

非线性成矿预测理论：多重分形奇异性—广义自相似性—分形谱系模型与方法

成秋明^{1,2}

1. 中国地质大学地质过程与矿产资源国家重点实验室, 湖北武汉 430074

2. 加拿大约克大学地球空间科学与工程系和地理系, 多伦多 M3J1P3

摘要: 介绍了“奇异性—广义自相似性—分形谱系”(“3S”: Singularity-generalized self-Similarity-fractal Spectrum) 为核心的多重分形现代成矿预测理论与模型(Multifractal Mineralization Prediction Theory and Models)的基本内容和前沿研究方向. 讨论了作为非线性、复杂性理论的重要领域之一, 多重分形理论所提供的“奇异性—广义自相似性—分形谱系”等概念和相关的模型. 这些新概念和模型不仅能够合理地描述成矿系统、成矿过程、成矿富集规律、矿产资源时空分布, 还提供了定量模拟和识别成矿异常(地质、地球物理、地球化学、遥感异常)的有效模型和实用方法. 将多重分形原理与成矿过程、矿产资源分布规律、矿产资源信息获取研究相结合, 可形成具有良好应用前景的现代成矿预测理论与模型. 采用该多重分形矿产资源预测理论和在此基础上所开发的专用地学非线性空间信息 GeoDAS GIS 技术, 对国内外多个金属成矿区带进行了矿产资源勘查与评价, 均取得了较理想的预测效果, 表明对开展矿产资源勘查和评价是有效和可行的.

关键词: 非线性矿床模型; 多重分形成矿预测; 广义自相似性理论; 奇异分析; 分形谱系; 金属矿产; GeoDAS GIS 技术; 矿产资源评价.

中图分类号: P628

文章编号: 1000-2383(2006)03-0337-12

收稿日期: 2006-03-08

Singularity-Generalized Self-Similarity-Fractal Spectrum (3S) Models

CHENG Qiu-ming^{1,2}

1. State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

2. Department of Earth and Space Science and Engineering, Department of Geography, York University, Toronto M3J1P3, Canada

Abstract: This paper introduces a new framework of mineral resource assessment according to the principle of multifractal modeling, particularly, Singularity, Generalized Self-Similarity and Fractal Spectrum (3S). It has been demonstrated that the concepts and models relevant to multifractal theory are useful not only for characterizing the fundamental properties of non-linearity of the mineralization processes, the singular distribution of mineral deposits and ore element concentrations in mineral districts, but also for singularity analysis and anomaly delineation. The theory can explain many properties of mineralization and spatial-temporal distribution spectra of mineral deposits such as mineral aggregation, singular distribution of element concentration, multifractal tonnage-grade model, fractal growth of minerals, and self-organized processes. Integrating multifractal principals, mineralization processes, distribution of mineral deposits, and resource assessment have resulted in an effective new approach for mapping mineral resources and modeling mineral targets. Together with the advanced GeoDAS GIS technology it serves as a novel principal methodology and technology for mineral resource assessment.

Key words: non-linear mineral deposit model; multifractal mineralization prediction; generalized self-similarity; singularity; fractal spectrum; metal mineral resources; GeoDAS GIS technology; mineral resource assessment.

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(No. 40525009).

作者简介: 成秋明(1960—), 男, 教授, 中国地质大学教育部长江学者特聘教授, 主要从事矿产普查与勘探、数学地质、地理信息系统、矿产资源评价的教学和研究. E-mail: qiuming@yorku.ca

0 引言

成矿预测与矿产资源评价学与矿床学、区域成矿学、矿产勘查学等既是密切联系而又有其相对独立的研究内容。成矿预测和矿产资源评价研究的最终目的是为识别和发现矿产资源和对矿产资源潜力做出综合评价。因此,研究内容既包括研究矿产资源的形成背景、形成环境、形成过程、分布规律,也包括在此基础上研究矿产资源的勘查与评价理论、方法及技术。可见,成矿预测和矿产资源评价学是综合性和交叉性较强的学科。它不仅涉及矿床学、成矿系统等理论,而且更强调对矿产资源时—空分布规律的认识和资源潜力的识别,对矿产资源信息的获取以及对矿产资源分布位置、产出机率、资源潜力评价等。先进的成矿模式、成矿系统和成矿环境的建立是开展成矿预测的前提,正确认识和刻画矿产资源的时—空分布规律、有效地获取矿产资源信息、合理地进行信息综合和建模是成功进行矿产预测的关键。因此,对成矿预测理论、方法、技术优劣性的评价应以实用性、可操作性和有效性为标准。

随着矿产资源找寻难度的不断增加与现代科学理论和方法技术的发展与渗透,成矿预测和矿产资源评价理论、方法和技术也得到了长足的发展。由于非线性物理学、统计学、空间统计学、计算机技术、空间信息学以及其他相关学科的渗透,矿产资源评价已由传统的定性评价发展为以模型定量评价;由传统的简单相似类比发展为以复杂地学综合数据的挖掘和融合为主的地学综合信息的利用;由对单一矿种的评价向多矿种的综合评价;由对矿床产出的定性评价发展为对不同规模矿产资源体(矿床、矿田、矿带等)的综合评价和统计性预测。矿产资源定量评价已经发展成为矿产勘查学的重要研究领域,也是目前国际矿床地质、数学地质、勘查地质、勘查地球化学、勘查地球物理、地学信息等地学领域中十分受关注的研究领域。近年来已有一系列矿产资源勘查评价新思路、理论、方法和技术相继问世并付诸实践,极大地丰富了矿产资源评价理论和提高了矿产资源勘查评价的效率与效果。这里仅举几个典型的例子:美国地调局推行了“三部曲”(three parts)矿产资源评价思路、俄罗斯开展的“预测普查组合”(ПРИК)法及系统勘查、加拿大发展了基于 GIS 环境下的资源潜力评价方法、中国学者开展了“三联式”成矿预测等等(赵鹏大等,2003;赵鹏大,2004)。

探讨以矿产资源勘查与评价为主要目的,以先进科学理论为基础,以现代方法技术为手段的现代成矿预测理论、方法、技术是当前地学研究的重要热点和迅速发展领域。

新的成矿理论、成矿预测理论和矿产资源勘查与评价理论和方法技术不仅是当代矿床学、区域成矿学、矿产勘查与评价的交叉研究核心,也是寻找未来矿产资源的必经之路。该领域的研究涉及到许多相关学科,既依赖相关理论的发展又与现代方法技术的进步密不可分,如板块理论的发展和引入为矿床学的研究带来了划时代进步,产生了大量与板块理论有关的新的成矿理论,并对矿产勘查起到了重要的指导作用。目前,地球系统科学理论、复杂性理论、非线性理论、地幔柱理论、水岩反应、生物作用等理论在地质学中的应用研究十分活跃,与矿床学和矿产资源研究的结合已经显示出重要的发展前景。现代相关技术的进步对矿床学和矿产勘查学研究起着重要的支撑作用,如微观分析测试技术的发展提供了更为精细的矿物微观结构、物理化学属性、同位素示踪信息等,无疑为矿床学的精细研究带来新的机会;现代地球探测手段和空间信息处理技术的发展将提供更快捷的数据获取和处理技术和更丰富、准确的矿产勘查信息,为宏观与微观信息结合和矿产勘查理论方法的创新奠定了基础。可以说,理论的引入、技术的应用、数据精度和信息获取水平的提高是开展矿产资源创新研究的必备基础。

