

混沌控制反演系统构造及算法逻辑设计

李洪奇¹ 刘 洪² 李幼铭²

(1. 石油大学石油资源系, 东营 257061; 2. 中国科学院地球物理研究所, 北京 100101)

摘要: 给出了适用于非线性反演的混沌控制反演系统构造方法及求解控制矩阵的算法逻辑设计。该方法在迭代反演控制参数和迭代反演输出结果之间建立耦合关系, 通过时时修改控制参数保证迭代稳定收敛到预期的解空间。在求解过程中, 应用数据结构方法分析了混沌控制理论中计算控制矩阵的数据结构, 采用树形结构表述出控制矩阵计算过程中下标的取值逻辑, 利用可以复读栈中元素的中序遍历来遍历每一棵树, 寻找各元素的组合序列。给出的数值算例说明了混沌控制反演方法及其算法的有效性。

关键词: 混沌控制; 地球物理反演; 数据结构。

中图分类号: N941.7; O241; P631 文献标识码: A

文章编号: 1000-2383(2001)01-0078-05

作者简介: 李洪奇, 男, 教授, 1960年生, 1982年毕业于华东石油学院测井专业, 1998年获中国科学院固体地球物理专业博士学位, 现从事应用地球物理专业教学和科研工作。

迭代反演过程可以表述为:

$$\mathbf{z}_{k+1} = f(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (1)$$

式中: $\mathbf{z}_k \in R^n$, $\boldsymbol{\varepsilon} \in R^m$ 是系统的控制参数, f 在 R^n 和 R^m 上光滑, (1)式与动力学理论中描述时间离散动力系统的混沌动力学方程有相同的形式。

1990年, 美国马里兰大学的物理学家 Ott, Grebogi, Yorke 三人首先从理论上提出了控制混沌的方法^[1] (简称 OGY 方法)。OGY 方法的主要思想是, 奇怪吸引子中分布着众多不稳定的周期点, 要想设法把其中任一所需的周期点挑选出来, 并加以控制。为此, 可以选择系统中任一实际上易于测量和可调节的一个参数, 并认为所有周期点都是该参数的函数, 而与其他参数无关。为了实现对所挑选的周期点的稳定控制, 必须在系统靠近这个周期点时, 对参数进行微扰, 随时间适当调整微扰量, 迫使系统向该点移动, 利用对参数所允许的最大扰动量, 经过多次反复调整, 最终使所需要的周期点稳定输出。

混沌控制理论已经开始应用于地球物理反演问题。在混沌控制理论中, 理论物理学家给出了非常精美的理论推导结果和控制方法。但是, 要将这些结果和方法实际应用于科学计算中, 还有许多问题需要进一步考虑。在混沌控制的一般方法中, 控制矩阵的

构造思想和理论计算公式已经给出, 但是不具备良好的可实现性, 构造控制矩阵的理论公式无法直接使用。本文根据数据结构理论, 给出了一种计算控制矩阵的算法逻辑, 可以实现任意阶控制矩阵的计算求解。

1 混沌控制

根据非线性控制理论, 可以在参数 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 \mathbf{z} 之间建立耦合

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} = g(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_k). \quad (2)$$

式中: $\mathbf{z}_k \in R^n$, $\boldsymbol{\varepsilon}_k \in R^m$, g 为控制函数。于是(1)和(2)构成一控制系统

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{k+1} = f(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_k), \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} = g(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_k). \end{cases} \quad (3)$$

记 $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0)$ 为(3)的不动点。控制系统(3)的最终目的是要使 $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0)$ 成为其稳定不动点。对(3)做变分可以得到不动点 $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0)$ 邻域近似

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{z}_{k+1} \\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\mathbf{z}_k} f & D_{\boldsymbol{\varepsilon}_k} f \\ D_{\mathbf{z}_k} g & D_{\boldsymbol{\varepsilon}_k} g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{z}_k \\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由控制系统的理论可知, 要使 $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0)$ 成为(3)的稳定不动点, 需要满足下述两个条件: (a) $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0) = \boldsymbol{\varepsilon}_0$, 该条件保证 $(\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\varepsilon}_0)$ 是 $n+1$ 维系统的稳定不动

