

井间电磁波层析成像中的高精度时间域正演计算

林树海^{1, 2, 3}, 赵立英⁴

- 1. 地质过程与矿产资源国家重点实验室和地下信息探测技术与仪器教育部重点实验室, 北京 100083
- 2. 中国地质大学地球物理与信息技术学院, 北京 100083
- 3. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029
- 4. 北京科技大学应用科学学院, 北京 100083

摘要: 为提高井间电磁波层析成像的分辨率, 正演计算中需保持较高的计算精度. 本文正演计算中采用时间域伪谱(PSTD)法模拟井间电磁波的传播. 该算法在时间域有限差分(FDTD)法的基础上采用快速傅立叶变换(FFT)计算麦克斯韦方程中的空间导数. 该算法除了具备时间域有限差分法的优点外, 在计算条件完全相同的情况下, 计算精度明显高于时间域有限差分法. 时间域伪谱法的正演计算为井间电磁波高分辨率层析成像奠定了重要基础.

关键词: 时间域有限差分; 时间域伪谱法; 正演计算; 层析成像.

中图分类号: P631.3 文章编号: 1000-2383(2007)04-0469-05 收稿日期: 2007-04-12

High Precision Time Domain Forward Modeling for Crosshole Electromagnetic Tomography

LIN Shu-hai^{1, 2, 3}, ZHAO Li-ying⁴

- 1. State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources; Geo-detection Laboratory of the Ministry of Education, Beijing 100083, China
- 2. School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China
- 3. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China
- 4. School of Applied Science, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

Abstract: In order to improve the resolution of crosshole electromagnetic tomography, high precision of forward modeling is necessary. A pseudo-spectral time domain (PSTD) forward modeling was used to simulate electromagnetic wave propagation between two boreholes. The PSTD algorithm is based on finite difference time domain (FDTD) method and employs fast Fourier transform (FFT) to calculate spatial derivatives in Maxwell's equations. Besides having the strongpoints of FDTD method, PSTD algorithm also demonstrates higher calculation precision than FDTD method under the same calculation condition. The PSTD forward modeling has laid important foundation of crosshole electromagnetic high resolution tomography.

Key words: finite difference time domain method; pseudo-spectral time domain algorithm; forward modeling; tomography.

井间电磁波层析成像通过钻孔之间的电磁波发射与接收, 经过地球物理正反演处理, 直观、准确地揭示出地下介质二维或三维断面结构及岩性差异特征, 提供井间电阻率的二维或三维图像, 是工程和环境地球物理领域中的新技术. 井间电磁波层析成像可广泛应用于环境调查、水电大坝勘察、桩基质量检测

和地下洞穴探测等领域, 提供被探测目的物(地质体)的精细结构和岩性变化的高分辨率图像(Wilt *et al.*, 1995; Zhou *et al.*, 2001). 目前国内对井间电磁波层析成像使用的方法主要是基于运动学特征的走时层析成像, 由于它是波动的近似, 且仅仅利用了电磁波列的局部信息, 影响了反演成像的分辨率.

基金项目: 北京市重点学科“地球探测与信息技术(XK104910598)”资助; 教育部留学回国人员科研启动基金项目; 中国地质大学(北京)校内基金项目.

作者简介: 林树海(1964—), 男, 副研究员, 主要从事地球物理测井、电磁法勘探研究. E-mail: lin_shuhai@163.com

井间电磁波波形层析成像基于波动方程, 利用接受器接收到的电磁波列的整体信息, 经反演后得到高分辨率的图像(Yokota and Matsushima, 2004), 是目前井间电磁波层析成像的新技术. 本文围绕着井间电磁波波形层析成像中的时间域正演计算进行了研究. FDTD 法是目前常用的电磁波波形层析成像中的正演计算方法, 已被广泛地应用于求解与时间有关的麦克斯韦方程. 该方法直接从麦克斯韦方程出发, 不用导出方程, 具有简洁、直观、计算速度快等特点(Bourgeois and Smith, 1996; Wang and Tripp, 1996). 由于 FDTD 法的空间和时间的导数均采用中心差分计算, 在离散化时需要使用较多的网格数(通常每个最小波长 10~20 个格点)来达到合理的计算精度. 因此用 FDTD 方法进行数值计算, 对计算机资源要求较高, 在 2 维或 3 维大规模的数值计算方面会遇到困难.