非线性理论和复杂性理论被称为 21 世纪科学研究的核心领域。将非线性理论和复杂性理论和技术应用于成矿学和成矿动力学的研究已显示了良好的发展前景。国内外大量的研究成果表明,将现代非线性理论和复杂性理论应用于矿床学和矿产资源勘查和评价是地学前沿研究方向。作者近年来的研究也表明,将非线性理论特别是混沌理论、分形/多重分形理论、自组织理论、奇异性理论等引入矿床学和矿产资源勘查与评价对揭示矿床形成的复杂过程、成矿物质的富集规律、成矿信息的获取等均具有非常广阔的发展空间。开发非线性空间信息获取方法技术,将空间结构信息、尺度变化信息、各向异性信息、多元信息有机的结合,并应用于低缓、微弱、难识别矿产资源信息的获取,分解复合、叠加异常以及对成矿异常的时—空分布的综合评价是有效的。该领域的深入探讨对突破制约理论——信息找矿的重大科学问题具有十分重要的前景。

分形理论是近年来迅速兴起的非线性理论分支,它的发展与其他许多非线性理论学科有关。自Mandelbrot(1972)提出分形理论的概念以来,分形理论对自然科学的许多领域均产生了重要的影响(Falconer, 2004; Giles, 2004),近几年来仅在Science和Nature杂志上发表有关文章达300多篇。非线性模型在地学中得到了广泛的应用,仅仅在过去的20年中发表的论文就超过上万篇(ISI检索)。本文将介绍作者在开展非线性理论、复杂性理论以及矿产资源综合研究基础上所形成的“奇异性—广义自相似—分形谱系”为主要内容的多重分形成矿预测新理论、方法和技术体系,内容包括研究矿床形成机理、成矿元素富集和聚集规律、矿物形成、矿产分布、矿产资源信息获取、矿产资源评价等。以下将详细介绍该项工作的主要内容。

1 非线性矿产资源定量评价理论与模型提出的背景

由于成矿预测和矿产资源评价与成矿学、矿产勘查学以及勘查技术等密切相关,新的成矿预测和矿产资源评价思路、理论、方法、技术的发展必须通过多学科交叉和融合得以实现,单一的矿产资源评价方法和技术不可能达到很好的预测与评价效果。应该将矿产资源的形成背景、形成环境、形成过程、分布规律的基础研究与在此基础上开展的矿产资源勘查与评价方法及技术有机结合。

信息获取是开展矿产资源预测与评价的关键。然而,由于埋深、覆盖等屏蔽作用和其他各种因素,可以造成成矿信息低缓、微弱、难识别,同样由于复合、叠加成矿作用可以造成成矿信息的叠加与混合。因此,对成矿异常识别和分解一直是开展成矿预测和矿产资源评价的重大难题。信息获取已经成为矿产资源勘查与评价的重要研究方向。非线性理论方法如混沌理论、分形/多重分形理论、奇异性理论、自组织理论等对研究复杂成矿系统与复杂数据处理和信息获取均具有良好的指导意义。随着非线性理论、方法、技术在地学中的应用,地质学家也越来越认识到:基于完全决定论和纯粹的随机论所建立的数学—物理模型都不能反映大多数地质演化的本质,许多地质现象在本质上是非线性的、具有奇异性,如地震、滑坡、成矿、污染过程等(成秋明, 2003a,

2004a)。这些过程均发生在相对较小的空间和时间间隔内,往往有大量的能量释放或物质的富集与聚集。对这些现象的定量模拟和描述往往需要非线性理论和方法技术。用传统的统计方法或确定性的动力学方法是不能奏效的。已有许多应用非线性理论方法解决复杂地质问题的成功实例。成矿系统的时空分布往往决定了所形成的矿床和矿产资源的时空分布规律。将成矿过程看作具有自组织结构是矿床学研究的重要发展,它将改变人们对大型和特大型矿床形成条件的认识。於崇文(1999, 2002)在成矿复杂性、成矿动力学方面进行了创新性探索,提出了混沌边缘成矿的复杂模式,将成矿系统的研究提升到复杂系统的高度。赵鹏大(1998)将地质异常与致矿效应相结合为研究矿产的形成环境和赋存条件提供了新的研究思路。这些开拓性工作代表了将非线性和复杂性理论和技术应用于矿产勘查和矿产资源评价的新领域(Agterberg, 2001)。

目前非线性理论在矿产资源研究中的应用主要集中在对矿物形成和生长、矿物岩石结构、矿床和矿体特征等描述、成矿动力学模拟、矿产资源分布模拟、元素富集和聚散规律、矿产资源信息获取等方面。在深入研究非线性理论及矿产勘查与矿产资源评价中应用,特别是将分形/多重分形理论、混沌理论、自组织理论、奇异性理论、空间统计理论、空间信息技术引入揭示矿床形成的复杂过程、成矿物质的富集规律、成矿信息的非线性提取的基础上,本文作者提出了奇异性、广义自相似性、分形谱系的分析原理与非线性深层次矿产资源信息提取技术,初步形成了“3S”非线性矿产资源定量预测理论(成秋明, 2003a; Cheng, 2005a, 2005b, 2005c)。这里的“3S”是非线性理论中3个概念术语的英文首字母: singularity-similarity-spectrum, 意即奇异性—广义自相似性—分形谱系。

2 多重分形理论和概念

为了说明本文介绍的非线性矿产资源定量预测理论,首先介绍多重分形的基本理论和相关的研究内容。多重分形是近年来迅速发展起来的非线性理论分支,与传统的数学、物理所不同的是:多重分形理论不仅能够描述时—空模式的统计分布规律,如正态分布、对数正态分布、帕托分布等,而且可以刻画奇异性物理过程,如多重叠加过程(multiplicative

cascade processes)、耗散过程(diffusion limited)、自组织过程(self-organization)、布朗运动(Brownian motion)、马尔柯夫过程(Markov processes)等,以及描述这些物理过程所产生的随机结果。多重分形是一门非线性数学—物理学科,它的核心内容涉及以下几个主要方面:(1)非线性物理过程;(2)奇异性;(3)广义自相似性;(4)分形谱系。此外,研究还表明,多重分形理论与许多其他相关学科的内容有关,而且应用多重分形理论模型能够有效地解决许多疑难问题,比如,多重分形所涉及的多阶矩统计量能够很好地解释为何普通统计分析方法往往要求数据满足平稳性等条件,而不能很好地处理奇异性数据(Cheng and Agterberg, 1996; Cheng, 1997a, 1997b, 1999a, 1999b, 1999c)。

