# 时间谱电阻率法的二维正演算法

# 孟永良<sup>1</sup> 罗延钟<sup>2</sup> 昌彦君<sup>2</sup>

(1. 中国地质大学信息工程学院,武汉 430074;2. 中国地质大学应用地球物理系,武汉 430074)

摘要:时间谱电阻率(TSR)法的二维正演,是计算可极化二维地电构造上三维电流偶极源的 电场瞬变响应,属所谓2.5维时间域电磁场数值模拟问题,是目前国际上未妥善解决的计算 地球物理疑难问题.针对现有算法的局限性,建立了新的算法,其特点是:(1)采用二维有限单 元算法,在矩形网格中增加两对角线形成三角网格剖分,同时用高斯消元法消除矩形网格中 心结点的待求未知量.这样,既可较准确地模拟任意二维复杂地电断面,又可节省计算量.(2) 采用直接计算二次场的新算法,只需计算电场和磁场沿地电构造走向两个分量的一次场,因 而,不但计算精度较高,而且不显著增加计算量.(3)采用G-S变换法作逆拉氏变换,并利用 拉氏变换延迟定理在倍增的时间间隔中插值,从而实现对密集采样时间瞬变过程的快速计 算.(4)能对可极化和导电大地(即同时包括 IP 和 EM 效应)的电磁场瞬变响应作计算. 关键词:时间谱电阻率法;时间域;激电效应;电磁效应;2.5维;数字模拟. 中图分类号:P631.3<sup>+</sup>22 文献标识码:A 文章编号:1000-2383(2000)06-0656-07 作者简介:孟永良,男,教授,1941年生,1963年毕业于北京地质学院地球物理系,主要从事 计算机数值模拟和并行计算研究.

时间谱电阻率(TSR)法实质上就是时间域的谱 激电法,是为提高生产效率,促进谱激电法推广应 用,在频率域谱激电法(频谱激电法 SIP 或复电阻率 法 CR)基础上发展形成的一种新的电法分支方法. 其通常采用轴式偶极一偶极电极装置,观测供电直 流脉冲(方波)断开后,电场分量或两相邻测量电极 间电位差的瞬变过程(时间谱),进而计算大地的电 磁(EM)和激电(IP)谱参数——直流(传导)电阻率  $\rho_0$ ,电磁(感应)电阻率  $\rho_{\rm EM}$ ,剩余电磁效应 REM 以 及激电极化率 m,时间常数  $\tau$ 和频率相关系数 c.基 于这些参数推断地下地质情况,解决金属矿产、石油 和天然气及其他地质勘查问题.

时间谱电阻率(TSR)法的二维正演,是计算可 极化二维地电构造上三维电流偶极源的电场瞬变响 应,属所谓 2.5 维时间域电磁场数值模拟问题,是目 前国际上未妥善解决的计算地球物理疑难问题. 1988 年 Newman 等<sup>[1]</sup>用积分方程法求解过类似的 问题,但积分方程法只适用于模拟为数不多的局部 异常体. Everett 等<sup>[2]</sup>和 Yu<sup>[3]</sup>对洋中脊模型计算过

收稿日期: 2000-04-21

电流偶极源的电磁场瞬变响应.前者用有限单元法 求解总电场和总磁场沿构造走向分量的两个联立线 性二阶偏微分方程组,为消除场源处的奇异性,采用 了从求解区中"挖除"场源的作法.当异常较小时,其 计算精度欠佳.Yu<sup>[3]</sup>的算法是计算二次场,可避免 上述问题,但他采用了矩形网格剖分,这就限制了它 对任意复杂地电断面的模拟.此外,现有算法都只适 用于没有激电效应的纯导电性地电构造.笔者将针对 现有算法的局限性,建立适用范围更广的先进算法.

## 1 电磁场的偏微分方程定解问题

三维分区均匀、各向同性介质中,电流偶极源的 电磁场满足 Maxwell 方程:

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\varepsilon} \, \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \,, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \, \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$
 (2)

在介质分界面 $\Gamma$ 上满足衔接条件:

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{E}^{(1)} - \boldsymbol{E}^{(2)}) |_{\Gamma} = 0, \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{H}^{(1)} - \boldsymbol{H}^{(2)})|_{\Gamma} = 0.$$
(4)

式中: $\epsilon,\sigma$ 和 $\mu$ 分别是介质的电(磁)性参数介电常

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 49674228).

