第25卷 第3期 地球科学——中国地质大学学报 Vol. 25 No. 3
2000年5月 Earth Science—Journal of China University of Geosciences May 2000

多维分形理论和地球化学元素分布规律

成秋明

（York大学地球大气科学和地理系，加拿大多伦多 M3J1P3）

摘要：多维分形模型不仅采用常规的低阶矩统计，而且采用高阶矩统计对多维分形分布进行度量，从而能较细致地刻划正常值以及异常值.地球化学元素的正常值往往服从统计学中的大数定量，即满足正态分布或对数正态分布，然而异常值会服从分形分布（Preato）.介绍了多维分形领域中的最新发展以及在地球化学研究中特别是研究超常元素空间分布和富集规律中的应用.结果表明，通常的统计方法只对应于多维分形围绕均值周围的局部特征.为了有效地研究异常值的分布和富集规律，建议采用高阶矩统计方法和多维分形方法，并给出了两种分析地球化学元素，并突出异常值贡献的方法.这些方法不仅可应用于研究微量元素的空间分布和富集规律，而且可以区分地球化学背景与矿化有关的异常值.还介绍了该方法在对加拿大B.C.省西北部Mitchell－Sulphurets地区金铜矿化蚀变带研究中的应用.

关键词：多维分形模型；元素异常分形分布；金铜矿化；加拿大B.C.省.
中图分类号：P595 文献标识码：A
文章编号：1000－2383(2000)03－0311－08
作者简介：成秋明，男，副教授，博士，国际数学地质杂志编委，1960年生，主要从事矿产资源定量预测与勘查评价研究和教学工作.

0 引言

多维分形理论是目前研究十分活跃的一门新兴学科.如果说分形理论是研究具有自相似性的不规则几何问题的，那么多维分形将主要运用于定义在几何体上（包括分形几何体）具有自相似或统计自相似性的某种度量或者场，比如岩石中微量元素的含量，某一区内测量的地球物理场，或者单位面积内的矿产地分布密度等.通过这种测量可将其所定义的几何体（或二维面积）分成一系列空间镶嵌的具不同特点的子几何体（或子面积），每种这样的子几何体（或子面积）会构成一种分形，而且具有其自身的分形维数.这种分形的总体将对应一种所谓分形维数谱函数.自然界中许多物理及化学过程会产生多维分形结果，比如在地球化学中具有广泛应用前景的Mulplicative Cascade过程，Diffussion-limited aggregation（DLA），Turbulence，Brownian过程等.这些过程的共同特点是其所产生的结果既具有确定性又具随机性.通过多维分形的研究使数学、物理和化学中许多具有随机和确定双重性质以及奇异性的疑难问题得到了解答.这些成果必将对地质包括地球化学的各个领域产生重要影响.

地球化学元素分布规律的研究是揭示元素矿化富集及空间变化规律的重要途径之一.地球化学数据的统计特征常常用来描述和刻划地球化学元素的分布规律.统计方法之所以能用于研究地球化学元素的分布规律不仅是由于地球化学取样和对样品进行的各种化学分析结果常具有不确定性，而且元素在地壳中的分布本身就具有不均匀性和区域随机性.从具有随机性的地球化学数据中了解元素分布规律是地球化学研究者所面临的重要挑战.统计方法在这方面起着不可替代的作用.然而人们早已注意到普通的统计方法并不考虑样品的空间分布和统计特征随空间度量尺度的变化性.此外，由于一般的统计方法是建立在统计大数定量基础之上的，因而这些统计方法（一、二阶矩有关的统计方法）往往对度量元素的一般值效果较好.严格地说它们并不具备刻划异常值的功能[1~7]，可以通过多维分形理论清楚地反映出统计方法的这些局限，而且能有效地克服统计方法的不足.

多维分形方法是一种用于研究具自相似或统计

收稿日期：1999－12－07
基金项目：加拿大自然科学基金项目（NSERC－OGP0183993）.

自相似性场的分布规律包括描述场值的奇异性的有效方法.它不仅采用常规的低阶矩统计量,而且包含了高阶矩统计量,从而能同时对正常值和异常值进行较细致的刻划.多维分形还可揭示不同统计分布之间的内在联系,比如说,同一组数据可能满足两种不同统计分布:正常值可能满足正态或对数正态分布,而异常值则满足分形分布(Preato).正确区分这两种不同类型的分布不仅对于正确认识正常值和异常值分布规律,而且对于估计元素含量、矿床储量以及资源评价均具有重要意义[2~9].