2.1 非线性多重叠加过程与多重分形模型

多重叠加过程(multiplicative cascade processes)被许多作者用于解释和说明可产生连续型多重分形的简单物理过程(Feder, 1988; Cheng, 1997a, 2005a, 2005b)。如果将成矿过程的叠加效应采用多重叠加过程理论来描述,可以认为成矿作用发生在某一有限区域中,称为单位成矿域,进一步假设在该成矿域中曾发生过一系列的热液成矿作用或热液成矿阶段,不同成矿作用往往具有空间自相似性,如已矿化地段较易再次发生矿化,表现为矿化的继承性,并导致该成矿域内小范围成矿元素的富集,而大部分区域成矿元素贫化或者没有显著变化,如局部地区元素高度富集便成为可供工业开采利用的矿体。如果将矿化强度与矿化范围的乘积看作近似常数(复杂情况下也可看作满足一定函数关系),这样,多次矿化作用的结果就可用多重叠加过程来描述。将成矿域中的成矿元素密度记为 $\rho(\epsilon, X)$, X 代表位置向量, ϵ 代表成矿域中在 X 位置上的某一小邻域的线性半径。矿化过程中,局部范围内元素的密度将随矿化强度的提高而富集,富集范围相应缩小,而在其他范围内元素的密度或许贫化或不变,这样的密度变化规律可以采用以下方程来描述: $\rho(\epsilon_n, X) = \lambda(X)\rho(\epsilon_{n-1}, X)$, $\epsilon_n = \beta(X)\epsilon_{n-1}$, 这里 $\rho(\epsilon_{n-1}, X)$ 表示前次矿化作用下元素的密度分布, $\lambda(X)$ 是富集系数, $\beta(X)$ 是矿化范围变化率。将这两方程联合可得到关系 $(\partial\rho)/(\partial\epsilon) = [\log(\lambda)/\log(\beta)]\rho/\epsilon$, 其中系数 $\log(\lambda)/\log(\beta)$ 可以看作在 X 位置上的矿化富集系数。以上多次成矿将会造成单位区域中元素分布的不均匀性,如在有的成矿位置上,元素将显著富集或

贫化,而在大多数其他位置上元素的分布密度不发生太大变化。元素的分布密度与矿化范围的大小(小长方形的个数)呈幂率关系(power-law): $\rho(\epsilon_n) = c\epsilon_n^{\alpha-2}$, 这里 c 是常数, α 称为奇异指数。奇异指数的数值大小反映了该位置上的局部成矿奇异性程度和矿化富集强度。具有不同奇异度的区域,元素密度—面积的变化规律是不同的,如具有给定奇异度 α 的小长方形的个数($N_\alpha(\epsilon_n)$)与长方形的大小呈幂率关系: $N_\alpha(\epsilon_n) = c\epsilon_n^{-f(\alpha)}$, 其中 $f(\alpha)$ 称为该区域(奇异度为 α)的分形维数。对整个区域而言,采用不同奇异度所划分的子区域将形成多个镶嵌的分形集合,这些集合所对应的分形维数的整体($f(\alpha)$)称为分形维数谱系。这种空间镶嵌的分形集合称为“多重分形”。以下将详细讨论该多重分形模型的有关原理、模型和应用。

2.2 局部奇异性原理与成矿富集规律(local singularity principle and regularity of element enrichment)

从多重叠加过程可以看出,在成矿域中的任何位置上,元素的密度与分布范围大小将具有幂率分布关系,该关系具有以下性质:(1)当奇异性指数 α 接近2时,该地段为正常的未受到成矿作用太大影响的地段,这时元素密度基本不随分布范围的缩小而变化;(2)当奇异性指数 $\alpha < 2$ 时,该地段受到成矿作用而造成元素富集,这时元素密度随分布范围的缩小而增大;(3)当奇异性指数 $\alpha > 2$ 时,该地段受到成矿作用而造成元素贫化,这时元素密度随分布范围的缩小而减小。

对于奇异性指数 $\alpha < 2$ 的地段,尤其是奇异性较强($\alpha \ll 2$)的地段,随着矿化强度的增强将造成元素显著富集,比如矿石中元素含量可从正常岩石背景值含量(低于ppb级的丰度)富集达到品位含量(ppm级或百分比级),富集高达1000倍到上百万倍。以下将介绍奇异性指数与矿化系数的关系(Cheng, 2003b)。

2.2.1 奇异性定义与成矿的关系(singularity and mineralization)

为了采用奇异性原理研究一般的奇异性地质过程,作者给出如下的奇异过程和奇异性定义:将在很小的时间—空间范围内具有巨大能量释放或巨量物质形成的现象称之为具有奇异性(Cheng, 2004b, 2006)。成矿作用可以认为是一种特殊的奇异事件,它通常引起成矿物质的巨量堆积和元素高度富集,因而造成有用元素在地质体中的奇异性分布。奇异性概念在不同领域中有着不同的

内涵,在物理学中奇异性往往是指特殊的“奇异点”,在这种“奇异点”上能量释放是无限的(Lovejoy *et al.*, 1987),如空间科学中的黑洞事件(black hole).而在数学上,这样的奇异点往往对应函数的不连续、积分和级数不收敛、函数不可微、函数无限等特殊性质.采用本文给出的定义,成矿、地震、滑坡、洪水等地质过程都可看成奇异性地质过程,可见奇异性现象在自然界是非常普遍的.

对成矿过程中元素的非线性富集、聚集及品位—吨位的奇异性分布的新认识是随着近年来分形数学、物理新理论的突破而产生的.从地质异常理论(geological anomaly)(赵鹏大,1998)出发,人们认识到,成矿作用往往可以看作某种地质异常.地质异常可定义为在成分、结构、构造或成因次序上与周围环境有着明显差异的地质体或地质体组合.地质异常不仅表现在物质成分、结构构造和成因次序上与周围环境不同,而且还往往表现在地球物理场、地球化学场及遥感影像异常等方面的差异.由于奇异性的存在往往使许多数理方法不能有效地被应用于奇异性数据的处理.奇异性数据往往不满足平稳性,通常的时间序列分析和统计方法不能有效地用于奇异性数据处理.此外,奇异性事件往往发生在相对较短时—空间隔中,这也是造成奇异性研究较困难的原因之一.然而,非线性理论和复杂性理论的最新研究表明,奇异性通常具有尺度不变性特征,而且所产生的现象往往满足分形或多重分形分布,比如自组织临界过程往往产生“崩塌”分形结果(Bak, 1996).典型的自组织临界过程包括砂堆试验,该过程所产生的“崩塌”的规模和频率满足分形分布.其他事件包括滑坡事件往往造成滑坡大小和频率之间的幂率关系(分形分布),地震作为自组织临界过程可造成地震规模与频率的幂率关系(分形分布)(Turcotte, 2002).研究这些过程的奇异性有助于判断何时(时间奇异性)、何地(空间奇异性)发生奇异性事件(Cheng, 1997a, 1999a).在漫长的地质岁月中成矿作用也可看作为自组织临界过程产生的奇异性事件,其结果所产生的“崩塌”—矿床或矿化异常的规模和频率也会服从分形或多重分形分布规律.成矿作用发生在特定的地质环境、地质时期,与特定的地质事件相伴,它与沉积过程、构造与岩浆活动等正常的地质过程相比,成矿富集所涉及的地质时间往往相对较短,空间分布往往是局限的.利用局部奇异性分析能对人们所感兴趣的局部时—空范围进

