

地下水水平井流的模型及数值模拟方法

——考虑井管内不同流态

陈崇希, 万军伟

(中国地质大学环境地质研究所, 湖北武汉 430074)

摘要: 评述用线汇刻画水平井管可能存在的问题, 并用理想模型证明, 提出考虑井管不同流态(线性流与非线性流)水流阻力的水平井流的模型, 并将内边界取在水平井的出水口处, 避免了采用线汇刻画水平井管时假定其流量分布和水头分布的困难. 运用作者提出的等效渗透系数的概念与确定方法, 将水平井—含水层系统视为含有圆柱形透镜体的非均质含水层, 给出新的水平井流的数学模型. 求解了一个理想模型, 得出河下水平井开采地下水的动态.

关键词: 水平井; 模型; 数值模拟; 非线性流; 等效渗透系数; 线汇.

中图分类号: P641.2 **文献标识码:** A

文章编号: 1000-2383(2002)02-0135-06

作者简介: 陈崇希(1933—), 男, 教授, 博士生导师, 1956 年毕业于北京地质学院水文地质工程地质系, 从事地下水动力学、地下水数值模拟和地下水资源评价的教学和科研工作.

E-mail: chongxi@cug.edu.cn

水平井在薄含水层或低透水性含水层中开采或排除地下水的功能比垂直井有明显的优势^[1,2], 因此, 近些年来引起水文地质工作者、石油工程师和环境工程师们广泛的兴趣.

国际上, 对于地下水水平井井流的计算可以追溯到 Hantush 等^[3]对辐射井流的研究(可视为一组水平井), 他们用等强度分布的线汇刻画水平井管. 此后, 除个别外, 研究者们^[4~12]基本上都采用线汇来刻画水平井管的作用. Zhan 等^[12]对此做了较全面的回顾. 然而, 虽然水平井流的解析模型和大部分数值模型都采用线汇刻画水平井管, 但其适用性并未得到严格证明. 1992 年 Tarshish^[13]提出考虑水平井管内水流的水头损失与平均流速的平方呈正比关系的理想模型, 并限于稳定流态. 这可能是最早考虑水平井内水头损失的论文. 然而, 井管中水流的水头损失与平均流速呈平方关系必须其雷诺数大于 100 000 时才遵守, 实际上, 还存在 1.0 次方(层流区)、1.75 次方(光滑紊流区)和 2 个过渡区. 而且, 任何一个水平井的上游末端附近, 必定存在层流和光滑紊流及其过渡区, 甚至一些水平井根本不存在

阻力平方区.

我国, 1993 年陈崇希等^[14]提出“渗流—管流耦合模型”刻画井—含水层系统, 该研究全面地考虑了井管中不同流态(即不同雷诺数条件下)水流水头损失与流速间的关系, 并用有限元法计算了我国广西北海市龙潭水源地一实例; 1995 年王允麟等^[15]对水平井流作了统计分析, 未涉及机理; 1995 年, 陈崇希^[16]建立了岩溶管道—裂隙—孔隙三重介质地下水流的模型(“管道”相当于“水平井”), 并给出了一个理想模型的计算结果; 1998 年, 成建梅等^[17]和 Cheng 等^[18]将上述模型用于广西北山矿区的一个含有岩溶管道的地下水流实例的研究; 1998 年, 陈崇希等^[19]将渗流—管流耦合模型用于河南省郑州市傍黄河的一水源地实例.

国际上, 不管是解析法还是数值法(Tarshish^[13]除外), 目前基本上都是把水平井井管刻画为等强度或等水头的线汇.