本文在正演计算中采用时间域伪谱法, 该算法在 FDTD 法的基础上作了改进, 用快速傅立叶变换计算麦克斯韦方程中的空间导数(Chen, 1996; Fornberg, 1997). 由于傅立叶变换计算的准确性, 时间域伪谱法使用较少的网格就能达到较高的计算精度, 可节省计算机的内存空间, 适合于大规模的正反演计算. 本文首先阐述时间域伪谱法的方法和原理, 然后通过井间电磁波波形层析成像中的正演计算实例, 对时间域伪谱法和时间域有限差分的计算精度进行了比较.

1 时间域伪谱法

地层中的电磁波满足麦克斯韦方程, 在线性、均匀、非散射介质中, 满足以下方程(宇野亨, 1998; Taflove and Hagness, 2000):

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{\epsilon} (\mathbf{J}_s + \sigma \mathbf{E}). \tag{2}$$

其中, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 分别表示电场强度和磁场强度, ϵ 和 σ 分别表示介质中的介电常数和电导率, t 表示时间, $\mathbf{J}_s$ 表示电流源的电流密度.

在二维 TM 模中, 电磁场的分量只有 H_x , H_y 和 E_z 3 个分量, 由方程(1)、(2)可得到如下方程:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{sz} + \sigma E_z) \right]. \tag{5}$$

上式 E_z 是电场强度 $\mathbf{H}$ 在 z 轴方向的分量, H_x , H_y 分别是磁场强度 $\mathbf{H}$ 在 x , y 轴方向的分量.

在时间域伪谱法中, 上述偏微分方程(3)~(5)式中的时间导数仍用中心差分计算, 空间导数采用快速傅里叶变换计算, 以(4)式中的偏导数 $\partial E_z / \partial x$ 的计算为例, 该空间导数用下式计算(Liu, 1999):

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = F_x^{-1} \{ ik_x F_x [E_z] \}. \tag{6}$$

这里, F_x 和 F_x^{-1} 为傅里叶变换和逆傅里叶变换, k_x 为波数.

在 PSTD 法中的空间导数具体计算时, 把从空间变量进行偏微分的每列数据取出, 用 Witte 的微分法计算(3)~(5)式的一阶空间微分, 这样可避开 Nyquist 误差(Wite and Richards, 1990; Sanada, 2000). 以(4)式的偏导数 $\partial E_z / \partial x$ 的计算为例, 该空间导数用下式计算:

$$\left[\frac{\partial E_z}{\partial x} \right]_{x=x_k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} in \Delta k_x \exp(in \Delta k_x \Delta x / 2) \tilde{E}_z \cdot \exp(i2\pi mn / N), \tag{7}$$

其中 $\tilde{E}_z$ 是 E_z 的傅立叶变换, i 为虚数的单位. 具体的计算步骤归纳如下:

- (1) 将 E_z 在 x 方向通过 FFT 变成 $\tilde{E}_z$;
- (2) 将 $\tilde{E}_z$ 乘以 $in \Delta k_x \exp(in \Delta k_x \Delta x / 2)$;
- (3) 把上式进行快速逆傅立叶变换, 得到 $\partial E_z / \partial x$.

同理可计算出(3)~(5)式中的 $\partial E_z / \partial y$, $\partial H_x / \partial y$, $\partial H_y / \partial x$.

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} in \Delta k_y \exp(in \Delta k_y \Delta y / 2) \tilde{E}_z \cdot \exp(i2\pi mn / N), \tag{8}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} in \Delta k_y \exp(in \Delta k_y \Delta y / 2) \tilde{H}_x \cdot \exp(i2\pi mn / N), \tag{9}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} in \Delta k_x \exp(in \Delta k_x \Delta x / 2) \tilde{H}_y \cdot \exp(i2\pi mn / N). \tag{10}$$

由于傅立叶变换的准确性, 理论上每个最小波长内 2 个格点就能达到合理的计算精度(Liu, 1997), 可大大减少计算网格数目, 节省计算机的内存空间, 适合于大规模的正反演计算.

2 网格间隔和时间步长的确定

3 数值模拟结果

网格间隔和时间步长的选择要受到计算区域的结构、所需的分辨率、安定性条件及数值色散等因素的制约. 首先, 数值色散、安定性条件、波长、计算区域的结构、所需的分辨率等因素决定了网格间隔和时间步长. 网格间隔一经确定, 计算区域所需的格子数目就确定了, 这样计算机所需内存大小就确定了. 时间步长一经确定, 迭代次数就确定了, 计算时间就确定了. 由于 FDTD 法的空间和时间的导数均采用中心差分计算, 在离散化时受数值色散的限制, 这将直接影响计算精度. 在 PSTD 法中, 由于采用了傅立叶变换, 每个波长有 2 个网格间隔就能达到合理的计算精度. 因此, 在计算条件相同的情况下, 从理论上说 PSTD 法的计算精度高于 FDTD 法.