行聚焦分析,采用局部奇异性指数 α 来定量表征异常区与其周边的异常状态. Turcotte(2002)采用了岩浆结晶分异成矿作用原理,建立了成矿过程中矿石量与金属量沉积速度与密度的一阶线性微分方程, $\phi'/\phi = \lambda\phi'/\phi$ (ϕ 为矿石量, ϕ 为金属量, λ 为成矿系数),并由此得到了矿床品位—吨位分形模型.本文作者进一步将该模型进行了推广并获得了适用于更复杂的热液成矿系统的多重分形模型(成秋明, 2003a; Cheng, 2005a), $\phi'/\phi = \lambda\phi'/\phi$ (ϕ 为脉石矿物, ϕ 为矿石矿物, λ 为成矿系数).该模型与 Turcotte 的模型所不同之处包括:(1)成矿系数 λ 不再为常数,而是随成矿空间而变化的系数;(2)方程中不再是关于整个矿石量和金属量之间的关系,而是矿石中在成矿过程中所形成的脉石矿物与矿石矿物之间的关系.由此,得到了关于奇异性指数与成矿系数之间的关系.结果表明,多重分形模型中奇异性指数不仅反映了元素在成矿过程中的富集与贫化的规律,同时与成矿系数具有直接的关系.

2.2.2 奇异性的特征与性质(property of local singularity) 了解和刻画奇异性的各向异性结构、自相似性和尺度独立性以及频率分布规律等对于认识和识别奇异性规律是必要的.奇异性可呈多种表现形式,如与元素密度分布、构造密度分布、岩性组合相关的奇异性等.由于受到诸多因素的影响,如构造应力的异向性、控矿围岩的不均匀性、成矿流体的流动方向以及浓度分带性、不对称性等因素,成矿过程中所产生的奇异性结果呈异向性是普遍的.度量异向性是地球物理等学科中的重要研究内容,已有许多关于度量空间变化性和统计性异向性等研究成果,比如采用空间半变异函数模型来度量和刻画空间相关性的异向性(Herzfeld, 1999). Lovejoy and Sherzter 曾经提出了采用傅立叶能谱分析方法来研究多重分形分布的异向性,他们采用旋转、拉伸等不均匀变换来刻画模式的异向性和尺度独立性,形成了线性广义尺度独立性变换理论和模型,并采用该模型对多种奇异性分布模式,如云层、海冰、航磁场、降雨分布等的异向性进行了模拟.这些工作均是从全局出发研究统计性异向性,然而对于局部奇异性的异向性的研究还相对较弱,本文作者与研究生探讨了局部奇异性的异向性,在 GeoDAS GIS 软件中实现了各向异性奇异指数的计算方法(Cheng, 2000),进一步的工作仍然在进行中(Chen *et al.*, 2005).

奇异指数的分布常常具有广义自相似性,更多关于广义自相似性原理将在下面的章节中详细介绍. 奇异性分布谱系的研究是奇异性的重要研究内容. 这方面的内容将在以下专门讨论.

研究表明,局部奇异性原理比较适合对矿床空间分布的集散性、异向性、尺度独立性、自相似性、分布谱系等特征的刻画. 局部奇异性分析方法可作为有效的非线性“求异”理论和方法技术,已经成为深层次信息提取、重要矿产资源勘查和评价的非传统手段和有效方法(成秋明,2003a).

2.2.3 成矿过程中矿物生长与元素的富集规律 (minerals growths and element concentration enrichment)

成矿过程中矿物形成和分形生长、元素富集、聚集规律是非线性理论应用非常成功的领域(Feder, 1988). 分形理论(fractals)、自组织理论(self-organization)、元泡自动机(cellar automaton)、耗散结构(diffusion limit)等非线性理论方法的引入改变了传统的纯确定性或纯随机性物理化学模型(Fowler and L'Heureux, 1996; Chacron and L'Heureux, 1999; Shore and Fowler, 1999; L'Heureux and Fowler, 2000),为矿物学的研究提供了强有力的定量模拟工具. 如 L'Heureux and Fowler(2000)的工作,从非线性动力学系统角度研究了密西西比型铅锌矿矿物形成的非线性分形生长过程,为解释成矿流体与碳酸岩交代成矿机理提供了实验和理论支撑,该领域的研究仍然十分活跃. 元素在矿物中和矿物表面的分布不仅对研究矿产资源的属性,而且对研究矿床成因、矿化富集和赋存规律均有十分重要的意义. 非线性理论和模型为该领域的研究提供了有效的方法技术. 作为 Mandelbrot 著作中重要分形模型之一的“面积与周长($P-A$)分形模型”和“岛湖方法”: $P=CA^{D/2}$, D 被视为周长的分形维数. 著名地球物理学家加拿大 McGill 大学物理系教授 Lovejoy(1982)发表了具有重要影响的云彩面积与周长分形模型,之后该模型被广泛用于各种断面的粗糙度等研究,成为度量复杂断面的标准分形模型. 据 GeoRef 查询,该模型至少被引用过几千次. 然而很多作者在申请该模型时发现其计算结果常常与模拟结果有偏差(Schertzer and Lovejoy, 1991),对该模型的可靠性产生了怀疑,从而直接影响了该模型的应用. Cheng(1995)给出了新的模型: $P=CA^{2D_p/D_A}$, 该模型回答了以上的疑问,根据该新的模型,只有在面积为非分形集合($D_A=2$)的情况

下 Mandelbrot 提出的经典模型才成立,也即经典模型仅仅是新模型的特例. 许多复杂断面和介质的研究需要应用新的模型,如该模型被用于研究 Carlin 型金矿不同成矿温度下矿物表面微量元素的分布规律(Zhang *et al.*, 2001). 结果表明:Carlin 金矿矿石中微量元素分形特征与成矿温度有关;该模型还应用于刻画在构造活动与矿物岩石变形变质过程中矿物的不规则形变规律(Wang and Cheng, 2006);还用于加拿大 BC 省北部斑岩型铜、金矿的地球化学异常识别与圈定(Cheng, 1994; Cheng *et al.*, 1994a, b).