1 分形和多维分形理论的近期发展

分形通常是指一种不规则的具有自相似特征的几何体.美国学者 Mandelbrot 于1983年正式命名其为 Fractal 之前,这种几何的度量曾一度是数学中不能采用常规微积分理论解决的问题.Mandelbrot[10]将分形定义为具有 S-H 维数大于其拓扑维数的一种几何体.此后几年中,分形理论和方法得到了迅速发展,而且,作为一种几何学方法被应用于许多领域中描述不规则的具有奇异性的几何问题,如研究岩石不规则断面,以及构造断裂面等.分形的实质是由所谓 Power-law 函数来控制的.对于分形几何体来说,对它们的某种度量 M(δ)和度量尺度之间的关系服从 Power-law 形式:$M(\delta)\propto\delta^{E-D}$,这里∝表示"呈比例",$E$,$D$ 和 $E-D$ 分别表示拓扑维数(topological dimension)、分形维数(fractal dimension)和剩余分形维数(co-dimension).分形维数对描述几何体较方便,然而剩余分形维数更适合于分形概率形式的表达.Power-law 函数的特点之一是其具有尺度不变性,即改变度量尺度 δ 不影响 Power-law 函数的类型.该函数形式完全由分形维数所确定.这一性质就决定了分形具有自相似性或统计自相似性.分形维数 D 或者 $E-D$ 可通过作图的方式求得.在双对数坐标系中,$M(\delta)$ 和 δ 呈线性关系,且其斜率即可作为 $E-D$ 的估计值.自然界中许多现象都具有分形特征.许多实验结果也表明各种确定性的或者随机性的物理化学过程都会产生分形结果.比如所谓自组织临界过程(self-organized criticality)[11]往往产生分形结果.这种理论提供了认识和了解地球的一种新观点,它能解释某些与灾变过程有关的复杂现象(分形)[12].Power-law 类型的函数同样也被用于研究不同地质体之间的统计关系或分形分布关系,比如度量地质体大小与频率关系,矿体吨位与品位关系,以及断裂构造的长度与个数之间关系等.单个分形所对应的 Power-law 函数由单个分形维数所确定.

在大量的应用实践中,人们发现分形关系有时只存在于一定的大小和尺度范围.相同几何体在不同尺度范围内会对应不同的分形关系.这就产生了所谓"两种分形"的概念(bi-fractals)[13].这两种分形有时分别称为"构造"和"结构"分形.前者指的是反映较大尺度("构造")特点的分形;而后者则反映较小尺度的"结构"特征.比如受较大构造所影响的海岸线的大体轮廓与受局部水流强度和岩石类型影响的海岸线的局部不规则性常常对应于两种不同的"构造"和"结构"分形.

近几年来,人们发现更复杂的过程,如 Mulplicative Cascade 过程,diffussion-limited aggregation(DLA),Turbulence,Brownian 过程也与分形有关.这些过程所产生的结果不仅与单个分形有关,而且往往产生多个分形维数或函数维数,这种函数维数称为分形维数谱函数.每一函数值为一单个分形维数.因此,该函数所描述的是空间上镶嵌的若干分形[14~16],这种分形称为多维分形.

多维分形通常所描述的是定义在某一面积(二维)或体积(三维)中的一种度量(μ).如果这种度量具有空间自相似性或统计自相似性,那么这种量将称为具有多维分形分布或直接叫作多维分形.通过这种度量值或数值的奇异性可将所定义的区域分解成这样一系列空间上镶嵌的子区域,每一子区域均构成单个分形.这样形成的分形除具有分形维数外,还具有各自度量的奇异性.一系列的分形维数和奇异性将构成所谓的维数谱函数 $f(\alpha)$.该函数一般具有"钟"(⌒)形(见图2c).这一模型的出现使单个分形理论所不能解释的许多问题有了答案.比如谱函数曲线的极大值就对应于所谓格子维数(box-counting 维数),$f(\alpha(1))$ 对应于所谓信息维数,$f(\alpha(2))$ 对应相关和聚类维数.自从被 Halsey 等[17]于1986年提出之后,多维分形理论迅速广泛地应用于各个科学领域,并相应产生了多种计算维数谱函数的方法,如矩方法[17]、直方图法[18]、小波方法、乘数法[19],以及二次维矩方法[15].这些方法的具体计算又被扩展了两种形式:格子方法和活动格子方法[6,20].