让我们分析上述刻画水平井井管的方法. 对于第一类边界条件而言, 它隐含着 2 个假定: (1) 井径的尺寸趋于零, 即可视为线汇; (2) 水平井井径比较大, 以至于其管中水流的阻力视为零. 对于第二类边界条件, 基本上都采用等强度(单位长度的流量称强

度)线汇,这种条件不仅要求井径趋于零,而且其模拟结果,井管中水头的分布与实际情况在性质上也不一致。

本文的目的是提出新的能更真实地刻画地下水向水平井流动的模型与模拟技术,以提高其仿真性。

1 水平井流的新模型及模拟方法

就渗流问题而言,水平井的进水井壁是其边界,因为井管内的水流已不是渗流。但是水平井井壁处的水力条件(边界条件)很难严格给定(至于边界条件近似给定的适用性尚需通过与高仿真的模型相比较才能判定),而当前国际上应用的解析法和数值法所采用的井管边界,不是等水头就是等强度条件(Tarshish^[13]除外)。显然,这不是严格意义上的提法。

从机理上分析,井管中水的流动,便会产生水头损失;有水头损失则井管不是等水头的边界条件。同样,若将水平井井管刻画为等强度分布,其结果将是,其最低水头点位于水平井管的中部,而实际井管中水头分布最低点却是在出水口点处。因此,严格地说,在进水井壁处既非等水头分布,也非等强度分布。实际上,水平井井壁处的水力条件是很难严格给定的。然而若将其边界移至水平井的出水口处,则此处的边界条件却十分易于确定。这对于提高水平井流的仿真性十分有利。后者可以给定其水头函数(第一类边界条件)或给定其流量(第二类边界条件),即

$$Q(x=x_{\text{wout}},y=y_w,z=z_w)=Q_{\text{wout}}, \tag{1}$$

或

$$H(x=x_{\text{wout}},y=y_w,z=z_w)=H_{\text{wout}}. \tag{2}$$

式中: x_{wout} 为水平井管出水口处的 x 坐标(x 坐标取向与井管轴一致); y_w 为水平井管所在的 y 坐标; z_w 为水平井管所在的 z 坐标; Q_{wout} 为井口流量; H_{wout} 为井口水头。

显然,水平井井壁的水头分布和流量分布与井径的尺寸有关。因此,如何建立有限井径水平井的井流模型及其模拟方法是很有意义的。它将进一步揭示控制地下水向水平井流动的机理,并提高其仿真性。

如上所述,我们将地下水向水平井流动的内边界取在水平井出水口处之后,那么所研究流场的介质由两部分组成:一个是含水层孔隙介质,另一个是圆形导管。如果我们将后者视为渗透性很大的孔隙介质,那么所研究的介质是一个非均质介质,对此问

题的求解并不困难。如此,问题的焦点转到如何确定圆柱导管的渗透系数了。

圆管中水流的流态分为层流和紊流,即线性流与非线性流。当水流呈层流时,陈崇希等^①、^[20]和 Bear^[21]研究孔隙介质渗透系数的水力学实质(模型)时,分别提出圆柱导管水流渗透系数的同一表达形式,即

$$K_l=\frac{d^2}{32}\frac{\gamma}{\mu}. \tag{3}$$

式中: K_l 为圆管水流呈层流时的渗透系数; d 为圆管的内径; γ 为水的重率; μ 为水的动力粘滞系数。当水流呈紊流时,陈崇希等^[14]通过 Darcy-Weisbach 方程

$$\Delta H=f\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{u^2}{2g} \tag{4}$$

导出渗透系数的表达形式。式中: ΔH 为水头损失; f 为摩擦系数; l 为水流沿管长度; u 为管中水流平均流速; g 为重力加速度。

由流体力学理论可知,当雷诺数 Re 大于 100 000 时,摩擦系数 f 与雷诺数 Re 无关,而取决于管内壁的相对粗糙度(Δ/d),这时的水头损失 ΔH 与平均流速 u 的平方成正比。即