数、电导率和磁导率; n 为分界面 Γ 的法线方向矢 量; E 和 H 为电场和磁场矢量, 其上角标(1)和(2) 分别标识分界面两侧介质中的电磁场; J 为场源电 流密度矢量, 对于我们研究的位于笛卡尔坐标原点 的上阶跃电流偶极源有

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{P}_{e}\boldsymbol{u}(t)\delta(\boldsymbol{x})\delta(\boldsymbol{y})\delta(\boldsymbol{z}), \qquad (5)$$

式中: $\delta(x)$ , $\delta(y)$ 和 $\delta(z)$ 为狄拉克源函数; $P_e$ 为源的电流偶极矩;

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0), \\ 1 & (t \ge 0). \end{cases}$$
(6)

电磁场定解问题(1)~(4)是一个空间三维(x, y,z)加上时间维(t)的四维矢量问题,求其数值解的 计算量非常巨大.

为降维(消除时间变量 t),利用如下拉普拉斯 变换对

$$\hat{F}(s) = L[F(t)] = \int_0^\infty F(t) e^{-s} dt , \qquad (7)$$

$$F(t) = L^{-1}[\hat{F}(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} F(t) e^{-st} ds. \quad (8)$$

对电磁场作时间 t 拉氏变换,并在介质电性参数( $\epsilon$ ,  $\sigma$ 和 $\mu$ )与坐标 y 无关的二维地电条件下,利用如下 傅氏变换对

$$f(x,m,z) = F[\hat{F}(x,y,z)] =$$

$$\sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}(x,y,z) e^{imy} dy,$$

$$\hat{F}(x,y,z) = F^{-1}[f(x,m,z)] =$$

$$(9)$$

$$\sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}my} \mathrm{d}m \;. \tag{10}$$

沿 y 轴对电磁场作傅氏变换. 利用矢量运算规则, 并引用符号

$$u=ie_{y}, v=h_{y}, \tag{11}$$

$$k^{2} = \mu_{s}(\varepsilon_{s} + \sigma), a_{1} = \frac{\varepsilon_{s} + \sigma}{m^{2} + k^{2}}, a_{2} = \frac{m}{m^{2} + k^{2}},$$

$$\mathfrak{M}$$

$$a_{3} = \frac{-\mu_{s}}{m^{2} + k^{2}}, a_{4} = \varepsilon_{s} + \sigma, a_{5} = -\mu_{s}.$$
(12)

可导出仅与(s,m)域中电场和磁场沿地电构造走向 (y)分量有关的 u 和 v 的偏微分方程组.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ a_1 \frac{\partial u}{\partial x} + a_2 \frac{\partial v}{\partial z} + a_2 j_x \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ a_1 \frac{\partial u}{\partial z} + a_2 \frac{\partial v}{\partial x} + a_2 j_z \right] = a_4 u + i j_y, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ a_3 \frac{\partial v}{\partial x} - a_2 \frac{\partial u}{\partial z} - a_3 j_z \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ a_3 \frac{\partial u}{\partial z} + a_2 \frac{\partial v}{\partial x} + a_3 j_x \right] = a_5 v.$$
(14)

式中: $e_x$ , $e_y$ , $e_z$ , $h_x$ , $h_y$ , $h_z$ 和 $j_x$ , $j_y$ , $j_z$ 分别表示(s, m)域中电场、磁场和场源电流密度沿笛卡尔坐标轴 的分量;i为虚数单位.

可以导出在与构造走向垂直的 *xoz* 坐标平面 上,无场源的介质分界线 *Г*两侧,*u*和 *v*满足的边值 条件:

$$(u^{(1)} - u^{(2)})|_{\Gamma} = 0, \qquad (15)$$

$$(v^{(1)} - v^{(2)})|_{\Gamma} = 0, \qquad (16)$$

$$a_{1}^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial n} - a_{1}^{(2)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial n} = (a_{2}^{(1)} - a_{2}^{(2)}) \frac{\partial v}{\partial \tau}, \qquad (17)$$

$$a_{3}^{(1)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial n} - a_{3}^{(2)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial n} = (a_{2}^{(1)} - a_{2}^{(2)}) \frac{\partial u}{\partial \tau}.$$
 (18)

