

复杂形体重力场、梯度及磁场计算方法

骆 遥^{1,2,3}, 姚长利^{1,2}

1. 地质过程与矿产资源国家重点实验室和地下信息探测技术与仪器教育部重点实验室, 北京 100083

2. 中国地质大学地球物理与信息技术学院, 北京 100083

3. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029

摘要: 在改进均匀多面体重力场正演公式基础上, 利用二阶张量的坐标变换实现对多面体重力场梯度的求解, 推导了新的多面体重力梯度和磁场的正演公式, 给出了新的统一的均匀多面体重力场、梯度及磁场正演表达式形式, 并用理论模型进行了检验. 同时, 应用新的多面体重力场梯度正演公式推导出新的长方体重力场垂直梯度理论表达式. 本文给出的均匀多面体重力场、梯度及磁场正演表达式形式统一, 重磁场联合正演中可相互利用其计算过程中的结果, 避免重复计算以提高正演计算效率.

关键词: 多面体; 重磁场; 梯度张量; 正演; 坐标变换.

中图分类号: P631

文章编号: 1000-2383(2007)04-0517-06

收稿日期: 2007-04-12

Forward Method for Gravity, Gravity Gradient and Magnetic Anomalies of Complex Body

LUO Yao^{1,2,3}, YAO Chang-li^{1,2}

1. State Key Laboratory of Geological Processes and Mineral Resources; Geo-detection Laboratory of the Ministry of Education, Beijing 100083, China

2. School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China

3. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

Abstract: Based on the improved analytical expression for computing the gravity anomalies due to a homogeneous polyhedral body composed of polygonal facets, and by applying the forward theory with the coordinate transformation of vector and tensor, we deduced the analytical expressions for both gravity gradient tensor and magnetic anomalies due to a polygon, and obtained new analytical expressions for computing vertical gradient of gravity anomalies and vertical component of magnetic anomalies due to a polyhedral body. And we also explicitly developed the complete and unified expressions for calculating gravity anomalies, gravity gradient and magnetic anomalies due to the homogeneous polyhedra. Furthermore, we deduced new analytical expressions for computing the vertical gradient of gravity anomalies due to a finite rectangular prism by applying the new obtained expressions for gravity gradient tensor due to a polyhedral target body. Comparison with forward calculation of models testified the correctness of these new expressions. It will reduce forward time of gravimagnetic anomaly and improve computational efficiency by applying our unified expressions for joint forward of gravimagnetic anomalies due to homogeneous polyhedral bodies.

Key words: polyhedral body; gravitational field and magnetic field; gravity gradient tensor; forward calculation; coordinate transformation.

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 40374039); 新世纪优秀人才支持计划项目(No. NCET-04-0726); 北京市重点学科“地球探测与信息
技术(No. XK104910598)”资助.

作者简介: 骆遥(1982-), 男, 现为中国科学院地质与地球物理研究所硕士研究生. E-mail: luoyao@mail.iggcas.ac.cn

重磁场的正演计算在重磁异常的解中有重要的意义,它反映场源与场分布特征之间的联系,是反演与解释的基础.目前发展较成熟的是应用 2 维、2.5 维模型对重磁异常进行处理、反演和解释,但真实的地质体属于 3 维结构,空间结构往往较为复杂(如断层、褶皱、岩脉等),其物性分布(如密度、磁化强度等)也往往不均匀,2 维、2.5 维模型具有一定局限性.为此许多研究者发展了基于均匀多面体模型模拟复杂地质形体的 3 维正演技术(Barnett, 1976; Okabe, 1979; 王邦华等, 1980; 何昌礼和钟本善, 1988; POHÁNKÁ, 1988).任意形状的统一地质体,其表面可用一系列不同的多边形围成的多面体来逼近,其逼近的程度取决于围成多面体的多边形的多少与顶点的选取.非均匀物性分布的地质体,可以看成是一系列均匀物性多面体的组合.因此,3 维均匀多面体重磁正演方法在重、磁资料处理解释中更具有现实意义,特别是高精度处理解释的需要.