点;(b) 控制矩阵

$$T = \begin{bmatrix} D_{z_k} f & D_{\varepsilon_k} f \\ D_{z_k} g & D_{\varepsilon_k} g \end{bmatrix} \quad (5)$$

的所有特征值的绝对值均小于 1. 根据问题的性质选择一控制函数, 进而确定控制矩阵最下边一行的诸元素. 根据非线性动力学中线性稳定性理论可知, 只要控制矩阵 T 的所有特征值的绝对值均小于 1, 那么(3)所表述的系统即为一压缩映射系统.

假设

$$\begin{cases} c_0 = (-1)^{n+1} \det |T|, \\ c_1 = (-1)^{n+2} \sum_{i=1}^{n+1} \det |T|, \\ c_2 = (-1)^{n+3} \sum_{i=1}^{n+1} \det |T_{ij}|, \\ \vdots \\ c_n = (-1)^{2n+1} \sum_{i=1}^{n+1} tr |T|. \end{cases} \quad (6)$$

式中: $|T|$ 是控制矩阵 T 的行列式值; 这里 $|T_{ij}|$ 是控制矩阵去掉第 i 行, 第 i 列, 第 j 行, 第 j 列后剩下的 T . 依次类推. $\sum_{i=1}^{n+1} tr |T|$ 是控制矩阵的迹. 事实上, $c_i, i=1, 2, \dots, n$, 是如下特征方程的系数

$$c_n \lambda^n + c_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 = -\lambda^{n+1}. \quad (7)$$

当给定控制矩阵 T 的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$ 时, 特征方程的系数与特征值之间有如下关系:

$$\begin{cases} c_n = (-1)^1 \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i, \\ c_{n-1} = (-1)^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^{n+1} \lambda_i \lambda_j, \\ c_{n-2} = (-1)^3 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \sum_{k>j}^{n+1} \lambda_i \lambda_j \lambda_k, \\ \vdots \\ c_0 = (-1)^{n+1} \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{n+1}. \end{cases} \quad (8)$$

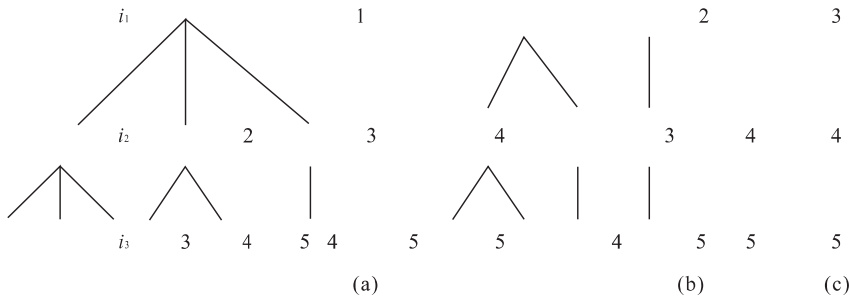


图 1 i_1, i_2, i_3 取值逻辑示意

Fig. 1 Sketch showing the algorithm logic of i_1, i_2, i_3

(6)式和(8)式在数学上是严格的, 理论解是存在的. 但是如果直接按照(6)式和(8)式的形式编程求解, 其算法将是非常臃肿的, 并不具有通用性, 即当 n 变化时需要重新编写代码.

2 求解控制矩阵算法的数据结构分析

假设(6)式中 $n=4, c_1, c_2, c_3, c_4$ 为已知, 则与 c_3 相对应的表达式为

$$\sum_{i_1=1}^3 \sum_{i_2=i_1+1}^4 \sum_{i_3=i_2+1}^5 |T_{i_1 i_2 i_3}| = (-1)^{n+4} c_3. \quad (9)$$

现以(9)式为例, 分析其数据结构.