式中:上角标(1)和(2)分别标识分界线 $\Gamma$ 两侧的参数;n和 $\tau$ 分别表示分界线 $\Gamma$ 的外法线和切线方向. 于是,电磁场的计算问题归结为求(s,m)域电磁场y分量定解问题(13)~(18)的数值解.在算出u和v后,可借助下列关系式,计算(s,m)域中的其他电磁场分量(其他电磁场分量通常不满足形如(15)和(16)式的连续性边值条件,故不宜直接求解):

$$e_x = a_2 \frac{\partial u}{\partial x} + a_3 \frac{\partial v}{\partial z} + a_3 j_x, \qquad (19)$$

$$e_{z} = a_{2} \frac{\partial u}{\partial z} - a_{3} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{3} j_{z}, \qquad (20)$$

$$h_{x} = -i \left[ a_{1} \frac{\partial u}{\partial z} - a_{2} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{2} j_{z} \right], \qquad (21)$$

$$h_z = -i \left[ a_1 \frac{\partial u}{\partial x} + a_2 \frac{\partial v}{\partial z} + a_2 j_x \right].$$
(22)

应该指出,对于给定的 s 和 m 值,定解问题 (13)~(18)是二维标量问题.它的数值解法相对于 求解原先的四维矢量问题,大为简化.于是我们采用 如下解题思路:(1)分别对若干给定的拉氏和傅氏变 换变量 s 和 m 值,在(s,m)域中求电磁场分量 u,v及 $e_x$ , $e_z$ , $h_x$  和  $h_z$  的数值解.(2)由(s,m)域中的电 磁场分量,按(8)式作逆拉氏变换,求得傅氏变换 (m)域中电磁场分量的瞬变响应(时间域解).(3)最 后,由第 2 步算得的各给定时间(t)的 m 域电磁场分 量,按(10)式作反傅氏变换,便可算出三维空间域中 电磁场分量的瞬变响应.

# 2 (s,m)域电磁场分量的有限单元算法

我们用有限单元法求定解问题(13)~(18)的数 值解.基于边值条件(17)~(18)式,可在有限单元法 算域(网格)外边界G引入第三类边值条件

$$\left[\eta^{u}u + a_{1} \frac{\partial u}{\partial n}\right]_{G} = a_{2} \frac{\partial v}{\partial \tau}_{G}, \qquad (23)$$

$$\left| \left| \eta^{v} v + a_{3} \frac{\partial v}{\partial n} \right| \right|_{G} = -a_{2} \frac{\partial u}{\partial \tau} \Big|_{G}.$$
(24)

其中:系数  $\eta^{\alpha}$  和  $\eta^{\nu}$  可由均匀半空间条件下(一次场)的电磁场分量近似算得:

$$\eta^{u} = \left( -a_{1} \frac{\partial u}{\partial n} + a_{2} \frac{\partial v}{\partial \tau} \right) / u, \qquad (25)$$

$$\eta^{v} = -\left[a_{3} \frac{\partial v}{\partial n} + a_{2} \frac{\partial u}{\partial \tau}\right]/v.$$
 (26)

可以证明<sup>①</sup>,与偏微分方程边值问题(13),(14) 和(25),(26)等价的泛函极值问题是

$$J(u,v) = \iint_{\Omega} \{a_{1}u_{x}^{2} + a_{1}u_{z}^{2} + a_{3}v_{x}^{2} + a_{3}v_{z}^{2} - 2a_{2}v_{x}u_{z} + 2a_{2}u_{x}v_{z} + a_{4}u^{2} + a_{5}v^{2} + 2a_{2}u_{z}j_{z} + 2a_{2}u_{x}j_{x} - 2a_{3}v_{x}j_{z} - 2a_{3}v_{z}j_{x} + 2iuj_{y}\} dxdz + \int_{G} \{a_{1}\eta^{u}v^{2} + a_{3}\eta^{v}v^{2} - 2a_{2}uj_{n} - 2a_{3}vj_{z}\} dl = \min.$$

$$(27)$$

式中: $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $v_x = \frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $u_z = \frac{\partial u}{\partial z}$ ,  $v_z = \frac{\partial v}{\partial z}$ ;  $j_x$ ,  $j_y$ ,  $j_z$ 分别表示场源电流密度沿x, y, z 轴的分量;  $\Omega$  表 示求解区(xoz 平面上的二维网格); G 表示求解区 外边界,  $j_n$ 和 $j_z$ 分别表示在G上场源电流密度沿外 法线n和切线方向 $\tau$ 的分量. 我们研究垂直于二维 地电构造走向的(主)剖面的异常性态,场源(供电偶 极)沿x轴布置,且在求解区外边界上无场源,故除  $j_x$ 外,其余场源分量皆为零,即