2.3 广义自相似性理论 (generalized self-similarity theory)

2.3.1 广义自相似性与多样性 (generalized self-similarity and diversity)

长期以来,人们更多关注“成矿专属性”问题,由此建立矿床模型,进行“相似类比”,在相似的地质成矿环境中发现相似的矿床,这实质上是一种就矿找矿思想. 然而,成矿专属性只是成矿多样性(diversity of mineralization)的一种特例或一种表现形式,成矿多样性则具有更普遍和更基本的意义(赵鹏大,2004). 多样性是复杂系统中客观事物外在表现的基本特征,它是系统内部各种因素自身演化与外部环境相影响相结合的结果. 从成矿多样性的理论出发,许多面貌各异的矿床有可能来自同一“根源”,它们构成了矿床成矿谱系中的不同分子. 例如,对于同一成矿系统,赋矿环境等因素的差异,在不同环境中可能造成成矿物质不同程度的富集和贫化,在少数地段可能形成工业矿体或矿床,这些差异不仅表现为矿化强度的不同,也可能表现为元素组合的差异或者矿体空间形态的变异等,可见,成矿多样性是普遍的. 然而,由于这些差异性属同一成矿系统的变异,因此它们具有内在的相似性或一致性. 只有从成矿谱系的角度才能找出它们的内在联系和分布规律. 如果只研究个体而不研究群体,那是片面的、不完整的.

“广义自相似性”是指内在的一致性和外在的(形式)的多样性(成秋明,2003a). “广义自相似”、“相似”、“广义相似”是非线性理论领域过去十几年来的重要发展之一,也是目前该领域中的研究热点之一. 广义自相似性的概念能够描述那些既具有外在多样性又具有内在相似性的自然现象,这样的自然现象在我们的周围是很常见的(成秋明,2003a). 比如人类遗传就具有表现形式上的多样性和内在的

相似性,同一家族不同祖代的成员在许多方面会具有一定程度的多样性,包括智力水平、爱好习惯、身高、体重等。然而他们均受相同遗传基因的制约,即具有内在的相似性或一致性。同样,矿床的形成和矿床分布也同样具有多样性及内在的相似性。广义自相似性既可以表现在时间域、也可在空间域、还可以在时—空域等。广义自相似性是成矿多样性和矿床谱系的有机结合,构成了多样性和谱系研究的重要内容。

如何度量和刻画广义自相似是目前多重分形领域中的重要研究方向之一,在不同“基因映射”空间中研究矿产资源信息和成矿奇异性模式,对于揭示成矿模式和矿产资源的本质规律是有益的。较为普遍应用的是傅立叶频率空间。在该空间中时—空复杂模式可以表示为具有不同波长的信号组合,空间模式可由不同波长的能谱密度和相位信息完全确定,因而,波长与能谱分布构成了度量时—空模式变化的主要指标,并可度量空间模式的内在规律。基于以上原理,人们先后提出了频率域分析方法,如 Schertzer and Lovejoy(1991)研究了频率域广义尺度独立性模拟技术(SIG),并对大量的空间遥感图像进行了处理,研究了云层、海冰、降雨等过程的广义自相似性规律。本文作者的研究提出了傅立叶频率空间中度量异向性的空间—频率综合方法(S-A模型)(Cheng *et al.*, 1999; Cheng, 2004)。该模型不仅可以度量时—空复杂模式的广义自相似性,而且可以形成基于不同广义自相似性的频率滤波器,利用这些频率滤波器可以将空间模式进行分解以达到对异常和背景模式的分离目的。这一成果已经成为标准的复杂异常分解方法和模型,并得到了广泛的应用(Cheng *et al.*, 1999)。同样的思想在其他空间也得到了推广,如在特征空间中推出了 MSVD 方法(李庆谋和成秋明,2004; Cheng, 2005a),瓦尔斯空间中得到了 W-A 方法(李庆谋和成秋明,2006)。作者从理论上证明了多重分形模式在特征空间中仍然具有多重分形规律(Cheng, 2005a),该成果为在特征空间中研究复杂空间模式的广义自相似性提供了重要的理论基础。大量研究成果表明,空间模式可以在许多“基因映射”空间中进行研究,这些空间中复杂多变的空间模式可以由一定的“基因映射”谱系来描述,这些奇异谱系往往服从分形分布,即具有自相似性。采用谱分析方法可以定量研究奇异性的广义自相似性规律。

2.3.2 广义自相似性与复合成矿系统 (generalized self-similarity and mixing mineralization systems)

从广义自相似原理出发,不同地质过程所导致的时—空模式往往具有不同广义自相似性。复合和叠加系统是金属成矿作用的普遍特征,尤其是在多个构造单元复合、交叉的成矿地段,成矿的叠加作用、复合作用、混合作用等是普遍存在的。我国地处特殊的大地构造环境,成矿地质条件复杂,已发现的大部分内生金属矿床属复合、叠加型,以伴生矿石类型为主,这无疑给成矿信息的识别和找矿带来一定难度。研究复合系统的结构、混合效应是解释成矿规律的重要途径。非线性理论在混合系统研究中发挥着不可取代的作用。Ottino *et al.* (1992)在 Nature 杂志上发表了关于混合系统的研究成果,探讨了混合系统的有序与无序性、混沌对称性、自组织规律;Fowler(1994),Ortoleva(1994)研究了铅锌矿床 2 种系统(富铅锌和富铁)与碳酸岩交代复合成矿过程,该系统往往形成铅锌与铁的富集分带现象。成矿复合、叠加、改造等作用往往造成成矿信息的复杂性和信息获取的难度。如何采用有效方法区分叠加异常是找矿勘探中的重大难题。本文作者在研究非线性系统理论和多重分形理论的基础上,先后提出了利用广义自相似原理分解混合系统的理论和系列方法。这些方法(C-A、S-A 等)已被广泛用于地球化学和地球物理异常的分解和识别。实践表明,矿化过程所产生的成矿异常场与背景场往往在“基因映射”空间中具有不同的自相似性规律,异常场往往呈分形和多重分形分布。

2.4 分形谱系与矿床预测 (fractal spectrum pattern and mineral deposit prediction)

矿床谱系 (spectrum of mineral deposits) 理论(赵鹏大,2003)把矿床纳入时、空及其成因演化系统中考察,研究成矿及其多样性特征所表现出的某些规律性序列。成矿的规律性序列可以表现在成因、规模、成分、数量、质量以及它们的组合上,但最基本的是表现在成矿时间和空间上的“有序性”和“成套性”(赵鹏大,2003)。矿床谱系的研究不仅是矿床学研究的重要内容,也是矿产资源勘查必不可少的研究内容。

从成矿作用过程中元素富集的时—空奇异性分布以及尺度独立性、广义自相似性、异向性等方面可以定量描述矿床的时—空谱系。通过识别矿床的时—空谱系不仅有助于对已发现矿床的模拟,而且有利于对未发现矿床的预测。本文作者曾给出了一

系列度量成矿谱系的非线性谱分析模型和方法(成秋明, 2003a), 这里将介绍其中的部分方法和模型。

2.4.1 矿化强度一范围、矿床的规模一个数分形谱系 多重分形谱理论改变了长期以来在地质领域中占统治地位的正态和对数正态分布, 研究发现, 成矿异常区和背景区岩石中成矿元素的密度含量服从不同的统计分布类型: 前者服从分形分布, 而后者往往服从正态或对数正态分布(Cheng *et al.*, 1994a, b)。该成果为采用分形理论和模型进行地质异常(包括地球化学、地球物理异常等)的分解提供了成功的范例。