如以树结构表示(9)式中 i_1, i_2, i_3 的取值逻辑可得图 1 所示的 3 棵树: 树的棵数是由 i_1 可取值的个数决定, 本例中 i_1 可取 3 个数, 故有 3 棵树. 树的深度由公式中 \sum 的个数决定, 本例有 3 个 \sum , 故树的深度为 3. 每棵树的内部排列顺序均遵从同样的 i_1, i_2, i_3 的取值规则. 遍历树的根节点到叶节点的任一路径所经过的节点值所组成的序列与要在控制矩阵 T 中划去的行序号或列序号所组成的序列相同. 由 i_1 和 i_2 的取值构成的子树与由 i_2 和 i_3 的取值构成的子树, 遵循相同的语义规则, 故可采用相同的算法. 推而广之, 由(6)式所确定的任意深度的树, 其上下相邻的重叠子树间遵守相同的语义规则. 因此可以采用递归算法实现从根节点到叶节点的遍历. 遍历所得到的节点值组合序列即为要在控制矩阵 T 中划去的行序号 i 或列序号 j .

3 算法逻辑

对图 1 所示的树采用对各根节点有记忆的中序遍历, 即: (1) 首先访问根节点; (2) 然后从左边开始

依次遍历各子树. 此处有记忆是指各子树的根节点可以重复读取. 采用栈管理子树的根节点, 遍历树叶时复读栈中的各个元素, 但不弹出, 直到其所有叶节点遍历完以后再弹出该根节点. 现以图1中(b)树的遍历说明上述遍历过程. 访问根节点, 其值为2, 压栈; 遍历左边第一棵子树, 访问根节点, 其值为3, 压栈; 遍历其左边第一棵子树, 访问根节点. 此节点为树叶, 其值为4, 不压栈, 复读栈中元素. 栈中元素和叶节点值, 构成一序列2, 3, 4. 遍历左边第二棵子树, 该子树的根节点也是树叶, 其值5, 不压栈, 复读栈中元素. 栈中元素和叶节点值组成序列2, 3, 5. 退栈, 即弹出栈顶元素, 其值为3. 访问左边第二棵子树, 依次类推, 即可完成从树根到树叶所有路径的遍历. 当将消去控制矩阵 \mathbf{T} 中行和列及剩余矩阵求值计算加入到遍历过程中, 可以大幅度提高计算效率. 具体方法是当访问每一根节点时, 在 \mathbf{T} 中消去与其对应的行和列. 而访问叶节点后, 马上计算其剩余矩阵的行列式值. 如果剩余矩阵中不含有控制矩阵 \mathbf{T} 的最后一行, 行列式值为常数. 如果包含控制矩阵 \mathbf{T} 的最后一行, 按最后一行将剩余行列式展开. 当完成(6)式的所有操作后, 即可得到以控制矩阵 \mathbf{T} 最后一行元素为未知数的线性方程组, 解之即可完成控制矩阵的计算.

实际计算过程中, $c_i, i=1, 2, \dots, n$, 未知, 而 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, n+1$, 是由人为指定的已知参数. 已知 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, n+1$, 根据(8)式求 $c_i, i=1, 2, \dots, n$ 的过程是计算 $\lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \dots \lambda_{i_m}$ 的过程, 即寻找序 $i_1 i_2 \dots i_m$. 该过程与在控制矩阵 \mathbf{T} 中寻找要划去的行或列的序号过程完全一样. 在访问每个节点时, 将消去与其相应的行和列的操作换为相应 λ_i 的乘操作即可.

上述算法逻辑可以求解任意阶的控制矩阵, 不用重新编写代码. 树的遍历可采用递归算法实现, 因而大大减少了代码的编写工作量.

4 数值算例

记(3)式的升维控制迭代反演系统如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{Z}_k + \mu(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \epsilon_K \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_k), \\ \epsilon_{k+1} = \epsilon_0 + \mathbf{K}^T (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_k) + k(\epsilon_0 + \epsilon_k). \end{cases} \quad (10)$$

显然(10)式以 $(\mathbf{z}^*, \epsilon_0)$ 为不动点.