对于二维直角坐标下时间域伪谱法的稳定性条件可表示为:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\alpha \cdot C_{\max} \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}}, \tag{11}$$

这里, Δx , Δy 和 Δt 分别是对应 x , y 和 t 的离散间距, $C_{\max}$ 为最大波速, $\alpha=\pi/2 \approx 1.5708$.

计算模型如图 1 所示, 两井间距离为 10 m, 阵列接受器数目为 15 个, 相邻两接受器间距为 1 m, 发射器从底部开始, 每间隔 1m 发射一次, 用阵列接受

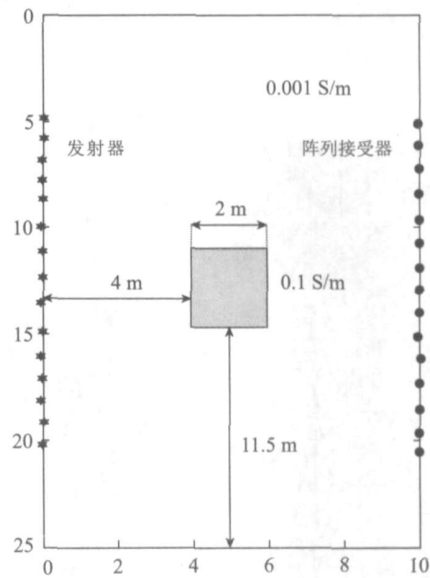


图 1 模型
Fig. 1 Model

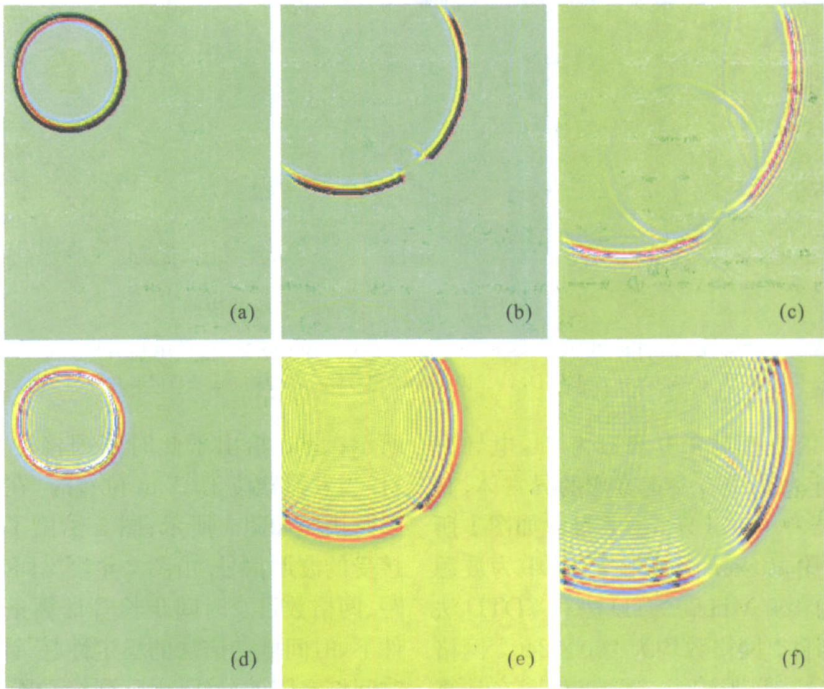


图 2 发射器位于井中 5 m 位置时电场的快照

Fig. 2 Snapshot of electric field when transmitter is at 5 m in hole

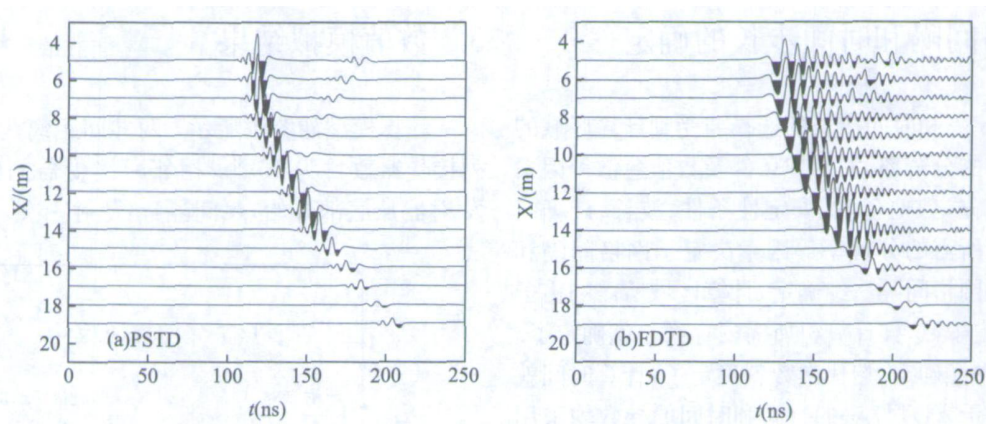


图 3 发射器位于井中 5 m 位置时阵列接受器的波形图
Fig. 3 Waveform of array receivers when transmitter is at 5 m in hole

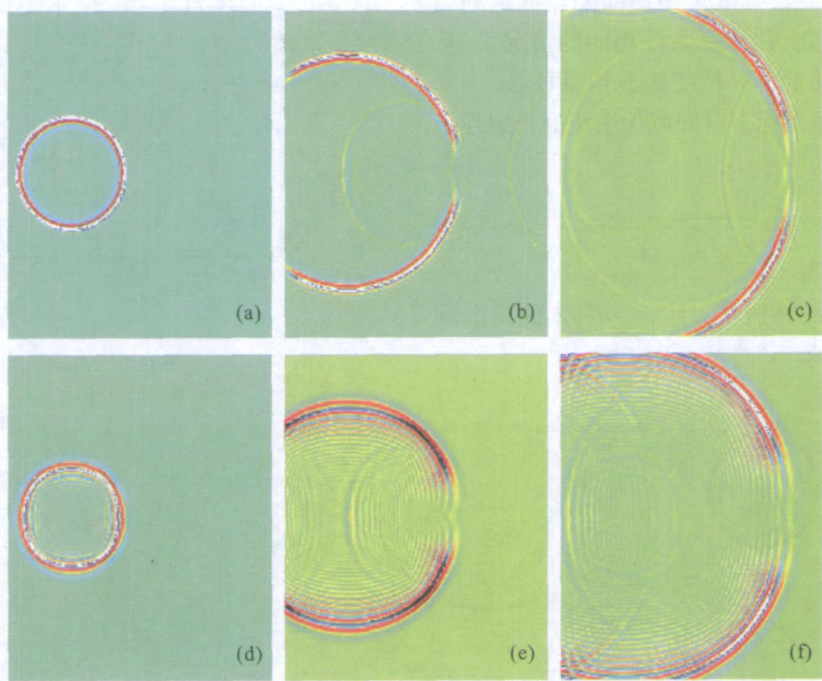


图 4 发射器位于井中 12 m 位置时电场的快照