成矿异常的强度与空间范围关系反映了成矿的基本统计规律。多重分形模型显示, 地球化学元素的奇异性指数的空间分布可由分形维数函数($f(\alpha)$)来刻画: 奇异强度越大的地段($\alpha < 2$)在成矿域中的分布越局限: (1) 如分形维数远远小于 1 ($f(\alpha) \ll 1$) 的异常的空间分布接近点状; (2) 如分布维数接近于 1 ($f(\alpha) \approx 1$) 的异常的空间分布将呈线状; (3) 如分布维数接近于 2 ($f(\alpha) \approx 2$) 的异常的分布将接近面状。由于背景区域(奇异性指数 $\alpha \approx 2$)的维数接近 2, 而异常区(奇异性指数 $\alpha \neq 2$)的维数小于 2, 异常区的分布往往呈不规则点状、串珠状、线状以及点—线—面复合和过渡型分布等非均匀性空间分布, 这与人们通常将矿床(点)的空间分布或者地球化学异常的空间分布描述为点状分布、串珠状分布、面状分布等是一致的。实质上这些分布只是对应不同的分形维数。分形维数可以定量刻画异常的空间分布模式, 反映了异常的空间覆盖率和几何属性。类似地, 对矿床的规模和个数也可以建立分形关系(Agterberg, 1995; Cheng, 2003b)。将成矿作为特殊的自组织临界过程, 矿床作为“崩塌”事件的产物, 那么矿床的规模与频率呈分形分布就是不奇怪的。

2.4.2 矿化强度及矿床的空间聚散性分布谱系 矿床尤其对于热液型矿床的空间分布呈现聚类性(clustering)是很普遍的。多重叠加模型表明, 奇异性较大的地段周围往往环绕着奇异性较弱地段, 奇异性特强的地段往往呈聚集中心分布, 其分布维数远远小于面积维数 2。随着远离奇异中心奇异强度呈降低趋势, 奇异中心的大小、形态、结构、变化等特征与成矿作用的异向性、介质的均匀性等因素有关。奇异中心可呈对称形状、非对称形状, 其变化性可采用广义自相似原理来描述。通过广义自相似原理可以度量奇异强度分布的形式多样性和本质相似性(Cheng and Agterberg, 1996; Cheng, 1997a,

2003b)。通常人们将矿床空间分布看作满足泊松(Poisson)随机分布, 然而, 从多重分形理论出发可以证明空间多重分形点过程服从分形聚类分布(Cheng, 2003b; Cheng *et al.*, 1994a, b)。该结论对于矿床统计预测理论和模型的应用是有影响的, 通常采用的矿床统计预测的概率模型假设矿床的空间分布满足泊松分布, 因此同样大小的面积单元中出现矿床的概率的均值是存在的, 否则, 如果服从分形分布, 矿床统计预测的概率模型必须同时考虑矿床分布的分形聚散性(Cheng, 1997a)。

2.4.3 矿床在“基因映射”空间中分布谱系 从物理学中人们知道时间序列的概念, 时间序列分析的重要贡献是谱分析理论。根据谱分析理论, 对于任何 2D 分布的模式, 如矿化强度(奇异指数)分布, 可以表达为不同波长的有序共扼波之和。换句话说, 一幅 2D 图幅可以分解成有序的简单图幅之和。将地球物理和地球化学空间场转化到另外的特征映射空间(比如傅立叶空间、特征向量空间等)进行研究, 可大大简化许多复杂的卷积运算, 有利于刻画地球物理和地球化学场的内在相似性。比如 Cheng *et al.* (1999) 所提出的 S-A 模型能够在傅立叶能谱空间中度量物化异常所对应的各向异性的广义自相似性, 并能通过识别不同的广义自相似性将能谱的分布分解成不同的滤波器, 进而利用反傅立叶变换对物化异常和背景进行分解。这样所圈定的物化异常不仅可以具有形式的多样性(比如, 异常强度、大小范围、不同背景等), 而且在频率域中具有与背景场表现不同的自相似性。这种自相似性可以由以下幂率模型所刻画(Cheng, 2003b), $A(\geq S) \propto S^{-\beta}$, 其中 S 是能谱密度, $A(\geq S)$ 是在能谱密度空间上超出 S 的面积, β 为分形模型的指数。不论物化探异常的程度高低、形态大小以及所处背景的不同, 如果它们具有内在的相似性, 在能谱密度空间中就可能呈现广义自相似性, 而且与背景场所表现的自相似性是不同的, 这种差异可由不同的 S-A 模型形成不同的滤波器, 结合傅立叶变换可将物化探异常与背景进行分解。除傅立叶空间外, 还有许多映射空间可以用于研究时空模式的广义自相似性, 如特征空间、小波空间、瓦尔斯空间等。如果将 2D 图像看作矩阵, 可以将它表示为特征值和特征向量的序列(李庆谋和成秋明, 2004)。不同大小的特征值的分布即可看作为能谱强度。研究表明多重分布空间模式在特征空间中仍然呈多重分形分布, 其特征值和特征向量均

服从多重分布,其较大的特征值服从分形分布 (Cheng, 2005a). 在其他映射空间中建立多重分形模型和度量广义自相似性模型是值得进一步研究的,通过建立广义自相似模型和利用映射空间的良好性质,可以形成有效的分形谱系模型和异常分解方法.

2.4.4 矿床品位—吨位分形与多重分形模型 (grade-tonnage fractal and multifractal models of mineral deposits)

建立矿床品位—吨位模型不仅是对同类矿床和矿床谱系的度量,而且是矿产资源潜力评价、矿产资源分类、矿产资源预测的基础. 对那些主要受提取技术、开采经济环境和能源消耗价格影响的低品位高吨位矿产资源而言,降低可选品位会大大增加资源量,而对于其他类型矿产资源来说,由于元素赋存状态的原因,其品位—吨位模型中常出现多峰分布,降低品位要求并不一定意味着矿产资源的显著增加. 元素的赋存状态对于矿产资源的开采利用具有直接的影响. 比如对于有些元素来说,元素浓度超过形成矿物的临界点反而只会以微量元素的形式赋存于其他造岩矿物中. 对这种有用组分的提取和利用,只有溶解整个造岩矿物. 从成矿过程中元素富集和聚集规律以及造成品位—吨位分布的研究来看,正态分布和对数正态分布一直是占据统治地位的分布类型. 然而,近年来非线性理论的发展提出了分形和多重分形分布 (Mandelbrot, 1982). 本文作者在研究地球化学元素的密度和分布面积的关系中,得到了成矿异常范围内成矿元素分布与背景元素服从不同的统计分布:前者服从分形分布,而后者服从对数正态的分布,进而提出了 C-A 异常分解模型 (Cheng *et al.*, 1994a, b). 在该模型的基础上,Agterberg (1995) 进一步证明了大型和特大型矿床与小型矿床和矿点可能服从不同统计分布,前者服从分形分布. Turcotte (2002) 利用岩浆结晶分异成矿作用原理,从非线性方程出发得到了品位—吨位分形模型. 该成果被进一步推广为适用于热液成矿系统的多重分形模型 (成秋明, 2003a; Cheng, 2005a). 该模型不仅刻画了成矿过程中的元素富集、聚集以及矿体形成的非线性规律,而且可以模拟矿床吨位—品位分形规律、矿床的空间聚散分布规律等矿床形成和分布的基本规律.