1 重力场及梯度正演原理

均匀密度体在单位矢量方向(笛卡尔坐标系下, \vec{l} 通常取 z 或 x, y 坐标轴方向)上产生的重力场为:

$$U_l = -G\rho \iiint_V \nabla \cdot \left(\frac{\vec{l}}{R} \right) dv. \text{ 通过高斯公式可以将该体}$$

积分转化为面积分: $U_l = -G\rho \iint_S \frac{\vec{l} \cdot \vec{n}}{R} ds$, 其中 S 是

3 维复杂多面体 V 的表面, \vec{n} 是表面面元 ds 外法线方向的单位矢量.若设多面体 V 由 M 个多边形平面围成,则 U_l 可写成 M 个多边形面积分的形式,

$$\text{有: } U_l = \sum_{j=1}^M U_{lj} = -G\rho \sum_{j=1}^M \vec{l} \cdot \vec{n}_j I_j, \text{ 其中 } U_{lj} \text{ 是第 } j \text{ 个多边形平面 } \Delta S_j \text{ 对重力场分量的贡献量, } n_j \text{ 是 } \Delta S_j \text{ 外法线方向的单位矢量, } I_j = \iint_{\Delta S_j} (1/R) ds. \text{ 于是可}$$

将多面体重力场正演转化成对各多边形平面重力场贡献量的计算.为方便计算需通过坐标转换,使多面体外表面在转换后处于视水平,计算出新坐标系下该平面对重力场的贡献,再通过变换转换为原坐标系下对重力场的贡献量,如此依次对多面体每个面进行求解得到重力场值.重力梯度的计算方法与此相类似,但重力场的梯度是二阶张量,张量变换要复杂得多.

2 水平多边形平面的计算

按图 1 所示,设任意水平 N 边形平面 $\Delta S'_j$ 内法线方向 $-\vec{n}_j$ 为 Z' 轴方向,面 $\Delta S'_j$ 的角点 A'_i 按逆时针方向排列, i 表示角点的顺序号,号序 i 按逆时针方向增加(观察方向沿多边形平面内法线方向 $-\vec{n}_j$),顶点 A'_i 的坐标为 $(\xi'_i, \eta'_i, \zeta')$; 根据高斯公式,水平平面多边形 $\Delta S'_j$ 对 P' 点 (x', y', z') 重力场的贡献中 $U'_{xj}=0, U'_{yj}=0, U'_{zj}$ 为:

$$U'_{zj} = +G\rho \iint_{\Delta S'_j} \frac{1}{\{(\xi' - x')^2 + (\eta' - y')^2 + (\zeta' - z')^2\}^{3/2}} d\xi' d\eta'. \tag{1}$$

对(1)式的积分计算不少学者进行了研究,综合 Barnett(1976)和 Okabe(1979)的推导,我们给出改进后的积分结果:

$$U'_{zj} = + \sum_{i=1}^N G\rho \{ [(\xi' - x') \cdot \sin\theta - (\eta' - y') \cdot \cos\theta] \cdot \ln(r' + R') - 2(\zeta' - z') \cdot \arctan[(1 + \sin\theta) \cdot (\eta' - y' + R') + (\xi' - x') \cdot \cos\theta / [(\zeta' - z') \cdot \cos\theta]] \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned} r' &= (\xi' - x') \cdot \cos\theta + (\eta' - y') \cdot \sin\theta, \\ R' &= \sqrt{(\xi' - x')^2 + (\eta' - y')^2 + (\zeta' - z')^2}, \\ \sin\theta &= \frac{\text{abs}(\eta'_{i+1} - \eta'_i)}{\sqrt{(\xi'_{i+1} - \xi'_i)^2 + (\eta'_{i+1} - \eta'_i)^2}}, \\ \cos\theta &= \text{sign}((\xi'_{i+1} - \xi'_i) \cdot (\eta'_{i+1} - \eta'_i)) \cdot \frac{\text{abs}(\xi'_{i+1} - \xi'_i)}{\sqrt{(\xi'_{i+1} - \xi'_i)^2 + (\eta'_{i+1} - \eta'_i)^2}}, \\ \text{sign}(n) &= \begin{cases} +1, & n \geq 0 \\ -1, & n < 0 \end{cases}; \text{ 当 } i = N \text{ 时, } i + 1 = 1; \text{ 如果 } \zeta' - z' = 0 \text{ 或 } \cos\theta = 0, \text{ 反正切项为零.} \end{aligned}$$