这些计算方法中矩方法是最常用的方法之一.

通过该方法人们不仅可以计算出多维分形谱函数 $f(\alpha)$,而且可对多维分形进行统计检验. 物理和化学界的学者企图采用 $f(\alpha)$的类型对各种复杂物理化学过程进行分类,最为突出的进展是由法国数学家 Schertzer 和加拿大物理学家 Lovejoy 教授等人提出的可描述宇宙多维分形的"universal"模式. 该模式由 3 个独立的指标 H, C, α 所确定,其中 H 描述多维分形是否守恒,C 描述多维分形在平均场周围的奇异性,α 度量多维分形性. 这 3 个指数曾被许多学者用于研究各种场(如云层密度、降雨对雷达反射率、河流的流量、风、气候温度、污染、空气中氧的含量、海水温度、海水盐度、云中水密度、雷达对海冰的反射率、洋面特征、岩石断面特征、地震波、电磁场、低频声响等). 对于这些作者进一步从反演的角度企图通过估计这 3 个参数,然后采用随机模拟方法产生具有相同特点的多维分形. 这一成果无论对进一步研究分形理论还是应用分形来解决随机模拟问题均具有重要的意义,这方面的工作还在进一步研究中. 不过,几位学者都对这模型能否完全描述所有多维分形提出了质疑,比如 Gupta 等[21]认为这 3 种指数对多维分形的刻划是有限的.

成秋明[5~7,20]从矩方法角度证明了这 3 个参数和多维分形的关系. 事实上,这 3 种参数分别反映 $f(\alpha)$函数在平均场周围的二阶微分特征值,因此这 3 种参数可完全刻划抛物形多维分形. 然而对更复杂的多维分形将需要了解整个分维谱函数. 此外,多维分形性与一般统计方法的关系也得到了证明[5,7,20,22~24]. 结果表明,统计方法(定义在一、二阶矩之上)可由多维分形性(α)确定. 这一发现不仅明确了多维分形与统计的关系,而且也提供了克服一般统计方法在处理奇异值方面的局限的可能. 对异常值的研究,只依赖于通常的统计方法是不够的,因为这些统计方法只能有效地用于度量变量在平均值周围的变化情况. 为了突出对异常值的研究人们需要考虑高阶矩统计方法. 多维分形应用中要考虑整个谱函数. 当然异常值样品往往较少,这使得对异常值的统计结果带有较大的不确定性. 从多维分形的理论出发,Cheng 等[3]证明了背景值常常服从正态和对数正态分布,而异常值可能服从分形分布. 区分这两种分布对于正确区别背景和异常值具有重要意义.

多维分形的谱函数并非总是连续的,一种新的离散多维分形理论表明[6,7,24~26]:某些物理过程比如马尔柯夫过程可能形成具有离散维数谱系的多维分形,也就是说 $f(\alpha)$可能仅由几个点构成. 这种由相关过程产生的空间上镶嵌的离散分形称为"离散多维分形". 这种离散多维分形如造岩矿物分布,不同规模的矿床分布均具有离散谱系. 这些分形在空间上是镶嵌的有联系的. 比如树叶和树果均是在树的生长过程中所产生的,当然它们在空间上是镶嵌的,但各自具有不同的分形特征,比如,由树叶所形成的分形的维数一般大于树果所对应的分形维数. 在地质学研究领域中,这种离散的多维分形现象也很普遍[24,26].

2　勘查地球化学元素的多维分形特征

某一矿区中岩石微量元素的含量或者矿体矿石品位均可看成是区域地质过程和矿化过程的综合产物. 矿化过程尤其是与热液活动有关的过程往往呈多期次重复性成矿. 每次矿化作用均有可能导致岩石中某些微量元素的富集或贫化. 这种空间上有关的多次重复的矿化的叠加作用最终导致复杂的具有多维分形分布特点的微量元素空间分布格局. 多维分形模型可以应用于描述与矿化有关的微量元素在岩石、次生晕、水系沉积物、土壤以及腐质土中空间分布和富集规律[2~4,27,28]. 这些研究结果表明,与矿化有关的微量元素富集规律和空间分布具有多维分形特征. 多维分形模型的应用还反映了微量元素的背景值往往服从或近似服从正态或对数正态分布,然而高低异常值满足分形分布.