Fig. 4 Snapshot of electric field when transmitter is at 12 m in hole

a. PSTD, $t=70$ ns; b. PSTD, $t=140$ ns; c. PSTD, $t=210$ ns; d. FDTD, $t=70$ ns; e. FDTD, $t=140$ ns; f. FDTD, $t=210$ ns

受器接受信号. 背景的相对介电常数为 24, 电导率为 0.001 S/m . 假定背景中有一正方形的异常体, 其边长为 2 m , 其电导率为 0.1 S/m , 其尺寸如图 1 所示. 波源的波形采用 Ricker 函数形式; 其中为波源脉冲的中心频率为 100 MHz . PSTD 法和 FDTD 法采用相同的计算条件, 网格数均为 200×240 , 网格间距均为 0.1 m , 时间间距均为 $7\times 10^{-10}\text{ s}$. 在计算区域的边界上采用吸收边界条件, 使有限的计算区域能模拟出波在无限大介质中的传播. 当发射器位于 5 m 位置时, 在不同时刻电场的瞬时快照如图 2

所示; 图 3 给出了此时阵列接受器接受的波形信号. 当发射器位于 12 m 位置时, 在不同时刻电场的瞬时快照如图 4 所示; 图 5 给出了此时阵列接受器接受的波形信号. 由图 2 至图 5 可以看出: 在网格间距、网格数目及时间步长等计算条件完全相同的条件下, 时间域伪谱法的稳定性好, 计算精度明显高于时间域有限差分法. 由阵列接受器接受的信号, 通过波形反演计算可给出井间介质的电导率图像. 井间电磁波高精度正演计算对提高井间层析成像的分辨率将起重要作用.