2.4.5 矿床空间分布后验概率与矿床预测 从随机多重叠加模型可以看出,奇异性空间分布是随机多重叠加过程的结果. 同样,矿床可以看作为自组织

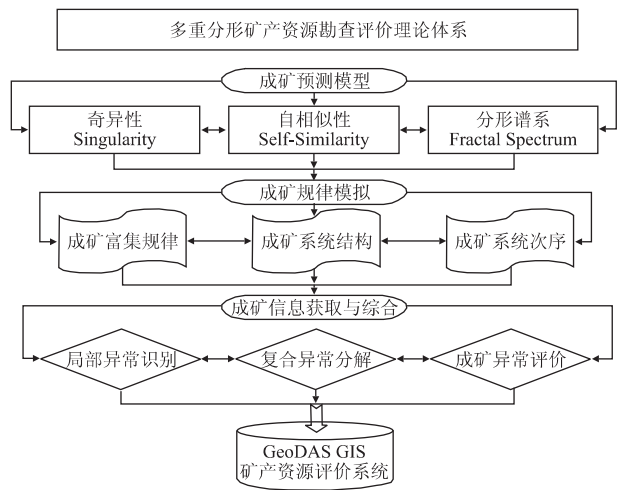


图 1 多重分形“3S”非线性矿产资源定量预测理论体系框架
Fig. 1 Framework of the multifractal “3S” non-linear mineral resource assessment theory

临界过程的“崩塌”结果,其空间就位可看作是热液混沌过程中的空间吸引子. 因此,对矿床的空间分布可以采用概率理论进行描述,这是矿床统计预测的理论基础. 对成矿域中单位面积区域中所能产出矿床的先验概率可表示为 $P[D]$, $0 \leq P[D] \leq 1$,当然先验概率与度量的单位面积大小是有关的. 如果考虑到控制矿床分布的地质因素,那么可以建立控矿因素与矿床空间分布的后验概率模型, $P[D|A, B, C, \dots]$, 这里 P 是在与矿床空间分布有关的 A, B, C 等证据层 (或信息层) 存在的条件下单位面积中包含矿床的后验概率. 这种后验概率反映了矿床空间分布的有序性,可以看作是矿床的一种空间谱系. 对这种谱系的标度和制图将起到对矿床的定位预测作用,这就是通常人们所熟悉的矿床统计预测的基本模型. 比如,可以采用证据权模型、模糊证据权模型、逻辑回归模型、人工神经网络等数学方法计算矿床空间分布的后验概率分布 (Bonham-Carter, 1994; Cheng and Agterberg, 1996; Cheng, 1997a, 2004b; 成秋明, 2004a).

3 结论

多重分形理论不仅仅是简单的数学概念,而是能够深刻刻画奇异性地质过程以及所产生的奇异结果的数理概念. 它涉及到许多有用的概念、模型、方法. 这些性质较全面地描述了成矿系统的结构性、奇异性、尺度独立性、有序性、自相似性、聚散性、异向

性、自组织性、随机性、临界性等特征。这些性质可概括为 3 个主要方面:局部奇异性原理——用于定量表征成矿物质时空奇异性富集和聚集规律;广义自相似性理论——可定量表征成矿的外在多样性和内在相似性;多重分形谱——可定量描述成矿的发生、演变和结果的时空有序性和矿床预测。该理论体系可用图 1 来表达。“3S”成矿预测理论和技术能够较好地将矿床特征研究、矿床预测、矿产资源信息获取有机的联系在一起,具有可操作性和实用性。

References

- Agterberg, F. P., 1995. Power-law versus lognormal model in mineral exploration. In: Mitri, H. S., ed., Computer applications in the mineral industry. Proceedings of the Third Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, 17—26.
- Agterberg, F. P., 2001. Multifractal simulation of geochemical map patterns. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 26(2): 142—151 (in Chinese with English abstract).
- Bak, P., 1996. How nature works. Springer-Verlag, New York.
- Bonham-Carter, G. F., 1994. Geographic information system for geosciences: Modelling with GIS. Pergamon Press, Oxford, 1—398.
- Chacron, M., L'Heureux, I., 1999. A new model of periodic precipitation incorporating nucleation, growth and ripening. *Physics Letters A*, 263: 70—77.
- Chen, Z., Cheng, Q., Chen, J., 2005. Significance of fractal measure in local singularity analysis of multifractal model. In: Cheng, Q. M., Bonham-Carter, G., eds., Proceedings of IAMG'05: GIS and Spatial Analysis, 1: 475—480.
- Cheng, Q. M., 1994. Multifractal modeling and spatial analysis with GIS: Gold potential estimation in the Mitchell-Sulphurets area, northwestern British Columbia (Dissertation). Univ. Ottawa, Ottawa, 268.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., 1996. Comparison between two types of multifractal modeling. *Mathematical Geology*, 28(8): 1001—1016.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Ballantyne, S. B., 1994a. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods. *Journal of Exploration Geochemistry*, 51(2): 109—130.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Bonham-Carter, G. F., 1994b. Fractal pattern integration for mineral potential mapping. Proceedings IAMG'94, MontTremblant, Quebec., Oct., 74—80.
- Cheng, Q. M., Xu, Y., Grunsky, E., 1999. Integrated spatial and spectrum analysis for geochemical anomaly separation. In: Lippard, J. L., Naess, A., Sinding-Larsen, R., eds., Proc. Int. Assoc. Mathematical Geology Meeting, Trondheim, Norway, 1: 87—92.
- Cheng, Q. M., 1995. The perimeter-area fractal model and its application to geology. *Mathematical Geology*, 27(1): 69—82.
- Cheng, Q. M., 1997a. Fractal/multifractal modeling and spatial analysis. Keynote lecture in Proceedings of the International Association for Mathematical Geology Conference, 1: 57—72.
- Cheng, Q. M., 1997b. Discrete multifractals. *Journal of Mathematical Geology*, 29(2): 245—266.
- Cheng, Q. M., 1999a. Spatial and scaling modeling for geochemical anomaly separation. *Journal of Exploration Geochemistry*, 65: 175—194.
- Cheng, Q. M., 1999b. Multifractality and spatial statistics. *Computers & Geosciences*, 25(9): 949—961.
- Cheng, Q. M., 1999c. The gliding box method for multifractal modeling. *Computers & Geosciences*, 25(9): 1073—1079.
- Cheng, Q. M., 2000. GeoData analysis system (GeoDAS) for mineral exploration: User's guide and exercise manual. Material for the training workshop on GeoDAS held at York University, Nov. 1 to 3, 2000, 204. Available at www.gisworld.org/geodas.
- Cheng, Q. M., 2003a. Non-linear mineralization models and information processing methods for prediction of unconventional mineral resources. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 28(4): 445—454 (in Chinese with English abstract).
- Cheng, Q. M., 2003b. Fractal and multifractal modeling of hydrothermal mineral deposit spectrum: Application to gold deposits in the Abitibi area, Canada. *Journal of China University of Geosciences*, 14(3): 199—206.
- Cheng, Q. M., 2004a. Quantifying generalized self-similarity analysis of spatial patterns for mineral resource assessments. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 29(6): 733—744 (in Chinese with English abstract).
- Cheng, Q. M., 2004b. A new model for quantifying anisotropic scale invariance and decomposing of complex patterns. *Mathematical Geology*, 36(3): 345—360.
- Cheng, Q. M., 2005a. Multifractal distribution of Eigenvalues