 $j_y = j_z = j_n = j_\tau = 0.$ 

于是,泛函极值问题简化为:

$$J(u,v) = \iint_{\Omega} \{a_1 u_x^2 + a_1 u_z^2 + a_3 v_x^2 + a_3 v_z^2 + a_3 v_z^2 - 2a_2 v_x u_z + 2a_2 u_x v_z + a_4 u^2 + a_5 v^2 + 2a_2 u_z j_z + 2a_3 v_z j_x\} dxdz + \int_{\Omega} \{a_1 \eta^{\mu} u^2 + a_3 \eta^{\nu} v^2\} dl = \min.$$
(28)

我们沿用自己先前的作法<sup>[4]</sup>,用图1所示网格对求



图 1 有限单元网格剖分



解区剖分,并进而将泛函极值问题离散化为 $P=2 \times M \times N$ 阶线性方程组:

[A][X]=[S]. (29) 式中:[A]为 P imes P 阶方阵(刚度矩阵),[X]代表求 解区内各矩形网格节点上电磁场分量 u 和v(待确 定的)P 阶未知列矢量,右端项[S]代表各节点场源 分布的 P 阶场源列矢量,M 和 N 分别为矩形网格 横向和纵向节点数.矩形网格中心节点的未知量 u和v,经高斯消元处理,未进入线性方程组(29)中, 这使方程组的阶数大约降低一倍,从而使计算量大 约减少一个数量级(约减少到八分之一).

刚度矩阵[A]为一大型、对称、正定的带状矩阵,我们仍采用先前的作法<sup>[5]</sup>,用乔勒斯基分解法解 线性方程组(29),能以较少的计算量获得稳定和较 高精度的计算结果.

# 3 二次场算法

求解线性方程组(29)算出的未知电磁场 x(u,v)称为总场,它是同样场源在地下电性分布均 匀时形成的一次场 $x_1$ 与地下不均匀体引起的二次 场 $x_2$ 之和. 仿照(29)式,可以写出一次场 $x_1$ 的线性 方程组

 $\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \end{bmatrix}, \tag{30}$ 

式中: $[A_1]$ 是在地下电性与场源处电性相同的均匀 大地条件下的刚度矩阵;右端(场源)列矢量[S]与 (29)式相同,这是因为预先假定场源相同.

由(29)和(30)式,容易得到:

 $[A]([X]-[X_1])=([A_1]-[A])[X_1].$ 或写成

 $\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_2 \end{bmatrix}. \tag{31}$ 

①孟永良,蔡之华,戴光明.电磁场数值模拟中微机并行计算研 究.中国地质大学信息工程学院(85研究报告),1997.

 $[S_2] = ([A_1] - [A])[X_1].$  (32) [X<sub>1</sub>]和[X<sub>2</sub>]=[X]-[X<sub>1</sub>]为一次场和二次场列矢量.

(31)式是直接计算二次场的线性方程组,其右 端项[ $S_2$ ]可由一次场和总场刚度矩阵之差[ $A_1$ ]一 [A]和一次场[ $X_1$ ]之乘积算得.前者只在电性与均 匀围岩不相同的不均匀体内及其相邻节点上才不为 零,并且易于由[A]算出;后者(一次场)可由显式表 达式通过数值计算获得<sup>①</sup>.不过,当不均匀体范围较 大时计算量相当大.