由控制到系统的理论可知, 要使 $(\mathbf{z}^*, \epsilon_0)$ 成为(10)式的稳定不动点. (10)式中

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{Z}_k + \mu(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \epsilon_K \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_k)$$

为广义逆反迭代格式, 式中 μ 为松迟因子, ϵ 为阻尼因子. 在反演过程中, μ 和 ϵ 作为初值一经给定将不再变化, μ 决定迭代的步长, 而 ϵ 决定迭代解的分辨率. μ 和 ϵ 的选择不但决定解的精度, 而且关系到迭代过程是否收敛. 构造控制函数

$$\epsilon_{k+1} = \epsilon_0 + \mathbf{K}^T (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_k) + k(\epsilon_0 + \epsilon_k)$$

在解与阻尼因子之间建立联系, 使阻尼因子随迭代过程变化而变化, 保证系统能够使不动点稳定输出. 是将控制用于求解反问题的重要思想.

图2和图3给出了求解(10)式未加控制迭代算法与加入混沌控制迭代算法的结果对比图例. 利用(10)式进行迭代计算过程中, 当 ϵ 选的相对较大时, 未加控制的迭代稳定收敛, 但解相对平滑. 随着 ϵ 的逐渐减小, 解的分辨率逐渐提高. 当 $\epsilon = 1.0 \times 10^{-18}$ 时, 迭代解出现了强烈的发散现象. 但是, 加入混沌控制后, 其解仍收敛到解的允许空间. 从图2到图3还可以看出, 加入混沌控制后, 动力系统的迭代对初值的敏感程度大为降低.

5 结论

对于线性或拟线性地球物理反问题, 分辨率的提高和方差的减少是相互矛盾的, 必须在分辨率和方差要求之间采取某种折衷. 对于非线性地球物理反问题的迭代方法而言, 迭代过程中参数的选取对输出解估计序列的特性关系极大. 在迭代参数中, 松

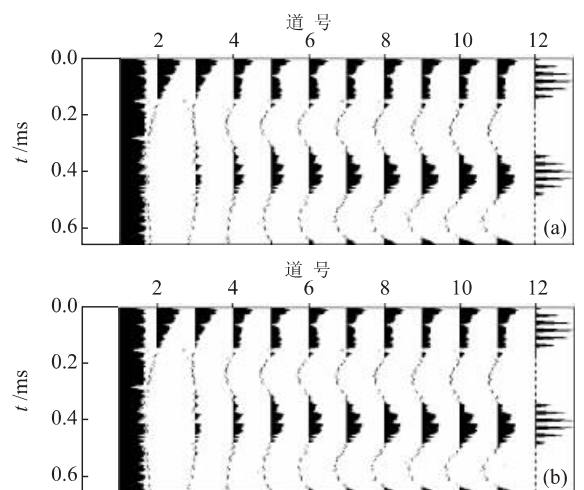


图2 迭代反演效果对比($\epsilon = 1.0 \times 10^{-6}$)

Fig. 2 Iteration conversion results

a. 未加控制; b. 加控制. 第1道为初始道; 第2道到第11道为迭代反演道; 第12道为理论道

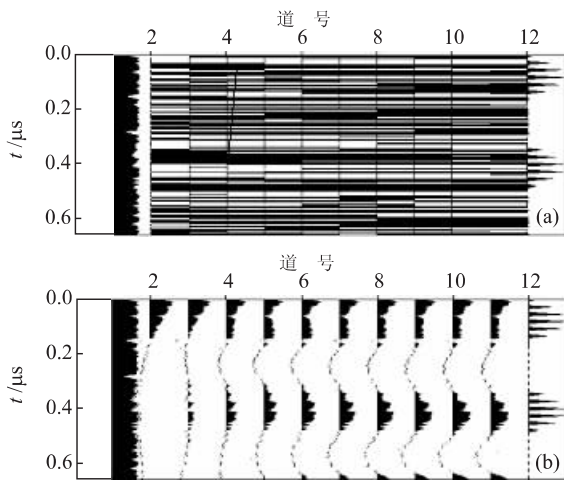


图3 迭代反演效果对比($\epsilon=1.0 \times 10^{-18}$)