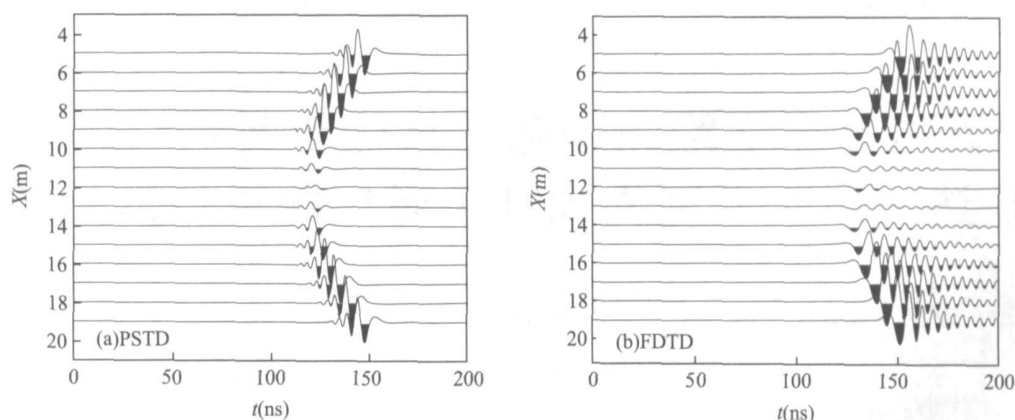


图5 发射器位于井中12 m位置时阵列接受器的波形图

Fig.5 Waveform of array receivers when transmitter is at 12 m in hole

4 结论

本文围绕着井间电磁波波形层析成像中的时间域正演计算进行了研究. 在时间域有限差分法的基础上, 采用快速傅立叶变换计算麦克斯韦方程中的空间导数, 并用 Witte 的微分算法进行改进, 开发出了能够模拟电磁波传播的时间域伪谱法. 理论模型正演结果对比表明: 在计算条件完全相同的情况下, 时间域伪谱法比时间域有限差分法的稳定性好, 精度高. 时间域伪谱法的正演计算为下一步的井间高分辨率层析成像奠定了基础.

References

- Bourgeois J. M., Smith, G. S., 1996. A fully three-dimensional simulation of ground-penetrating radar: FDTD theory compared with experiment. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 34: 36—44.
- Chen, H. W., 1996. Staggered-grid pseudo-spectral acoustic wave field simulation in two-dimensional media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100: 120—131.
- Fornberg B., 1997. The pseudo-spectral method—Comparisons with finite difference for the elastic wave equation. *Geophysics* 52: 483—501.
- Liu, Q. H., 1997. The PSTD algorithm: A time-domain method requiring only two cells per wavelength. *Micro-wave Opt. Technol. Lett.*, 15(2): 158—165.
- Liu, Q. H., 1999. Large-scale simulations of electromagnetic and acoustic measurements using the pseudospectral time domain algorithm. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 37(2): 917—926.

- Sanada Y., 2000. The study of high precision modeling and imaging of the ground penetration Radar (GPR): Doctor thesis. Kyoto University.
- Taflove, A., Hagness, S. C., 2000. Computational electrodynamics: The finite difference time domain method. 2nd edition. Artech House, 67—107.
- Wang, T., Tripp A. C., 1996. FDTD simulation of EM wave propagation in 3-D media. *Geophysics* 61: 110—120.
- Wilt, M., Alumbaugh, D., Morrison, H. F., et al., 1995. Crosswell electromagnetic tomography: System design consideration and field result. *Geophysics* 60: 871—885.
- Witte D. C., Richards, P. G., 1990. The pseudo-spectral method for simulating wave propagating. *Computational Acoustics*, 3: 1—18.
- Yokota, T., Matsushima, J., 2004. Seismic waveform tomography in the frequency-space domain: Selection of the optimal temporal frequency for inversion. *Exploration Geophysics*, 35: 19—24.
- Zhou, C. G., Liu L. B., Jr, J. W., 2001. Nonlinear inversion of borehole radar tomography data to reconstruct velocity and attenuation distribution in earth materials. *Journal of Applied Geophysics*, 47: 271—284.
- 宇野亨, 1998. FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析. コロナ社.