效应力路径的唯一性, 知式(2)也是三轴压缩中其他总应力路径下的有效应力路径. 将(2)绘制于 $p(p') - q$ 坐标下, 则得到如图 1 所示的有效应力路径 AB, AC 为总应力路径.

2 对 K_0 固结不排水剪有效应力路径的两种假设

对于 K_0 固结不排水剪有效应力路径及其与等向固结有效应力路径的关系研究不多. Henkel 的试验资料表明, 等向和 K_0 固结不排水试验的有效应力路径相似或平行于等向固结排水试验的等含水量



图 2 不同固结状态不排水剪 ESP 的两种结果

Fig. 2 Two results in different consolidation states of undrained shear test ESP

线,因此, K_0 固结与等向固结不排水剪的有效应力路径应大致重合,如图 2a^[1]所示.而王伟堂^[4]的试验资料则显示两者的有效应力路径不同,如图 2b.从图 2b 看, K_0 固结不排水剪有效应力路径与等向固结有效应力路径有相似的形状,差别在于起点不同.

根据上述试验结果,对 K_0 固结不排水有效应力路径可作如下两种不同的假设:

假设 1 $\sigma'_{v0}, \sigma'_{h0} (\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0})$ 固结的土 ($p_0 = (1 + 2K_0)/3 \cdot \sigma'_{v0}, q_0 = (1 - K_0) \sigma'_{v0}$) 位于某一条等向固结(固结压力 σ_c) 不排水剪的有效应力路径上;该土受不排水剪时将沿等向固结的应力路径发展至破坏.

假设 2 $\sigma'_{v0}, \sigma'_{h0} (\sigma'_{h0} = K_0 \sigma_{v0})$ 固结的土与等向固结具有形状相似但起点不同的有效应力路径;因此,其有效应力路径为起点在 (p_0, q_0) 的等向固结有效应力路径.

与上述两种假设相应的 K_0 固结不排水剪的有效应力路径分别如图 1 中的 A_1B (假设 1)和 A_1B_1 (假设 2), A_1C_1 为自 K_0 固结不排水剪的总应力路径.

3 两种不同假设下的 $A_f - K_0$ 关系

3.1 假设 1 下的 $A_f - K_0$ 关系式

设等向固结后施加 $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 \neq 0$ 进行不排水剪,则有

$$p = \sigma_c + \Delta p = \sigma_c + (\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_3)/3. \quad (3)$$

由式(2),(3)可得

$$u = \frac{\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_3}{3} - \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3}{3} +$$

$$\frac{a\sigma_c(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)}{\sigma_c - b(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)}. \quad (4)$$

设破坏时

$$u = u_f \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{1f}, \Delta\sigma_3 = \Delta K \Delta\sigma_{1f}, \\ q = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_f = q_f, p = p_f, p' = p'_f, \text{根据临界状态线(CSL)上的关系,可以求得:}$$

$$q_f/\sigma_c = \alpha_1 = (B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1})/2A_1. \quad (5)$$

其中:

$$A_1 = (3 - m)b, \quad (6a)$$

$$B_1 = 3 - m + 3m(a + b), \quad (6b)$$

$$C_1 = 3m, \quad (6c)$$

$$m = 6 \sin\varphi' / (3 - \sin\varphi'). \quad (7)$$

代入(4)式可得等向固结破坏时的孔隙压力

$$u_f = \left[\frac{\Delta K}{1 - \Delta K} \alpha_1 + \frac{a\alpha_1}{1 - b\alpha_1} \right] \sigma_c. \quad (8)$$

而加荷至 $A_1(p'_0, q_0)$ 时的孔压 u_{A_1} 可将 $q = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 = (1 - K_0)\sigma'_{v0}$ 和 $\Delta\sigma_3 = (1 - K_0)/(1 - \Delta K) \cdot \Delta K \sigma'_{v0}$ 代入得:

$$u_{A_1} = \frac{1 - K_0}{1 - \Delta K} \Delta K \sigma'_{v0} + \frac{a\sigma_c(1 - K_0)\sigma'_{v0}}{\sigma_c - (1 - K_0)\sigma'_{v0}}. \quad (9)$$

无疑 σ'_{v0} 与 σ_c 应满足式(2),将 p', q 代入并整理:

$$\frac{\sigma'_{v0}}{\sigma_c} = r = \frac{1 - (1 - K_0)(a + b)r}{K_0[1 - b(1 - K_0)r]}. \quad (10)$$