多维分形模型可简要地概括如下[7]:假设从某矿区内得到一组地球化学样品,通过对这些点样品微量元素含量的插值可形成覆盖该区的某种地球化学网格数据. 每个网格数据代表该网格内的平均微量元素含量,记这种含量为 $\rho(\varepsilon)$,这里 ε 表示网格的大小(如正方形网格边长),那么第 i 个网格内的面金属量可表示为

$$\mu_i(\varepsilon) = \varepsilon^2 \rho_i(\varepsilon). \tag{1}$$

如果元素在该研究区内的分布具有多维分形特征,那么面金属量 $\mu_i(\varepsilon)$与网格大小 ε 之间将服从以下的 Power-law 函数关系:

$$\mu_i(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\alpha_i}, \tag{2}$$

这里$\propto$表示当 ε 很小时 μ_i 与 ε 呈比例,α_i 是某一有限指数. 同一地点采用不同大小的网格(ε_1 和 ε_2)计

算的面金属量的比值 $M_i=\mu_i(\varepsilon_1)/\mu_i(\varepsilon_2)$ 与网格大小的比值 $r=\varepsilon_1/\varepsilon_2$ 呈比例即：

$$M_i=\frac{\mu_i(\varepsilon_1)}{\mu_i(\varepsilon_2)}=\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right]^{\alpha_i}=r^{\alpha_i}, \tag{3}$$

或者

$$\alpha=\frac{\lg[\mu_i(\varepsilon_1)/\mu_i(\varepsilon_2)]}{\lg r}. \tag{4}$$

公式(3)中的 α 值通常称为"奇异指数".由于每一个网格中均可求得 α 值，可以将所有网格按 α 值大小进行分类.每个 α 值将对应一组网格.用 $N_\alpha(\varepsilon)$ 表示这种网格的个数，那么这 $N_\alpha(\varepsilon)$ 个网格将构成一个分形.它的分形维数可记为 $f(\alpha)$.所有的 α 值可产生一组分形，相应地形成多分形维数值 $f(\alpha)$ 分形谱函数.由此可看出将这种度量 μ 称为多维分形的原因.在特殊情况下如果 $f(\alpha)$ 只形成一个单点，那么它所对应的就只是单个分形，因此分形只是多维分形 μ 的特殊情况.

有几种算法可用于计算 α 和 $f(\alpha)$ 值.比较常用的是网格矩方法[30].采用这种方法，人们首先需要构造如下的所谓 Partition 函数

$$\chi_q(\varepsilon)=\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)}\mu_i^q(\varepsilon), \tag{5}$$

这里 q 是任意数，表示 $\mu(\varepsilon)$ 的统计矩的阶数.如果 $q=0$，那么 $\chi_q(\varepsilon)=N(\varepsilon)$，这时 Partition 函数就等于网格的个数；如果 $q=1$，$\chi_q(\varepsilon)=\sum\mu(\varepsilon)$ 对应于 $\mu(\varepsilon)$ 在所有网格上的和；$q=2$ 对应于平方和或二阶矩.如果 $\mu(\varepsilon)$ 具有多维分形分布，那么对于每个给定的 q 值($-\infty<q<+\infty$)，$\chi_q(\varepsilon)$ 与 ε 的函数关系具有如下指数形式：

$$\chi_q(\varepsilon)\propto\varepsilon^{\tau(q)}, \tag{6}$$

这里指数 $\tau(q)$ 称为质量指数(mass exponent).

如果函数 $\tau(q)$ 还是 q 的光滑函数，那么 α 和 $f(\alpha)$ 可由下列两公式求得：

$$\alpha(q)=\partial\tau(q)/\partial q, \tag{7}$$

$$f(\alpha)=\alpha(q)q-\tau(q), \tag{8}$$

可以看出：奇异函数值 $\alpha(q)$ 以及分形维数谱函数 $f(\alpha)$ 均与 μ 的矩统计有关.可以证明多维分形一定对应非线性 $\tau(q)$，$\alpha(q)$ 和 $f(\alpha)$ 函数.通常 $\tau(q)$ 在 $q=1$ 周围的弧度 $\tau''(1)$ 可用于检验 μ 是否为多维分形：$\tau''(1)<0$，则为多维分形，而 $\tau''(1)=0$ 则对应单个分形或非分形[5,22,23,29].