$$\Delta H\propto u^2. \tag{5}$$

在 $3\,000 < Re < 100\,000$ 范围内,其中存在

$$f=\frac{0.316}{Re^{0.25}}, \tag{6}$$

即存在

$$\Delta H\propto u^{1.75} \tag{7}$$

的区段。在紊流条件下,除了上述两个区段外,还存在两个过渡区,共分为 4 个区段。可见,紊流是个比较复杂的问题。

如何将管外孔隙介质中的渗流与管内各种可能存在的流态耦合起来,成为求解该问题的核心问题。为了解决此问题,我们提出等效渗透系数 K_e 的概念。

依渗透流速 v 与孔隙平均流速 u 的关系 $v=nu$,及管流的孔隙率 $n=1$, (4) 式则可改写为

$$v=\frac{2gd}{fv}J. \tag{8}$$

式中: $J=\Delta H/l$ 为水力坡度。我们定义此条件的等效渗透系数 K_e 为 K_n (非达西管流的等效渗透系数)

$$K_n=\frac{2gd}{fv}. \tag{9}$$

则渗透流速

$$v=K_nJ. \tag{10}$$

①陈崇希. 地下水水力学. 北京地质学院, 1966. 197.

该式具有达西定律的形式. 使紊流流态的管流也具有达西定律的形式是我们提出等效渗透系数的目的.

由流体力学的理论可知, 当井管水流为层流时, 阻力系数具有下列关系

$$f=\frac{64}{Re}.$$

(11)

式中: $Re=ud/\nu$, 为雷诺数; $\nu=\mu/\rho$, 为流体的运动粘滞系数; ρ 为流体密度.

将 Re, ν 及(11)式代入(9)或(4)式, K_n 便转化为用(3)式表示的层流条件的 K_l 值.

本来, 紊流流态的流动定律是有别于达西定律的, 而且不同的流态区具有不同的形式, 经引入紊流状态(非线性流)的渗透系数折算成相当于层流状态的渗透系数——等效渗透系数 K_n 之后, 其流动定律转变成达西定律形式, 也就是将 5 个流态分区(1 个层流区和 4 个紊流区)的流动规律统一地归结为同一的达西定律形式, 且与管外地下水渗流的定律在形式上统一起来. 如此, 便将管流与渗流耦合起来了.

综上所述, 管流与渗流耦合的途径是: (1) 将管流的不同流态通过“等效渗透系数”统一地写成线性定律的形式; (2) 将水平井管视为渗透系数很大的圆柱状透镜体, 即将“含水层”视为是具有透水性很大的圆柱状透镜体的非均质介质; (3) 由此, 可将内边界取在水平井的出水口处, 并可按上述(1)或(2)式表述其边界条件. 如此, 我们建立的地下水向有限井径水平井流动的数学模型为:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_e\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_e\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_e\frac{\partial H}{\partial z}\right)+\epsilon=$$

$$S_s\frac{\partial H}{\partial t}, \quad (x,y,z\in D, 0<t\leq t_e); \quad (12a)$$

$$H(x,y,z,t)|_{t=0}=H_0(x,y,z), \quad (x,y,z)\in D;$$

(12b)

$$H(x,y,z,t)|_{B_1}=H_1(x,y,z,t), \quad 0<t\leq t_e;$$

(12c)

$$\frac{\partial H}{\partial n}(x,y,z,t)|_{B_2}=V(x,y,z,t), \quad 0<t\leq t_e;$$

(12d)

$$H(x,y,z,t)|_{\text{wout}}=H_{\text{wout}}(t), \quad 0<t\leq t_e;$$

(12e)

$$Q(x,y,z,t)|_{\text{wout}}=Q_{\text{wout}}(t), \quad 0<t\leq t_e.$$

(12f)

$$K_e=$$

$$\begin{cases} K, \text{含水层孔隙介质达西流的渗透系数;} \\ K_l, \text{水平井管层流(线性流)的等效渗透系数;} \\ K_e, \text{水平井管紊流(非线性流)的等效渗透系数.} \end{cases}$$

式中: K_e 是连同水平井管在内的“含水介质”的“等效渗透系数”^[14,22]; S_s 是单位储水系数; H 是水头; ϵ 是源汇项; H_0 是初始水头; H_1 为第一类边界水头;

V 是第二类边界单位面积单位时间入渗的水量; n 为二类边外法线方向; D 为研究区; t_e 为研究时段.