在按(31)式算出二次场  $x_2(u_2, v_2)$ 后,可利用 公式(33), (34)计算其余电磁场分量的二次场

$$e_{2x} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} + a_3 \frac{\partial v_2}{\partial z} + a_3 \Delta \sigma \cdot e_{1x} + ia_2 \Delta \mu \cdot s \cdot h_{1z}, \qquad (33)$$

$$e_{2z} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} - a_3 \frac{\partial v_2}{\partial x} + a_3 \Delta \sigma \cdot e_{1z} + ia_2 \Delta \mu \cdot s \cdot h_{1x}, \qquad (34)$$

$$h_{2z} = i(a_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} + a_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} +$$

 $a_2 \Delta \sigma \cdot e_{1x} + i a_1 \Delta \mu \cdot s \cdot h_{1z}),$ 

式中:电导率异常  $\Delta \sigma = \sigma - \sigma_1$ ;磁导率异常  $\Delta \mu = \mu - \mu_1$ ;电磁场分量的下标 1 和 2 分别表示一次场和 二次场.

在作 TSR 法二维正演计算时,我们都是采用直接计算二次场的算法. 这是因为与直接计算总场相比,直接计算二次场通常可获得较高的计算精度;不过,其需要计算不均匀体内的一次场,故计算量较大. 好在我们的二次场算法,只需计算两个电磁场分量的一次场(*u*<sub>1</sub> 和 *v*<sub>1</sub>),与 Yu<sup>[3]</sup>和 Unsworth 等<sup>[6]</sup>的算法相比(Unsworth 只作了频率域计算,而本文算法进一步解决了时间域计算问题. 当导电和导磁性都不均匀时,需要计算所有 6 个电磁场分量的一次场. 即使只有导电性不均匀,也需要计算 3 个电场分量的一次场),可大大节省计算量.

### 4 空间电磁场分量瞬变响应的计算

用前一节算法对一系列给定的拉氏变量 s(也称频率)和傅氏变量 m(也称波数),算出的拉氏和傅

氏变换(*s*,*m*)域中的电(磁)场分量二次场后,可按 (8)和(10)式作逆拉氏变换和反傅氏变换获得空间 电(磁)场分量的瞬变响应.

目前已有多种多样的逆拉氏变换算法.我们采 用每一瞬变时间选用 12 个 s 值 Gaver-Stehfest 概 率变换算法(简称 G-S 变换)<sup>[7]</sup>.在用 G-S 变换法 作逆拉氏变换时,利用拉氏变换延迟定理在倍增的 时间间隔中插值,从而实现对密集采样时间瞬变过 程的快速计算<sup>©</sup>.

波数选取和反傅氏变换算法对空间电(磁)场分量的计算精度和速度的影响也很大.我们沿用了自己先前的作法<sup>[4]</sup>以求得给定点的空间二次电场分量的瞬变响应 $E_{2x}(x,y,0,t)$ .

地面主剖面上一次场电场分量的瞬变响应 *E*<sub>1x</sub> (*x*,0,0,*t*)易于算出<sup>[8]</sup>,进而可算得地面主剖面上总 场电场分量的瞬变响应

 $E_x^c(x,t) = E_{1x}(x,t) + E_{2x}(x,t),$  (35) 式中省略了关于 y 和 z 坐标(0,0) 的标注.

前述算法的计算结果  $E_x(x,t)$ 为对应于(6)式的上阶跃响应,即所谓电场的"充电过程"或"建场过程". 在电(磁)场瞬变响应为线性过程的假设条件下(这通常是符合实际的),可按下式算得野外实测的供电方波脉冲断开后电场的"放电过程"或"过渡过程":

 $E_x(x,T,t) = E_x^c(x,T+t) - E_x^c(x,t).$  (36) 式中:T 为供电脉冲宽度(s).

当供电脉冲宽度很大(*T*→∞)时,便可算出理 想的下阶跃响应.

### 5 考虑激电效应

以上讨论都假设介质是不极化的. 时间谱电阻 率法同时研究激电和电磁效应. 为考虑激电效应,需 将地电断面中各种介质的电阻率( $\rho_j = 1/\sigma_j$ , j = 1, 2, …,n)分别换成用 Cole-Cole 模型<sup>[9]</sup>表示的 s 域电阻 率:

$$\rho_j(s) = \rho_j \bigg[ \frac{m_j}{1 - m_j} \cdot \frac{1}{1 + (s_{\tau_j})^{c_j}} \bigg]. \tag{37}$$

式中 $m_j, \tau_j$ 和 $c_j$ 分别为第j种介质的极化率,时间 常数和频率相关系数.