Fig. 3 Iteration conversion results

a. 未加控制; b. 加控制. 第1道为初始道; 第2道到第11道为迭代反演道; 第12道为理论道

迟因子的作用是控制解空间中的搜索步长,防止搜索过早地迷失正确的搜索方向;而正则化因子(如阻尼系数)则决定了每次迭代输出的解的分辨率.为了使迭代输出序列中包含有高分辨率的解估计,阻尼系数必须随迭代而变化.为了使迭代始终保持在正确的搜索方向上,引入控制,不断修正阻尼因子的思想是正确的.

混沌控制理论阐述了如何微扰和调整系统的控制参数,使系统的行为轨线最后趋近于所需要的周期点.反演过程是一个迭代过程,当不断减小正则化参数,使其进入临界点时,反演结果会突然远离光滑

解,而进入强烈的起伏状态,即产生分叉现象.地震道的非线性混沌反演^[2,3]就是要及时判定失稳的临界值,从而导致最佳的分辨率.非线性科学还认识到,在强烈的不稳定区内,实际上存在许多混沌解,这是一种自身稳定的非周期解,具有自相似的分形结构.通过在解的各分量之间引入非线性耦合关系,可以将解控制在某一混沌解附近,即从混沌中迭代出有序来,使得解的各分量按耦合关系达到自组织.

地球物理的非线性反演是非线性动力系统的典型范例.非线性科学的迅速发展为解决非线性动力学问题奠定了坚实的理论基础,并提供了强有力的方法和手段.因此,应用非线性动力学的基本理论和方法,特别是非线性科学的近代研究成果,如混沌动力学和混沌控制理论等,研究地球物理反问题将会提高反问题研究的理论水平,并改进反演精度和效果.本文的工作已经很好地说明了这一点.

目前混沌控制理论已经开始用于求解地球物理反演问题.应用数据结构理论分析算法,设计算法逻辑可以减少算法的时间复杂度和空间复杂度,提高算法的质量,并使一些理想的数学公式得以实现.

参考文献:

- [1] Ott E, Grebogi C, York J A. Controlling chaos [J]. *Phy Rev Lett*, 1990, 64: 1196~1199.
- [2] 杨文采.地震道的非线性混沌反演(一)[J]. *地球物理学报*, 1993, 36(2): 223~231.
- [3] 杨文采.地震道的非线性混沌反演(二)[J]. *地球物理学报*, 1993, 36(3): 376~387.

CONSTRUCTION OF CONTROLLING CHAOS INVERSION SYSTEM AND ALGORITHM LOGICAL DESIGN OF MATRIX-ELEMENT-CONTROLLED CALCULATION

Li Hongqi¹ Liu Hong² Li Youming²

(1. *Petroleum Resources Science Department, University of Petroleum, Dongying 257061, China;*
2. *Institute of Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100101, China*)

Abstract: This paper presents the method, appropriate for the non-linear inversion, for the construction of the controlling chaos inversion system and the corresponding algorithm logical design of matrix-element-controlled calculation. In this method, a coupling relationship is established between the iterative inversion-controlled parameters and iterative inversion outputs. In this relationship, the con-

trolled parameters should be updated to ensure that the iterative stability is converged to the desired solution. During the solution process, the data structure method is applied to the analysis of the data structure of the computer-controlling matrix for the controlling chaos theory. The tree structure is presented in this paper to express the subscripted sampling logic used in the calculation of the controlling matrix. Each tree is traveled through the symmetric traversal to locate the combinatorial sequence of each element. The numerical algorithm examples listed in this paper illustrate the effectiveness of controlling chaos inversion method and algorithm.

Key words: controlling chaos; geophysical inversion; data structure.