我们可以采用任意一种数值方法求解上述问题. 要注意的是, 紊流条件下的等效渗透系数 K_e 与管流的平均流速 u 有关, 因此这个等效渗透系数是随雷诺数 Re 而变化的量. 另外, 由于雷诺数 Re 的确定与平均流速 u 有关, 而平均流速 u 又依赖于摩擦系数 f , 而摩擦系数的确定反过来又取决于雷诺数 Re , 因此必须采取迭代的方法来确定三者, 进而确定井管的等效渗透系数 K_e , 其他求解方法是常规的.

2 理想模型算例

我们做的理想模型是比较常见的河下水平井井流问题. 含水层长度 l 为 116 m, 宽度 w 为 3 777. 4 m, 厚度 b 为 13. 8 m. 含水层是均质、各向同性, 渗透系数 K 为 10. 0 m/d; 单位储水系数 S_s 为 0. 000 01 m^{-1} . 水平井位于含水层正中并与其长度 l 相同(图 1), 水平井的直径为 0. 1 m. 含水层除顶面为河流外, 其他 4 个侧面和底面均为隔水边界; 顶面河流保持 10. 0 m 的水头. 初始水头为 10. 0 m. 水平井的出水口为已知水头边界, 它以 10. 0 m/d 的速度下降. 要求模拟 1. 0 d 的地下水向水平井流动的动态.

我们在含水层长度 l 上均匀地设置了 30 个结点(结点距 4. 0 m), 宽度 w 上不均匀地设置了 25 个结点(结点距 0. 2~1 000. 0 m), 厚度 b 上不均匀地设置了 15 个结点(结点距 0. 2~2. 0 m), 总共 11 250 个结点.

我们采用任意多边形三维有限差分法^[9]求解上述问题.

模拟结果: 模拟末时刻水平井井管中 30 个结点的水头降深 s 分布由第 1 结点的 2. 24 m 逐渐增加到第 30 结点的 10. 0 m(图 2a), 后者水头降深是前

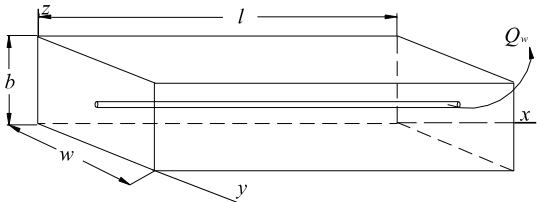


图 1 模型设计

Fig. 1 Layout of simulation domain

$l=4\times 29=116\text{ m}(NJP=30); w=3\,777.4\text{ m}(NIP=25); b=13.8\text{ m}(NST=15); d=0.1\text{ m}(NP=11\,250)$

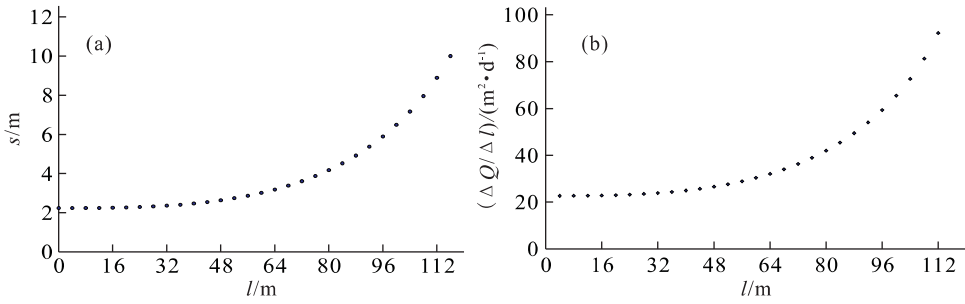


图 2 水平井管各接点降深值(a)和各段单位长度出水量(b)