因此根据假设 1,自 K_0 固结不排水剪至破坏时的孔压 u'_f 应为:

$$u'_f = u_f - u_{A_1}. \quad (11)$$

自 K_0 固结按 A_1C_1 不排水剪时的 Skempton 孔压方程为:

$$u'_f = \Delta\sigma_{3f_1} + A_f(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_{f_1}; \quad (12a)$$

即

$$A_f = (u'_f - \Delta\sigma_{3f_1})/(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_{f_1}. \quad (12b)$$

因为

$$q_f = (1 - K_0)\sigma'_{v0} + (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_{f_1};$$

所以

$$(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_{f_1} = q_f - (1 - K_0)\sigma'_{v0} = \\ a_1\sigma_c - (1 - K_0)\sigma'_{v0}; \quad (13a)$$

$$\Delta\sigma_{3f_1} = \frac{\Delta K}{1 - \Delta K} \alpha_1 \sigma_c - (1 - K_0)\sigma'_{v0}. \quad (13b)$$

将式(8),(9),(11),(13)代入式(12b)可得:

$$A_f = \frac{a}{\alpha_1 - (1 - K_0)r}$$

$$\left[\frac{\alpha_1}{1 - b\alpha_1} - \frac{(1 - K_0)r}{1 - b(1 - K_0)r} \right]. \quad (14)$$

此即为 $A_f - K_0$ 关系式(基于假设 1): 式中 α_1 同式(5), σ'_{v0}/σ_c 同式(10), 当 $K_0 = 1$ 时,

$$A_f = a/(1 - b\alpha_1), \quad (15)$$

即为各向等压固结不排水剪破坏时的孔隙水压力系数。

3.2 假设 2 下的 $A_f - K_0$ 关系式

在假设 2 下, 应力路径 A_1B_1 由 AB 向 A_1 点平移而来, 其方程为

$$p' = p_0 + \frac{q - q_0}{3} + \frac{ap_0(q - q_0)}{p_0 - b(q - q_0)}. \quad (16)$$

总应力路径 A_1C_1 则为

$$p = p_0 + \Delta p = p_0 + (\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_3)/3. \quad (17)$$

破坏时的孔压

$$u_f = p_f - p'_f = \Delta\sigma_{3f} + \frac{ap_0(q_f - q_0)}{p_0 - b(q_f - q_0)}; \quad (18a)$$

注意到

$$q_f = (\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{1f}) - (K_0\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{3f}) = q_0 + (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_f,$$

则

$$u_f = \Delta\sigma_{3f} + \frac{ap_0}{p_0 - b(q_f - q_0)}(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_f. \quad (18b)$$

与 Skempton 孔压方程比较, 可见

$$A_f = ap_0/[p_0 - b(q_f - q_0)], \quad (19a)$$

或

$$A_f = a/[1 - b(\alpha_2 - r_0)]. \quad (19b)$$

式中:

$$\alpha_2 = q_f/p_0, \quad (20)$$

$$r_0 = q_0/p_0 = 3(1 - K_0)/(1 + 2K_0), \quad (21)$$

$\alpha_2 = q_f/p_0$ 由临界状态方程推出, 因为:

$$q_f = mp_f; \quad (22a)$$

$$p'_f = p_0 + \frac{q_f - q_0}{3} + \frac{ap_0(q_f - q_0)}{p_0 - b(q_f - q_0)}. \quad (22b)$$

由上两式解得:

$$\alpha_2 = q_f/p_0 = (B_2 - \sqrt{B_2^2 - \Delta A_2 C_2})/2A_2. \quad (23)$$

其中:

$$A_2 = (3 - m)b = A_1, \quad (24a)$$

$$B_2 = m[3a + b(3 - r_0)] +$$

$$(3 - m)(1 + br_0), \quad (24b)$$

$$C_2 = m[(3 - r_0)(1 + br_0)] + 3ar_0. \quad (24c)$$

(19)式即为假设 2 下的 $A_f - K_0$ 关系, 当 $r_0 = 0$ 时, 即为等向固结时的 A_f , 其结果与(15)式相同。

4 A_f 随 K_0 变化规律分析

现取文献[2]中几种软粘土(杭州、肖山与镇海软粘土)的 a, b, m 的平均值来初步计算与探讨不同假设下固结状态对 A_f 的影响. 其中 $\bar{a} = 0.145, \bar{b} = 1.18, m = 1.06(\varphi' = 26.8^\circ)$, 计算结果如表 1.