公式(5)～(7)将矩统计量与奇异指数 $\alpha(q)$ 以及分形维数谱函数 $f(\alpha)$ 相联系在一起，这样就可以探讨多维分形与统计方法的关系[16,17].通常的统计方法是由 0－，1－和 2－阶矩形成的，因此多维分形与统计方法之间的关系可以通过对公式(5)～(7)的深入研究而获得.通常的统计方法如相关系数、自相关和半变异函数等可由 0－，1－，2－阶矩统计完全确定.因此，这些统计方法只具备描述变量围绕均值周围的变化性的功能.更详细的关于多维分形和地质统计学中半变异函数，与空间点随机过程，以及与 Lacunarity 分析之间的关系的研究可参阅文献[6，30].

为了研究异常值的分布规律，人们应该详细研究较高阶的矩统计量，比如选择较大的 q 值.可以证明，较大的 q 值所对应的 $\alpha(q)$ 和 $f(\alpha(q))$ 主要反映较高 μ 值(异常值)的贡献.通过对 $f(\alpha)$ 在左端点附近(α 接近最小值 $\alpha_{\min}$)的特征的详细研究发现：当 α 接近其极小值，或者当 μ 的值较高时，异常值 μ 与高于 μ 值的面积服从分形分布.采用元素含量值与面积的关系可表示为如下的形式[3]：

$$A(\rho>v)\propto v^{-\beta}, \tag{9}$$

这里 $A(\rho>v)$ 表示元素含量大于某一值 v 的面积.随着 v 值的提高，$A(\rho>v)$ 总是相应减小.A 随 v 变化的规律取决于指数 β 的大小.在背景值和异常值范围，这种变化对应不同的 β 值.在双对数坐标图上将决定直线段不同的斜率.不同线段所对应的分界值往往可作为区分背景和异常的临界值.这种称为"$C-A$"的分形方法已被应用于刻划异常值分布规律和区分矿化异常和背景，区分污染与非污染区以及研究火山岩岩石地球化学等研究中[2～4,27,31].这种方法不仅考虑了元素的含量分布频率、含量的空间变化性，而且考虑了异常的空间形态以及形态的自相似性和随尺度的变化性.这是符合地质实际的，因为不同地质过程所产生的元素分布不仅含量值及分布频率会有所不同，而且其形态变化规律也会有别，比如呈线状、环状或面状异常等.这是该方法与传统的区分异常和背景值的统计方法的根本不同点.该模型进一步被推广并用来研究特大型和超大型矿床大小与品位之间的分布关系[29].

元素相关性的度量是多元统计方法应用的基础.如前所述，通常相关系数或者协方差系数都可看成是某种二阶矩统计.从根本上来说这些相关性指标只能用于度量元素之间围绕均值周围的相关性.这种相关系数对于研究诸如岩石分类等问题是有效

图 1　研究区地质图及地表岩石取样位置

Fig. 1　Geology of the study area and the locations of rock samples

(a)简化地质图，包括蚀变带轮廓①.(b)岩石取样位置. Mitchell 侵入岩：1. 正长岩，二长岩，闪长岩，二长闪长岩；2. Bowser 湖组 Hazelton 群. 3. Mount Dilworth 建造；4. Untik 河建造和 Betty 溪建造；5. Jack 建造 Stuhint 群；6. 沉积岩；7. 火山岩；8. 黄铁矿蚀变岩；9. 冰川、湖泊和未知区

的，因为这种分类是基于样品的平均值. 然而对于突出研究异常之间的相关关系，比如区分正常岩石和蚀变岩石的问题，如果只依赖正常值进行统计分析必将过分突出正常岩石的作用而压抑或遗漏少数蚀变样品值的贡献. 为了提供一种能够度量元素之间相关性，而且突出异常值的贡献，Cheng[5,7]从多维分形理论出发，给出了如下以高阶矩为基础的相关系数：

$$\gamma_{xy}=\frac{\sum(x_i^{q_1}-\bar{x}^{q_1})(y_i^{q_2}-\bar{y}^{q_2})}{\sqrt{\sum(x_i^{q_1}-\bar{x}^{q_1})^2(y_i^{q_2}-\bar{y}^{q_2})^2}}. \tag{10}$$