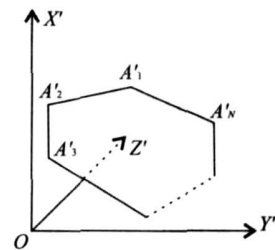


图 1 任意水平多边形示意图

Fig. 1 The sketch map of an arbitrary polygon surface

针对 Barnett(1976) $\tan\theta=(\eta'_{i+1}-\eta'_i)/(\xi'_{i+1}-\xi'_i)$ 定义等问题, Okabe(1979)给出了新的积分解和 θ 的定义: $\cos\theta=(\xi'_{i+1}-\xi'_i)/\sqrt{(\xi'_{i+1}-\xi'_i)^2+(\eta'_{i+1}-\eta'_i)^2}$, $\sin\theta=(\eta'_{i+1}-\eta'_i)/\sqrt{(\xi'_{i+1}-\xi'_i)^2+(\eta'_{i+1}-\eta'_i)^2}$; 但根据王邦华等(1980)计算水平梯形磁荷面磁场的积分解, 可发现求解此类积分过程中, $\tan\theta=\sin\theta/\cos\theta$ 是水平 N 边形平面 $\Delta S'_j$ 中边 $A'_i A'_{i+1}$ 的斜率, 以确定积分区域的边界, 几何中倾斜角的范围是 $[0, \pi)$, 且对应于同一直线倾斜角应固定不变. 因此, 对 $\sin\theta, \cos\theta$ 的新定义能保证倾斜角 $[0, \pi)$ 的范围. 经数值计算可验证 Okabe 和本文对 U'_{zj} 积分求解完全等效, 而本文对该积分求解则可通过对多边形的组合推广到任意多边形, 新 θ 的定义将简化求积结果, 消除多边形组合中内部的公共顶点, 其结果仅与组合后多边形的顶点有关而达到自治.

将改进后的任意水平多边形平面 $\Delta S'_j$ 对重力场的贡献量 $\{U'_{xj}, U'_{yj}, U'_{zj}\}$ 分别对 x', y', z' 求偏导数, 可以得到水平多边形平面对重力场梯度的贡献量. 上述求导过程极为复杂和繁琐, 这里仅给出结果:

$$U'_{xzj} = \frac{\partial U'_{xj}}{\partial x'} = - \sum_{i=1}^N G\rho \{ \sin\theta \cdot \ln(r'+R') \} \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{3}$$

$$U'_{yzj} = \frac{\partial U'_{yj}}{\partial y'} = + \sum_{i=1}^N G\rho \{ \cos\theta \cdot \ln(r'+R') \} \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{4}$$

$$U'_{zzj} = \frac{\partial U'_{zj}}{\partial z'} = + \sum_{i=1}^N 2G\rho \cdot \arctan\{ [(1+\sin\theta) \cdot (\eta'_{i+1}-\eta'_i) + (\xi'_{i+1}-\xi'_i) \cdot \cos\theta] / [(\xi'_{i+1}-\xi'_i) \cdot \sin\theta] \} \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{5}$$