表 1 不同假设下的 A_f 随 K_0 变化

Table 1 Change of A_f with K_0 on different assumptions

假设与公式	K_0 (侧压力系数)			
	1.00	0.80	0.60	0.50
假设 1, 式(14)	0.82	1.51	4.55	
假设 2, 式(19)	0.82	0.59	0.35	0.24

计算结果表明: 两种不同假设下的 A_f 随 K_0 变化趋势不同, 假设 1 下的 A_f 随 K_0 减小而明显增大; 假设 2 下的 A_f 随 K_0 减小而明显减小; 但两种假设下的结果都说明初始固结状态对 A_f 有明显的影响。

5 两种假设下的不排水强度

土的不排水强度可由下式确定

$$C_u = q_f/2. \quad (25)$$

因此, 在假设 1 下土的不排水强度 C_{u1} 为

$$C_{u1} = \frac{q_f}{2} = \frac{1}{2}\alpha_1\sigma_c = \frac{\alpha_1}{2r}\sigma'_{v0}; \quad \frac{C_{u1}}{\sigma'_{v0}} = \frac{\alpha}{2r}; \quad (26a)$$

基于假设 2 土的不排水强度 C_{u2} 为

$$C_{u2} = \frac{q_f}{2} = \frac{\alpha_2}{2}p_0 = \frac{\alpha_2(1 + 2K_0)}{6}\sigma'_{v0}$$

或

$$C_{u2}/\sigma'_{v0} = \alpha_2(1 + 2K_0)/6. \quad (26b)$$

根据不同假设下算得的 C_u/σ'_{v0} 如表 2.

表 2 不同假设下的 C_u/σ'_{v0}

Table 2 C_u/σ'_{v0} on different assumptions

假设与公式	K_0 (侧压力系数)			
	1.00	0.80	0.60	0.50
假设 1, 式(26a)	0.35	0.30	0.27	0.27
假设 2, 式(26b)	0.35	0.38	0.38	0.36

表 2 说明根据两种不同假设得出的不排水强度与固结应力的比值是不同的, 根据假设 1 得出的 C_u/σ'_{v0} 低于假设 2 得出的值. 假设 1 中等向固结的 C_u/σ'_{v0} 高于非等向固结的这一比值, 即固结压力相同时, 等向固结的不排水强度高于非等向固结下的值, 当 $K_0=0.5\sim 0.6$ 时, 算例中的 C_u 约比等向固结低 20%; 据假设 2, 则非等向固结后的不排水强度略高于等向固结下的值.

6 结语

根据前人的工作, 本文对非等向固结不排水压缩的有效应力路径作了两种不同的假设, 据此推导了相应的 A_f-K_0 关系; 分析了不同路径下的 A_f-

K_0 变化情况和不排水强度随 K_0 变化情况. 结果表明, 初始固结状态对 A_f 和 C_u 有明显影响. 这两种不同的规律可能出现在不同的情况下.

参考文献:

- [1] 魏汝龙. 软粘土的变形与强度[M]. 北京: 人民交通出版社, 1987.
- [2] 盛树馨, 窦宜. 正常粘土应力-应变关系测定中的几个主要影响因素[A]. 见: 软土地基学术讨论会组委会编. 软土地基学术讨论会论文集[C]. 北京: 水利出版社, 1980.
- [3] 王铁儒, 陈龙珠. 正常固结饱和粘土的孔隙水压力性状研究[J]. 岩土工程学报, 1987, (4): 23~32.
- [4] 王伟堂. K_0 固结不排水剪切的试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1981.

$A_f - K_0$ RELATIONSHIP UNDER TWO DIFFERENT ASSUMPTIONS AND UNDRAINED SHEAR STRENGTH

Luo Sihai¹ Gong Xiaonan²

(1. Department of Resources and Environmental Engineering, East China Geological Institute, Fuzhou 344000, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Following a new pore-water pressure equation and two different assumptions, two different relationships between A_f and C_u with K_0 are established and compared with each other. In addition, the undrained shear strength feature obtained in line with the corresponding assumption is presented.

Key words: pore-water pressure coefficient A_f ; consolidation stress ratio; undrained shear strength.