Fig. 2 Drawdown distribution (a) and water flux per unit length (b) along the axis of the horizontal well at the end of the simulation ($t=1.0\text{ d}$)

者的 4.47 倍.可见,这种条件下用等势的线汇刻画水平井井管是明显不允许的.水平井出口流量由 0.01 d 的 $101\text{ m}^3/\text{d}$ 逐渐增加到 4 353 m^3/d ,模拟末时刻(1.0 d)水平井井管中单位长度的流量分布由第 2 结点的 $22.68\text{ m}^2/\text{d}$ 逐渐增加到第 29 结点的 $92.22\text{ m}^2/\text{d}$ (图 2b),后者是前者的 4.07 倍,而且不同时间其比值也不同.可见,这种条件下用等强度的线汇刻画水平井井管也是不允许的.在其他抽水时刻水平井井管中的流量分布和水头降深 s 分布也是类似情况.

3 结论

当前国际上应用的解析法和数值法所采用的井管边界,不是等水头就是等强度条件(Tarshish^[13]除外).虽然这在求解上有其方便之处,但并不符合水流机理.两者都未反映水平井管中水流的水头损失规律,也不是两个极端结果.要证明或否定用线汇刻画水平井管的作用的合理性,必须寻求物理模拟或高仿真的数值模拟方法,以便将线汇理论结果与之对比,作出结论.然而要模拟实际问题,前者实践起来困难很多.本论文在水平井数值模拟上提出了具更高仿真性的方法.

首先,将水平井的内边界移至它的出水口处,此处的边界条件,不管是第一类还是第二类都很容易确定.其次,提出等效渗透系数 K_e 的概念,导出不同流态条件下等效渗透系数的表达式,把水平井概化为一个强渗透系数的圆柱形透镜体,从而把水平井—含水层非线性流动系统,在形式上概化为统一的、服从达西线性定律的“非均质含水系统”的流动问题.于是可用常规方法求解.

通过上述常见条件理想模型的模拟说明,至少

在某些条件下,既不能用等强度的线汇刻画水平井井管,也不允许用等势的线汇刻画水平井井管.只能采用本文提出的考虑水平井管水流阻力的模型.

参考文献:

[1] 陈崇希.关于地下水开采引发地面沉降的思考[J].水文地质工程地质,2000,(1):45—48.
CHEN C X. The thinking about groundwater withdrawal induced land subsidence [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2000, (1): 45—48.

[2] 陈崇希,成建梅.关于滑坡防治中排水模式的思考——以长江三峡黄腊石滑坡为例[J].地球科学——中国地质大学学报,1998,23(6):628—630.
CHEN C X, CHENG J M. A new idea about drainage pattern in landslide prevention and treatment: by example of Huanglashi landslide at the Three Gorges [J]. Earth Science — Journal of China University of Geosciences, 1998, 23(6): 628—630.

[3] Hantush M S, Papadopoulos I S. Flow of ground water to collector wells [J]. J Hydraulics Division, 1962, 5: 221—244.

[4] Hantush M S. Hydraulics of wells [A]. In: Chow V T, ed. Advances in Hydrosience [C]. New York: Academic Press, 1964.

[5] Goode P A, Thambynayagam R K M. Pressure draw-down and buildup analysis of horizontal wells in anisotropic media [J]. SPE Formation Evaluation, 1987, 2(4): 683—697.

[6] Daviau F, Mouronval G, Bourdarot G, et al. Pressure analysis for horizontal-wells [J]. SPE Formation Evaluation, 1987, 3(4): 716—724.

[7] Cleveland T G. Recovery performance for vertical and horizontal wells using semianalytical simulation [J]. Ground Water, 1994, 32(1): 103—107.