$$U'_{xxj} = U'_{yxj} = U'_{zxj} = U'_{xyj} = U'_{yyj} = U'_{zj} = 0.$$

3 重力场及其梯度的坐标转换

空间任意多边形平面对重力场及其梯度的贡献量, 都是在多边形平面与 Z 轴垂直情况下计算得到的. 为了将空间多边形平面 ΔS_j 转化为“水平”的多

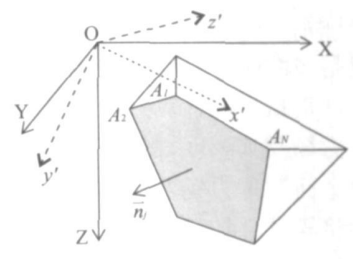


图 2 新老坐标系关系示意图

Fig. 2 The sketch map of coordinate systems

边形 $\Delta S'_j$, 需要建立新的坐标系, 在该特定坐标系下进行计算. 设多面体第 j 个多边形平面 ΔS_j 外表面顶点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ 按逆时针方向顺序排列, 以矢量 $\overrightarrow{A_1 A_N}$ 为新坐标系的 X' 轴方向, 多边形平面 $\Delta S'_j$ 内法线 $-\vec{n}_j (\overrightarrow{A_1 A_N} \times \overrightarrow{A_1 A_2})$ 为 Z' 轴方向, 矢量 $(\overrightarrow{A_1 A_N} \times \overrightarrow{A_1 A_2}) \times \overrightarrow{A_1 A_N}$ 为 Y' 轴方向 (图 2), 得到计算所要求的新坐标系.

如果新坐标系 X', Y', Z' 轴与原坐标系 X, Y, Z 轴之间的夹角依次为 $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2; \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$; 则将原坐标系中矢量或空间中任意一点, 变换到新坐标系下, 其变换有:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 \cos\gamma_1 \\ \cos\alpha_2 \cos\beta_2 \cos\gamma_2 \\ \cos\alpha_3 \cos\beta_3 \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{6}$$

通过该变换, 能将观测点 $P(x, y, z)$ 和空间任意多边形的顶点 $A_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ 转化到可计算要求的特定坐标系中, 变换后的坐标为 $P'(x', y', z')$ 和 $A'_i(\xi'_i, \eta'_i, \zeta'_i)$.

通过 (2) ~ (5) 式, 可以计算出在新坐标系下多边形 $\Delta S'_j$ 对重力场及其梯度的贡献量. 上述求解得到的重力场及其梯度是新坐标系下的物理量, 参考 Yao and Guan(1997)所得磁场及其梯度的坐标转换关系, 则需要通过变换:

$$\begin{bmatrix} U_{Xj} \\ U_{Yj} \\ U_{Zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \\ \cos\beta_1 \cos\beta_2 \cos\beta_3 \\ \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U'_{Xj} \\ U'_{Yj} \\ U'_{Zj} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} U_{XXj} & U_{YXj} & U_{ZXj} \\ U_{XYj} & U_{YYj} & U_{ZYj} \\ U_{XZj} & U_{YZj} & U_{ZZj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \\ \cos\beta_1 \cos\beta_2 \cos\beta_3 \\ \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} U'_{XXj} & U'_{YXj} & U'_{ZXj} \\ U'_{XYj} & U'_{YYj} & U'_{ZYj} \\ U'_{XZj} & U'_{YZj} & U'_{ZZj} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 \cos\gamma_1 \\ \cos\alpha_2 \cos\beta_2 \cos\gamma_2 \\ \cos\alpha_3 \cos\beta_3 \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

转化为原坐标系下的重力场及其梯度.

以上仅是多面体中一个多边形平面 $\Delta S'_j$ 对重力场及其梯度贡献量的计算过程, 要计算整个多面体产生的重力场及其梯度, 需要按上述方法逐一计算多面体每个面对重力场及其梯度的贡献, 利用位场的可加性将异常叠加, 以得到均匀密度多面体产生的重力场及其梯度.