- and Eigenvectors from 2D multiplicative cascade multifractal fields. *Mathematical Geology*, 37(8):915—927.
- Cheng, Q. M., 2005b. A new model for incorporating spatial association and singularity in interpolation of exploratory data. In: Leuangthong, O. D., Clayton, V., eds., *Geostatistics Banff 2004. Quantitative Geology and Geostatistics*, 14(2):1017—1025 (Springer).
- Cheng, Q. M., 2005c. Multiplicative cascade mineralization processes and singular distribution of mineral deposit associated geochemical anomalies. In: Cheng, Q. M., Bonham-Carter, G., eds., *Proceedings of Annual Conference of the International Association for Mathematical Geology (IAMG'05), GIS and Spatial Analysis*, 1:297—302.
- Cheng, Q. M., 2006. GIS based fractal/multifractal anomaly analysis for modeling and prediction of mineralization and mineral deposits. In: Harris, J., ed., *GIS applications in earth sciences. Geological Association of Canada Special Book*, 289—300.
- Falconer, K., 2004. Fractals and chaos: The Mandelbrot set and beyond. *Nature*, 430(6995):18—20.
- Feder, J., 1988. *Fractals*. Plenum Press, New York, 283.
- Fowler, A. D., 1994. The role of geopressure zones in the formation of hydrothermal Pb-Zn Mississippi Valley-type mineralization in sedimentary basins. In: *Geofluids: Origin, migration and evolution of fluids in sedimentary basins. Geol. Soci. Spec. Pub.*, 78:293—300.
- Fowler, A. D., L'Heureux, I., 1996. Self-organized banded sphalerite and branching galena in the Pine Point ore deposit, Northwest Territories. *Canadian Mineralogist*, 34(Part 6):1211—1222.
- Giles, J., 2004. Benoit Mandelbrot: Father of fractals. *Nature*, 432(7015):266—267.
- Herzfeld, U. C., 1999. Geostatistical interpolation and classification of remote sensing data from ice surfaces. *International Journal of Remote Sensing*, 20(2):307—327.
- L'Heureux, I., Fowler, A. D., 2000. A simple model of flow pattern in overpressured sedimentary basins with heat transport and fracturing. *J. Geophys. Res.*, 105:23741—23752.
- Li, Q. M., Cheng, Q. M., 2004. Fractal singular-value (Egin-value) decomposition method for geophysical and geochemical anomaly reconstruction. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 29(1):109—118 (in Chinese with English abstract).
- Li, Q. M., Cheng, Q. M., 2006. Multifractal modeling in Walsh domain and signal processing in GIS environment. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese with English abstract) (in Press).
- Lovejoy, S., 1982. Area-perimeter relation for rain and cloud areas. *Science*, 216(4542):185—187.
- Lovejoy, S., Schertzer, D., Ladoy, P., 1987. Fractal characterization of inhomogeneous geophysical measuring networks. *Nature*, 319(6048):43—44.
- Mandelbrot, B. B., 1972. Possible refinement of the lognormal hypothesis concerning the distribution of energy dissipation in intermittent turbulence. In: Rosenblatt, M., Van Atta, C., eds., *Statistical models and turbulence, lecture notes in physics*, 12. Springer, New York, 333—351.
- Mandelbrot, B. B., 1982. *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman, New York, 468.
- Ortoleva, P., 1994. *Geochemical self-organization*. Oxford University Press, New York.
- Ottino, J. M., Muzzio, F. J., Tjahjadi, M., et al., 1992. Chaos, symmetry, and self-similarity-exploiting order and disorder in mixing processes. *Science*:257(5071):754—760.
- Schertzer, D., Lovejoy, S., 1991. *Nonlinear variability in geophysics*. Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 318.
- Shore, M., Fowler, A. D., 1999. The origin of spinifex texture in komatites. *Nature*, 397(6721):691—694.
- Turcotte, D. L., 2002. Fractals in petrology. *Lithos*, 65:261—271.
- Wang, Z. J., Cheng, Q. M., 2006. Fractal modelling of the microstructure property of quartz mylonite during deformation process. *Mathematical Geology* (in Press).
- Yu, C. W., 1999. Chaos edge of large deposits and mineral districts. *Earth Science Frontiers*, 6(1):85—102 (in Chinese with English abstract).
- Yu, C. W., 2002. Complexity of geosystems: Basic issues of geological science (I). *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 27(5):509—519 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, Z., Mao, H., Cheng, Q. M., 2001. Fractal geometry of element distribution on mineral surface. *Mathematical Geology*, 33(2):217—228.
- Zhao, P. D., 1998. *Geological anomaly theory and mineral deposits prediction; Advanced mineral resources assessment theory and methods*. Geological Publishing House, Beijing (in Chinese).
- Zhao, P. D., 2004. *Quantitative methods and application in geology*. Higher Education Press, Beijing (in Chinese).

Zhao, P. D., Chen, J. P., Zhang, S. T., 2003. Recent progress of "three components" mineral deposit prediction. *Earth Science Frontiers*, 10(2): 455—462 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

Agterberg, F. P., 2001. 地球化学图纹理的多重分形模拟. *地球科学——中国地质大学学报*, 26(2): 142—151.

成秋明, 2003a. 非线性矿床模型与非常规矿产资源评价. *地球科学——中国地质大学学报*, 28(4): 445—454.

成秋明, 2004a. 空间模式的广义自相似性分析和矿产资源评价. *地球科学——中国地质大学学报*, 29(6): 733—744.

李庆谋, 成秋明, 2004. 分形奇异(特征)值分解方法与地球物

理和地球化学异常重建. *地球科学——中国地质大学学报*, 29(1): 109—118.

李庆谋, 成秋明, 2006. Walsh 列率域中多维分形模型与 GIS 环境下地球物理信号处理. *地球物理学报* (出版中).

於崇文, 1999. 大型矿床和成矿区(带)在混沌边缘. *地学前缘*, 6(1): 85—102.

於崇文, 2002. 地质系统的复杂性——地质科学的基本问题(I). *地球科学——中国地质大学学报*, 27(5): 509—519.

赵鹏大, 1998. 地质异常理论与矿床预测: 现代矿产资源评价理论与方法. 北京: 地质出版社.

赵鹏大, 2004. 定量地学方法及应用. 北京: 高等教育出版社.

赵鹏大, 陈建平, 张寿庭, 2003. “三联式”成矿预测新进展. *地学前缘*, 10(2): 455—462.