[8] Falta R W. Analytical solutions for gas-flow due to gas

- injection and extraction from horizontal-wells [J]. Ground Water, 1994, 33 (2): 235—246.
- [9] Zhan H. Analytical study of capture time to a horizontal well [J]. J Hydrol, 1994, 217: 46—54.
- [10] Hunt B, Massmann J W. Vapor flow to trench in leaky aquifer [J]. J Envir Engr, 1994, 126(4): 375—380.
- [11] Zhan H, Cao J. Analytical and semi-analytical solutions of horizontal well capture times under no-flow and constant-head boundaries [J]. Adv Water Resour, 1994, 23(8): 835—848.
- [12] Zhan H, Wang L V, Park E. On the horizontal-well pumping tests in anisotropic confined aquifers [J]. J of Hydrol, 1994, 252(1—4): 37—50.
- [13] Tarshish M. Combined mathematical model of flow in an aquifer-horizontal well system [J]. Ground Water, 1992, 30(6): 931—935.
- [14] 陈崇希, 蒋健民, 林敏. 地下水不稳定混合抽水的渗流—管流耦合模型及其应用[R]. 科学技术报告 88172K051, 广西地质矿产局, 1994.
- CHEN C X, JIANG J M, LIN M. Theory and application of model coupling seepage and pipe flow for unsteady multilayer pumping tests [R]. Science Technical Report, No. 88172K051, Guangxi Autonomous Region, China; Geology and Mineral Resources Bureau, 1994.
- [15] 王允麒, 王涟, 孙存忠. 辐射管集水计算模型研究[J]. 工程勘察, 1994, (5): 26—28.
- WANG Y Q, WANG L, SUN C Z. The research on calculated model of water collection into the radial-well [J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1995 (5): 26—28.
- [16] 陈崇希. 岩溶管道—裂隙—孔隙三重空隙介质地下水
- 流模型及模拟方法研究[J]. 地球科学——中国地质大学学报, 1995, 20(4): 361—366.
- CHEN C X. Groundwater flow model and simulation method in triple media of karstic tube-fissure-pore [J]. Earth Science — Journal of China University of Geosciences, 1995, 20(4): 361—366.
- [17] 成建梅, 陈崇希. 北山岩溶管道—裂隙—孔隙地下水流数值模拟初探[J]. 水文地质工程地质, 1994, (4): 50—54.
- CHENG J M, CHEN C X. A case study of numerical simulated model on groundwater flow in karst conduit-fissure-pore system [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1998, (4): 50—54.
- [18] Cheng J M, Chen C X. Preliminary numerical study of karst groundwater flow in Beishan area [A]. In: Proceedings of 2nd International Conference of Future Groundwater at Risk, 1998, Changchun [C]. [s. l.]: [s. n.], 1998. 65—66.
- [19] 陈崇希, 林敏, 叶善士, 等. 地下水混合井流的理论及应用[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1998.
- CHEN C X, LIN M, YE S S, et al. Groundwater flow model of mixed well and its application [M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 1998.
- [20] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999.
- CHEN C X, LIN M. Groundwater hydraulics [M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 1999.
- [21] Bear J. Dynamics of fluids in porous media [M]. New York: Elsevier, 1972.
- [22] Chen C X, Jiao J J. Numerical simulation of pumping test in multilayer wells with non-Darcian flow in the wellbore [J]. Ground Water, 1999, 37(3): 465—474.

A New Model of Groundwater Flowing to Horizontal Well and the Numerical Simulation Approach

CHEN Chong-xi, WAN Jun-wei

(Environmental Geology Institute, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: This paper points out the possible problems in using line sink to describe a horizontal wellbore. It presents a new model to describe a horizontal well with consideration of different flow regions and the laminar and turbulent flow, i. e. linear and nonlinear flow inside the pumping well. Hence, it sets up the inner boundary at a point where water flows out. As it does not need flux or head distribution along the horizontal well, it may avoid the difficulty in using the line sink assumption. This

paper uses an "equivalent hydraulic conductivity" concept and its determined approach to treat the horizontal wellbore, which treats the aquifer-horizontal well system as a heterogeneous medium with a cylinder lens. It also provides a mathematical model and numerical simulation to solve the flow problem. A sample of a horizontal well pumpage underneath a river is calculated to illustrate the presented model and numerical method and the simulation results of groundwater behavior are indicated.