4 磁场计算及重磁联合正演

水平多边形平面 $\Delta S'_j$ 对重力场垂直分量的贡献 U'_{zj} (1)式对 z' 求偏导数, 有:

$$\frac{\partial U'_{zj}}{\partial z'} = -G\rho \iint_{\Delta S'_j} \frac{z' - \zeta'}{\{(\xi' - x')^2 + (\eta' - y')^2 + (\zeta' - z')^2\}^{3/2}} d\xi' d\eta'$$

同样, 可以得到 $\frac{\partial U'_{zj}}{\partial x'}$, $\frac{\partial U'_{zj}}{\partial y'}$ 的类似形式. 如令 $-G\rho = \frac{\mu_0}{4\pi}$, 则 $\frac{\partial U'_{zj}}{\partial x'}$, $\frac{\partial U'_{zj}}{\partial y'}$, $\frac{\partial U'_{zj}}{\partial z'}$ 的值为单位面磁荷密度的水平磁荷面 $\Delta S'_j$ 产生的磁场 H'_{axj} , H'_{ayj} , Z'_{aj} (Okabe, 1979). 因此, 根据(3)~(5)式可以推导出新的水平多边形磁荷面磁场的解析表达式:

$$H'_{axj} = + \frac{\mu_0 \sigma_j}{4\pi} \sum_{i=1}^N \sin\theta \cdot \ln(r' + R') \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{9}$$

$$H'_{ayj} = - \frac{\mu_0 \sigma_j}{4\pi} \sum_{i=1}^N \cos\theta \cdot \ln(r' + R') \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{10}$$

$$Z'_{aj} = - \frac{\mu_0 \sigma_j}{2\pi} \sum_{i=1}^N \arctan\{[(1 + \sin\theta) \cdot (\eta' - y' + R') + (\xi' - x') \cdot \cos\theta] / [(\zeta' - z') \cdot \cos\theta]\} \Big|_{(\xi'_i, \eta'_i)}^{(\xi'_{i+1}, \eta'_{i+1})}, \tag{11}$$

其中 $\sigma_j = \vec{J} \cdot \vec{n}_j = -|\vec{J}| \cdot (\cos I \cdot \cos A \cdot \cos \alpha_3 + \cos I \cdot \sin A \cdot \cos \beta_3 + \sin I \cdot \cos \gamma_3)$, σ_j 是水平多边形磁荷面 $\Delta S'_j$ 的面磁荷密度, μ_0 是真空中磁导率, \vec{J} 是磁化强度, I 是磁化强度的磁倾角, A 是磁化强度的磁偏角, 如果不考虑剩磁, 则磁化强度方向就是地磁场方向.

同样, 通过类似于公式(7)重力场坐标转换及计

算方法, 即可实现均匀磁化多面体磁场的正演. 将(9)~(11)式与现有水平磁荷面磁场理论表达式 (Barnett, 1976; Okabe, 1979; 王邦华等, 1980) 进行对比, 可知表达式 H'_{axj} , H'_{ayj} 是正确的, 而 Z'_{aj} 是一种全新的水平磁荷面磁场垂直分量理论表达式, 数值计算表明 Z'_{aj} 表达式(11)式与原公式完全等价. 但本文给出的重力场及其梯度和磁场的理论表达式具有高度统一的形式, 公式中重复计算的内容很多, 在实际重磁场联合正演中, 可以相互利用正演计算时中间步骤的运算结果, 对公式重复部分仅计算一次, 避免以往多面体重磁场中分别采用两套不同的公式孤立地进行计算从而节省计算时间, 进而提高程序编制及计算的效率. 同时, 由于重磁场正演公式形式上的一致, 重磁场对多边形顶点的偏导数就具有较为统一的形式; 重磁场对顶点的偏导数求解是三度体反演中首先要解决的问题(田黔宁等, 2001), 所以形式统一的重磁正演公式也为任意形状重磁异常三度体反演提供了方便.

5 重磁场正演的检验

针对改进和新提出的多面体重力场及其梯度和磁场理论表达式以及正演方法, 我们分别从长方体特例和多面体模型计算两个不同途径进行检验.