②罗延钟,孟永良.G-S变换的一种快速算法(待刊).

#### 第25卷

# 6 算例

为检验前述算法的有效性和正确性,对有解析 解的层状大地和不能作解析计算的二维地电构造作 了数值计算.图2、图3分别给出了H型和K型三 层大地的解析解和有限单元法计算结果的对比.可 以看出两者十分接近,相对误差在3%以内.

图 2,3,4 对比结果的一致性,说明本算法计算 的正确性.

图 5 为与图 4 相同直立低阻板状体(仅板状体 电阻率改为 10 Ωm)上,对板状体作极化和不极化两 种情况下用有限单元法计算的结果.由于两种情况 下总场的差异极力,图 5a 表示充电过程下两种情况 的二次场对比.图 5b 是按下式计算的相对变化曲线

$$P_{s} \frac{E_{x}^{*}(t) - E_{x}(t)}{E_{x}^{*}(t)} \times 100\%$$

式中: $E_x^*(t)$ 和  $E_t(t)$ 表示板状体极化和不极化两种 情况下某一时刻 t 的电场 E 的 x 分量.

 $P_s(\%)$ 十分圆滑,说明即使场值差异极小,本算 法仍能稳定和保持足够计算精度,满足谱电阻率法



#### 图 2 三层(H型)地电断面解析算法与有限单元算法结 果对比

Fig. 2 Comparison between the finite-element solution and the analytic solution for a three-layer section (H-type)

〇. 解析算法, \*. 有限单元算法; $\rho_1 = 100 \Omega m$ ; $h_1 = 100m$ ; $\rho_2 = 100 \Omega m$ ; $h_2 = 150 m$ ; $\rho_3 = 1 000 \Omega m$ . 1. TR = 400 m; 2. TR = 500 m; 3. TR = 600 m; 4. TR = 700 m



图 3 三层(K型)地电断面解析算法与有限单元算法结 果对比

Fig. 3 Comparison between the finite-element solution and the analytic solution for a three-layer section (K-type)

〇. 解析算法; \*. 有限单元算法; $\rho_1 = 100 \Omega m$ ; $h_1 = 100 m$ ; $\rho_2 = 1000 \Omega m$ ; $h_2 = 150 m$ ; $\rho_3 = 100 \Omega m$ . 1. TR = 400 m; 2. TR = 500 m; 3. TR = 600 m; 4. TR = 700 m

#### 计算要求.

### 7 结语

时间谱电阻率(TSR)法的二维正演,是计算可 极化二维地电构造上地面三维脉冲电流偶极源的电 场瞬变响应,属所谓 2.5 维时间域电磁场数值模拟 问题.本文算法与已有算法相比有以下特点:(1)采 用二维有限单元算法,在矩形网格中增加两对角线 形成三角网格剖分,同时用高斯消元法消除矩形网 格中心结点的待求未知量.这样,既可较准确地模拟 任意二维复杂地电断面,又可节省计算量.(2)采用 直接计算二次场的新算法,只需计算电场和磁场沿 地电构造走向两个分量的一次场.因而,不但计算精 度较高,而且不显著增加计算量.(3)采用 G-S 变 换法作逆拉氏变换,并利用拉氏变换延迟定理在倍 增的时间间隔中插值,从而实现对密集采样时间瞬 变过程的快速计算.(4)能对可极化和导电大地(即 同时包括 IP 和 EM 效应)的电磁场瞬变响应作计



#### 图 4 二维直立板状体有限元与积分算法结果对比

- Fig. 4 Comparison between the finite-element solution and the integral-equation solution for a 2-D vertical plate without polarization
- \*. 有限单元法; ○. 积分法;围岩 ρ=100 Ωm,板状体 ρ=10 Ωm, 宽度 200 m,延深 400 m,上顶埋深 200 m. 电流源位于板状体中 心正上方. 1. TR=400 m; 2. TR=500 m; 3. TR=600 m; 4. TR= 700 m

算.(5)本文在理论上导出了与(*s*,*m*)域双变量对偶 方程组定解问题相等价的总泛函极值问题,并给出 了椭圆性证明,从而使本算法可以很方便地应用乔 勒斯基直接法求解,在处理有多次不同位置布设场 源的问题中,可以不改变总刚度阵及其方分解,通过 改变右端项可得多次布源下的解,这将大大提高计 算速度.(6)本文导出(*s*,*m*)域定解问题中的第三类 混合边值条件,可以通过剖分纳入总刚度阵使之自 动满足.