Key words: horizontal well; model; numerical simulation; non-linear; equivalent hydraulic conductivity; line sink.

单斜含水层—泉流系统概念模型研究

陈崇希, 黎明, 刘文波

(中国地质大学环境地质研究所, 湖北武汉 430074)

“当前数值模拟的核心问题是防止模拟失真, 努力提高仿真性”^[1]. 模拟失真是多方面的, 其中最主要的是概念模型失真. 一旦水文地质概念模型不能刻画研究区地下水的基本运动规律, 其后的工作再精细, 也不可能弥补建立概念模型的失误. 因此, 要十分重视水文地质概念模型的建立. 然而, 这个问题并没有引起水文地质数值模拟工作者的普遍重视. 我们要避免对水文地质条件、地下水流动基本特征未加精细分析就摆出数学模型^[2]. 这种模型的预测结果是难以置信的, 尽管有的模型其短时间的拟合度还不是很差, 但是“拟合好或差并不是检验建模合理性的唯一标准, 更重要的同时也是最根本的则是视水文地质实体的概化是否合理, 正因为如此, 我们十分强调对水文地质条件的正确分析和建模论证.” “建模是需要论证的”^[2]. 建模论证的最主要手段是分析流线或流面(流网), 而正确地分析、设置边界条件是分析流网的基础. 因此, 边界条件—流网的分析在建立概念模型中显得格外重要. 国内外概念模型未恰当建立的实例, 并不是个别现象.

单斜含水层—泉流系统(图 1a)是自然界最常见的地下水系统之一. 我国南方小型构造盆地(如湖南省的斗笠山、恩口盆地等)和北方大型盆地(如鄂尔多斯盆地等)周边的泉(群), 大多可概化为单斜含水层—泉流系统. 遗憾的是人们往往用平面二维流模型来刻画这类含水系统.

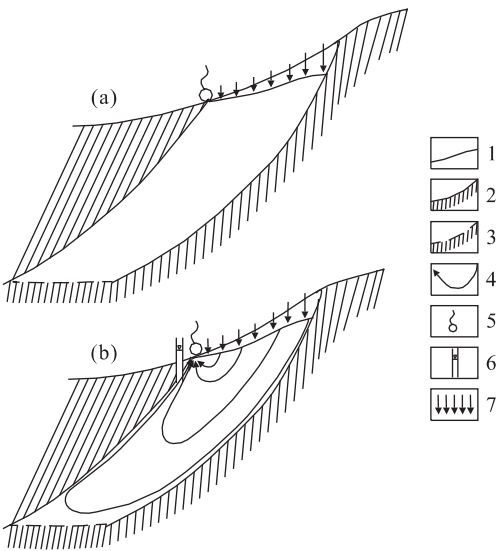


图 1 单斜含水层—泉流系统

Fig. 1 Monocline aquifer-spring system

1. 潜水面; 2. 隔水边界; 3. 岩溶不发育地下水滞留区; 4. 流线; 5. 泉; 6. 观测孔; 7. 降雨补给

单斜含水层—泉流系统分承压与无压两区, 承压区的顶面隔水边界可依地层岩性很容易被确定, 其底面隔水边界除根据地层岩性外, 还要依其岩溶发育随深度的衰减和地下水高矿化等因素综合分析确定; 无压区以有降雨入渗补给的潜水面(或加非完整河)为其顶面边界. 平面上的边界随具体条件而定. 需注意的是取人为的(非自然的)第一类(水头已

(下转 198 页)