这种相关关系可以用于度量元素之间的相关性，而且通过改变 q_1 和 q_2 的值来突出不同区间的元素含量值的贡献，还可以采用负数值度量变量倒数之间或倒数与正常变量之间的相关系数. 关于这种相关系数的优良性质可参考文献[5,7]. 在选定最优的相关系数基础上，各种多元统计方法均可用于进行异常和背景分类研究. 该方法与主成分分析方法结合被成功地用于遥感 Landsat TM 多波段图像处理和对加拿大 B. C. 省西北部 Mitchell－Sulphurets 地区金铜矿化蚀变带的识别[5~7,20].

①Kirkham R V. 私人交流.

3　多维分形方法在加拿大 B. C. 省西北部金矿蚀变带研究中的应用

该研究区分布在加拿大 B. C. 省西北部的 Mitchell－Sulphurets 地区，面积约为 120 km^2. 该区三分之一的面积被现代河谷冰川和常年积雪所覆盖. 区内已发现多条大型与 Au－Cu 矿化有关的热液蚀变带. 蚀变类型包括硅化、钾化和黄铁矿化. 该区具有很大的资源潜力，是北美几大金矿公司曾关心的地区. 加拿大联邦地质调查所、B. C. 省地质调查所，以及金矿勘探公司先后在该区开展了地质填图和综合地球化学、地球物理和遥感数据测量和研究[3,5].

本文采用由加拿大地调所 Ballantyne 等人[32,33]于 1988—1990 年所采集和分析的 1 030 地表岩石化学样品中金的含量(取样分布见图 1a 和 1b)作为应用实例来说明多维分形方法的应用效果.

对地球化学单元素的统计分析通常采用以下两种简单方法：(1)是采用直方图或概率图方法研究元素的频率分布；(2)用空间统计方法以及平面作图的方法来研究元素的空间变化性. 分形方法可将这两

图 2 多维分形对 1 030 岩石样品 Au 质量分数分析结果

Fig. 2 Results obtained by multifractal modelling to the Au

(a)Q－Q 图表明 Au 质量分数背景值基本服从对数正态分布；(b)多维分形谱函数；(c)Au 质量分数等值线值与等值线包围的面积之间的关系. 两条直线分别为最小二乘拟合直线. 由两条直线的交点所对应的 Au 的分界值 $w(\mathrm{Au})=200\times10^{-9}$可区分异常与背景的值；(d)阴影范围表示 Au 异常($w(\mathrm{Au})\geqslant200\times10^{-9}$)范围；黑点表示已知地表出露的蚀变带范围

种功能有机地溶为一体. 为了检验元素的统计频率分布特征，Q－Q 图是最常用的方法之一. 采取这种方法可以检验元素是否服从正态或对数正态分布. 对该区 1 030 个岩石样品金微量元素质量分数的结果见图 2a. 由于 Q－Q 图呈近似线性形式，说明这些 Au 的质量分数除较高的异常值之外基本服从对数正态分布. 较高值偏离直线说明这些少数较高值偏离对数正态分布. 事实上这些值服从分形分布. 正如前面谈到的，元素的背景值和异常值会满足不同的分布. 图 2b 中表达的是对这些值所计算的多维分形谱函数. 该函数左边(对应异常值)较右边(对应相对较低值)更完整. 右边不完整的原因可能与很多样品值低于监测限有关. 除了对谱函数的对称性等特点感兴趣外，我们更关心异常值的空间分布和富集规律. 采用分形 C－A 方法所计算的面积与含量的关系可见图 2c. 该图上每一个点代表由 1 030 个 Au 值所作的等值线. 横坐标表示等值线的值，纵坐标代表等值线所包围的面积. 可以看出随着等值线值的提高，其等值线内部所包围的面积相应减少. 有趣的是这些值可以被两条具有不同斜率的直线段所拟合，它们可分别由两种 Power－law 函数所表达. 这两种模型的分界点所对应于等值线值为 200×10^{-9}. 经与其他资料比较研究发现，该分界值可作为本区的局部 Au 矿化异常的下限. 用该异常限确定的异常范围见图 2d. 为了对比这种异常范围与已知蚀变带范围，图 2d 中用黑点表示蚀变范围. 可以看出，所确定的 Au 异常范围与蚀变带范围呈较好的空间相关性. 对比图 2a 与图 2c 可以看出：由于 Q－Q 图和概率图不考虑异常的空间形态和空间变化性，该区内背景和异常值在 Q－Q 图上没有明确的