* * * * *

(上接 24 页)

的下部因层薄而不易观察,但在个别中厚层细、粉砂岩中仍可发现.该层厚 26 cm,其下、中部为细、粉砂岩.这种细、粉砂岩在野外很难把握,呈混合状.上部则为粉砂岩,由下往上具明显的递变性.下、中部沉积构造发育,为波状层理和波痕,顶部粉砂岩层面上则发育大量龟裂.红古城组上部地层单层一般厚 4~50 cm,易于观察.尽管上部低密度流准层序发育,但内部特征几乎千篇一律.每个低密度流准层序下部由粉、细砂岩组成,富含大量波痕,上部迅速变成粉砂岩,粉砂岩层面上则富含大量龟裂.它们组成的低密度重力流厚度有所不同,有 40~90 cm 不等.

这种低密度序列,由于与其下为突变接触,受强烈的水动力作用冲刷,底痕多被冲刷而留下波状层理和波痕,但内部递变层理却十分发育:具由快速沉积向低速沉积迅速变化的特点.在快速沉积段,岩性颗粒大小混杂,为不等粒,0.1~0.04 mm 大小,成分复杂,为碎屑石英、长石、云母等.具分选、磨圆差,结构成熟度低等特征.这种粗、细物质的混杂悬浮搬运,每一次补给量相似,只是粗粒物质相对逐渐减少,从而形成浊积岩特有的粒级递变层,这是鉴定浊积岩的内在因素和决定条件.

红古城组湖岸的低密度重力流的发现,反映了湖岸环境也具备重力流沉积的良好场所和条件.这是因为湖盆多为拗陷或断陷盆地,往往呈一边陡一边缓的不对称盆地,即使在缓坡湖岸边缘也出现 $> 1^\circ$ 的(面积亦大)的缓坡背景,再加上湖岸环境地形比较复杂,常具有多岛、多凹、多沉积中心的特点.

此外,由河流入湖处,常常形成两种密度不同的流体.河水在一般温度下密度为 1.01 g/cm^3 ,而湖水密度为 0.99 g/cm^3 ,显然河水密度大,特别是在季节性洪水期,河水的浓度更高.众所周知,对于陆

相湖盆,古气候控制作用十分显著.潮湿气候作用下,水系大量发育,引发洪水作用,造成陆相盆地水体暴涨,是陆相湖盆水体扩张的主要时期,河流充沛的碎屑物质为重力流形成提供了必要而又充分的条件.红古城组频繁的水下流动构造和水上暴露构造交互序列,就是多次洪水作用的结果,这是造成红古城组重力流的根本原因.因此,红古城组频繁而又单调的低密度重力流形成过程是:暴洪季节,大量混浊的陆上洪水涌入湖泊,虽然流经湖岸边缘,流速骤减,但始终不能同湖水混合,在湖岸斜坡重力作用下,混浊层朝着湖岸底向下运动,而湖岸滨、浅湖环境常常不是一个理想的缓坡,而是存在一系列正、负向地形,如多沉积中心,障壁砂体等,这样混浊层因前锋阻挡,动能消失,而在湖岸负向地形有利场所堆积,首先沉积的是粗细不均的物质,然后依次递减.随着气候干旱,洪水迅速退出,代之是低能环境,因而难以形成水动力仍然较强的平行层理.

我们把这种受古气候控制作用的洪水浊积序列称为连续低速型,而把总体上由于等效海退作用由再沉积或液化的沉积物流形成的浊积序列称为突发高速型.前者一般规模较小,内部递变层理缺乏平行层理,也就是缺乏高流态的形成作用;后者强度大,规模也大,内部递变层理发育完整.在触发机制上,前者受控于古气候作用;后者受控于强烈的海平面变动.因而这种浊积序列内部的差异,是由于陆相湖盆在沉积作用方式上不等同于海相盆地的结果,导致具有自身湖岸浊积岩的沉积特色.

参考文献:

- [1] 洪庆玉. 沉积物重力流地质学[M]. 成都:成都科技大学出版社,1992. 22~26.