作者感谢黄宗理同志对本项研究工作的指导和 支持.

#### 参考文献:

- [1] Newman G A, Hohmann G W. Transient electromagnetic responses of high-contrast prisms in a layered earth
   [J]. Geophysics, 1988, 53: 691~706.
- [2] Everett M E, Edwards R N. Transient marine electromagnetics: the 2. 5-D forward problem [J]. Geophys J Int, 1993, 113: 545~561.



#### 图 5 可极化与无极化二维直立板状体有限单元算法结 果对比

Fig. 5 Comparison between the finite-element solution and the integral-equation solution for a 2-D vertical plate with polarization

\*.板状体可极化; 〇.板状体无板化;板状体几何参数同图 4,围 岩 $\rho$ =100 Ωm,板状体 $\rho_1$ =10 Ωm,极化率 m=0.25;时间常数  $\tau$ =1 s,频率相关系数 c=0.5.1.TR=400 m; 2.TR=500 m; 3. TR=600 m; 4.TR=700 m

- [3] Yu L M. Computation of the electrical responses of midocean ridged structures [D]. Toronto: University of Toronto, 1994.
- [4] 孟永良,罗延钟. 电偶源 CSAMT 法二维正演的有限单元算法[A]. 见:罗延钟,编. 勘查地球物理勘查地球化学文集,第 20 集[C]. 北京:地质出版社,1996. 103~114.
- [5] 罗延钟,张桂青. 电子计算机在电法勘探中的应用[M]. 武汉:武汉地质学院出版社,1987.
- [6] Unsworth M J, Traves B J, Chave A D. Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth [J]. Geophysics, 1993, 58: 198~214.
- [7] Knight J H, Raich A P. Transient electro-magnetic calculations using the Gaver-Stehfest inverse Laplace transform method [J]. Geophysics, 1982, 47(1): 224~228.
- [8] 罗延钟,昌彦君,张桂青.层状可极化大地上偶极一偶极 装置瞬变电场的异常性态[A].见:叶笃正,编.赵九章纪 念文集[C].北京:科学出版社,1997.400~406.
- [9] Pelton W H, Ward S H, Hallof P G, et al. Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP [J]. Geophysics, 1978, 43: 588.

# 2-DIMENSIONAL FORWARD ALGORITHM FOR TIME SPECTRAL RESISTIVITY

Meng Yongliang<sup>1</sup> Luo Yanzhong<sup>2</sup> Chang Yanjun<sup>2</sup>

Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;
 Department of Applied Geophysics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: The 2-dimensional forward calculation for time spectral resistivity (TSR) is to compute the electric-field transient response caused by a 3-D electric current dipole on the 2-D polarizable earth surface. As part of the so-called 2. 5-D numerical simulation for time-domain electromagnetic field, this 2-dimensional forward calculation is still a difficult problem in geophysics. In this paper, a new algorithm is established for this problem with the following four features: (1) A 2-D finite element method is adopted to subdivide a triangular lattice by adding two diagonal lines in the rectangular lattice, and at the same time to eliminate unknown variables to be calculated at the central node of the rectangular lattice by using the Gauss elimination. Therefore, this method can be used not only to simulate accurately any complex 2-D geoelectric section, but also to save the calculation load. (2) A new algorithm for the computation of the secondary field is directly employed to compute only a primary field of the two components of electric and magnetic fields along the geoelectric structure. Such a method is advantageous not only in the relatively high computation precision, but also in the absence of much increase in calculation load. (3) The new G-S transformation method is used to make the inverse Laplace transformation, and, at the same time, the delay theorem of the Laplace transformation is used to calculate the interpolation at the intervals of the multiplication time, resulting in the rapid calculation of the transient electromagnetic responses to the dense samples. (4) This algorithm can be used to compute the transient electromagnetic response to the polarizable and conductive earth (including the IP and EM effects).

**Key words**: time spectral resistivity (TSR), time domain, induced polarization (IP) effect, electromagnetic (EM) effect, 2.5-dimensional numerical simulation.