分界.通过 Q－Q 图方法不能区分 Au 的背景和异常值.相反,由于分形方法不仅考虑到元素含量而且取决于异常空间形态和空间变化性,因而背景和异常值在图 2c 上呈现截然不同的模式.

4 结论

多维分形理论与统计方法的关系表明:通常的统计方法只能描述地球化学元素围绕均值周围的变化规律.为了更有效地研究地球化学元素异常值的分布和富集规律,必须采用多维分形和高阶矩统计方法.统计方法不仅要考虑元素的含量值以及含量值的频率分布,而且要考虑异常的空间形态和随度量尺度的变化性.分形方法将这些特征有机地结合在一起,因而对区分地球化学背景和与矿化有关的异常效果较好.该方法还可应用于其他地质和地球化学问题.

参考文献:

[1] Agterberg F P,Cheng Q,Wright D F. Fractal modeling of mineral deposits: applications of computers and operations research in the mineral industry [A]. In: Elbrond J, Tang X, eds. Proc 24th APCOM Symposium (Montreal) [C]. Can: Inst Mining, Metallurgy and Petroleum Eng, 1993. 43～53.

[2] Cheng Q, Agterberg F P, Bonham-Carter G F. A spatial analysis method for geochemical anomaly separation [J]. Explor Geochem, 1996, 56: 183～195.

[3] Cheng Q, Agterberg F P, Ballantyne S B. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods [J]. Geochem Explor, 1994, 51: 109～130.

[4] Cheng Q, Bonham-Carter G F, Hall G E M, et al. Statistical study of trace elements in the soluble organic and amorphous Fe-Mn phases of surficial sediments, Sudbury basin: 1. Multivariate and spatial analysis [J]. Explor Geochem, 1997, 59: 27～46.

[5] Cheng Q. Multifractality and spatial statistics [J]. Computer & Geosciences, 1999b, 25(9): 949～962.

[6] Cheng Q. Gliding box method and multifractal modelling [J]. Computer & Geosciences, 1999c, 25(9): 1073～1080.

[7] Cheng Q. Multifractal modelling and spatial analysis [A]. In: Vera Pawlowsky Glahn, ed. Proceedings, IAMG'97 meeting, Barcelona [C]. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 1997. 57～72.

[8] Agterberg F P. Multifractal modelling of the sizes and grades of giant and supergiant deposits [J]. Int Geology Review, 1995, 37: 1～8.

[9] Agterberg F P. Fractals, multifractals, and change of support: geostatistics for the next century [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Pub, 1994. 223～234.

[10] Mandelbrot B B. The Fractal geometry of nature [M]. San Francisco: W H Freeman and Company, 1983. 468.

[11] Bak P. How nature works [M]. New York: Springer-Verlag, 1996. 212.

[12] Agterberg F P. How nature works: the science of self-organized criticality, book review [J]. Computer & Geosciences, 1998, 24: 205～207.

[13] Korvin G. Fractal models in the earth sciences [M]. Amsterdam: Elsevier, 1992. 408.

[14] Evertsz C J G, Mandelbrot B B. Multifractal measures [A]. In: Peitgen H O, Jurgens H, Saupe D, eds. Chaos and fractals [C]. New York: Springer-Verlag, 1992. 922～953.

[15] Schertzer D, Lovejoy S. Nonlinear variability in geophysics [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publ, 1991. 318.

[16] Feder J. Fractals [M]. New York: Plenum Press, 1988. 283.

[17] Halsey T C, Jensen M H, Kadanoff L P, et al. Fractal measures and their singularities, the characterization of strange sets [J]. Phys Rev, 1986A, 33: 1141～1151.

[18] Atmanspacher H, Scheingraber H, Wiedenmann G. Determination of $f(a)$ for a limited random point set [J]. Phys Rev, 1989, 40: 3954～3963.

[19] Chhabra A B, Sreenivasan K R. Negative dimensions: theory, computation and experiment [J]. Phys Review A, 1991, 43: 1114～1117.

[20] Cheng Q. Gliding box method for multifractal analysis [A]. In: Vare Pawlowsky Glahn, ed. Proceedings of IAMG'97 meeting Part II [C]. Barcelona: CIMNE, 1997. 489～494.

[21] Gupta V K, Waymire E C. A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade [J]. American Meteorological Society, 1993, 32: 251～267.

[22] Cheng Q, Agterberg F P. Multifractal modeling and spatial point processes [J]. Math Geology, 1995, 27: 831～845.

[23] Cheng Q, Agterberg F P. Multifractal modeling and spatial statistics [J]. Math Geology, 1996b, 28: 1～16.

[24] Cheng Q. Stochastic simulation and discrete multifractals

[A]. In: Buccianti A, Nardi G, Potenza R, eds. In: Proceedings of the Fourth Annual Conference of the International Association for Mathematical Geology [C]. Ischia: [s.n.], 1998. 572～577.

[25] Cheng Q. Discrete multifractals [J]. Math Geol, 1997a, 29(2): 245～266.

[26] Cheng Q. Markov processes and discrete multifractals [J]. Math Geology, 1999a, 31(4): 455～469.

[27] Cheng Q. The perimeter-area fractal model and its application in geology [J]. Math Geol, 1995, 27: 69～82.

[28] Cheng Q. Spatial and scaling modelling for geochemical anomaly separation [J]. J Explor Geochemistry, 1999d, 65: 175～194.

[29] Agterberg F P, Cheng Q, Brown A, et al. Multifractal modeling of fractures in Lac Dc Bonnet batholith, Manitoba [J]. Computers & Geosciences, 1996, 22: 497～507.

[30] Cheng Q. Multifractal modelling and lacunarity analysis [J]. Math Geol, 1997b, 29: 919～932.

[31] Sim B, Agterberg F P, Beaudry C, et al. Determining the cutoff between background and relative base contamination levels using multifractal methods [J]. Computer & Geosciences, 1999, 25(9): 1023～1042.

[32] Ballantyne S B. Geochemistry of Sulphurets area, British Columbia [A]. In: Geological Survey of Canada, ed. Program with abstracts [C]. Ottawa: [s.n.], 1990.

[33] Ballantyne S B, Harris D C, Shives R B K, et al. An integrated approach and model for the discovery of blind Cu-Au porphyry systems [M]. Poster: Geological Survey of Canada, Minerals Colloquium, 1992. 11.

MULTIFRACTAL THEORY AND GEOCHEMICAL ELEMENT DISTRIBUTION PATTERN

Cheng Qiuming

(*Department of Earth Atmospheric Science and Geography, York University, Toronto M3J1P3, Canada*)

Abstract: Multifractal model is used to measure the multifractal distribution by means of not only the conventional low-order moment statistics but also the high-order moment statistics. Therefore, this model can be used to measure the statistical properties of the anomalous values as well as the background geochemical values. The background geochemical values usually follow normal or lognormal distributions, but the anomalous values may follow fractal (Preato) distributions. This paper introduces some recent developments of multifractal modeling and their applications to geochemistry, in particular to the spatial distribution and concentration pattern of trace elements. The results show that the ordinary statistical methods are effective only for the understanding of local properties of the values surrounding the multifractal mean value. In order to characterize effectively the distribution and concentration pattern of the anomalous values, this paper proposes the high-order moment statistical method and multifractal method. Furthermore, two methods have been given in this paper for the analyses of geochemical elements and anomalous values: concentration-area (C－A) fractal method and high-order correlation coefficient. The former method is used for separating anomalies from their background values and the latter is for enhancing the correlation coefficient between anomalous values of multiple elements. A case study is used to illustrate the application of these methods to the detection of Au/Cu-associated alteration zones in the Mitchell－Sulphurests mineral district, northwest of B.C. Province, Canada.

Key words: multifractal modeling; fractal distribution of anomalous values; Au/Cu mineralization; B. C. Province, Canada.