5.1 长方体重力场及梯度

长方体是 3 维物性反演中经常使用的模型. 作为一类特殊的多面体, 长方体由 6 个矩形平面围成, 每条边对应的正余弦值为 0 或者为 1; 根据高斯公式, 长方体仅顶面和底面对重力场及其梯度有贡献, 且正演中不需任何坐标转换. 因此, 上述多面体正演过程可进行简化并得到长方体重力场及梯度正演理论表达式. 不难检验所获得的 U_z , U_{xz} 和 U_{yz} 与现有长方体重力场及其梯度的正演公式 (Li and Chouteau, 1998) 是相符的, 但获得的长方体重力场垂直梯度则具有新的解析形式, 为:

$$U_{zz}(x, y, z) = 2G\rho \cdot \arctan \frac{(\xi - x) + (\eta - y) + R}{\zeta - z} \Big|_{\xi_1}^{\xi_2} \Big|_{\eta_1}^{\eta_2} \Big|_{\zeta_1}^{\zeta_2} \tag{12}$$

其中 $R = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$, 长方体场源在 x, y, z 方向上取值范围分别是 (ξ_1, ξ_2) , (η_1, η_2) , (ζ_1, ζ_2) (图 3).

为检验上述长方体重力场垂直梯度理论表达式, 我们选取特定长方体模型进行正演, 将计算得到

场值与现有公式(侯重初和刘奎俊, 1990; Li and Chouteau, 1998)正演结果进行比较, 结果表明新、旧 U_{zz} 公式的正演结果(精确到 6 位小数情况下)完全一致; 这充分说明新推导出的长方体重力场垂直梯度正演公式(12)式是正确的, 同时也验证了我们的多面体重磁正演理论表达式在长方体特例情况下是正确的. 值得注意的是, 如果按原 Okabe(1979)给出的公式进行推导, 在不修改正余弦定义的情况下无法直接得到长方体 U_z 闭合的解析形式. 对于矩形面 Okabe 算法中正余弦值可为 $-1, 0, 1$, 无法简化. 这也是改进的 U_z 表达式(2)式后所取得的效果.

5.2 多面体模型检验

前面仅是对多面体一种特例的验证, 为了检验更一般的情况, 通过对两个四面体组合产生的重力场及梯度和磁场进行建模, 来验证多面体重磁正演公式(2)~(5)式、(9)~(11)式及正演方法. 两个四面体模型分别为 A 和 B, 每个四面体均由 4 个三角形围成, 表 1 列出了四面体 A 和 B 的顶点分布. 其中 A 的剩余密度是 $1.25 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 磁化强度

表 1 组合四面体模型顶点坐标

Table 1 Vertices of homogeneous polyhedral bodies	
模型	A B
顶点坐标 (m)	(600.5, 610.5, 20.5)
	(400.0, 400.0, 200.5)
	(800.8, 428.8, 100.6)
	(560.0, 200.0, 600.0)
	(250.2, 666.6, 99.9)
(300.0, 300.0, 450.0)	
(900.9, 888.8, 78.9)	
(480.0, 510.0, 550.0)	

是 $0.9 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$; B 的剩余密度是 $1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 磁化强度是 $0.45 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$. 应用公式(2)~(5)式、(9)~(11)式和 Okabe(1979)、Barnett(1976)公式(Okabe 公式正演重力梯度和磁场, Barnett 公式正演重力场)分别对模型产生重力场及其梯度和磁场进行正演, 可以得到 U_z 场以及 U_{zz} 场和 ΔT 场等值线图(图 4). 对结果进行比较, 两者计算出的场值(精确到 4 位小数情况下)完全一致, 这充分说明改进后的和新推导的多面体重磁正演公式(2)~(5)式、(9)~(11)式是正确的.

6 结论

在 Okabe、Barnett 等人的工作基础上, 改进了均匀密度多面体重力正演公式(2)式, 使其形式上适用于任何多边形的组合; 应用矢量和二阶张量的坐标变换对重力场及其梯度求解进行解释, 推导出了多面体重力场梯度正演公式(3)~(5)式和磁场正演公式(9)~(11)式; 获得了新的重力场垂直梯度理论表达式(5)式和磁场垂直分量(11)式的理论表达式, 在形式上统一了多面体重磁正演理论表达式, 为复杂形体重力场的联合正演提供了重要的理论依据. 采用新的多面体重、磁场联合正演的解决方案可以

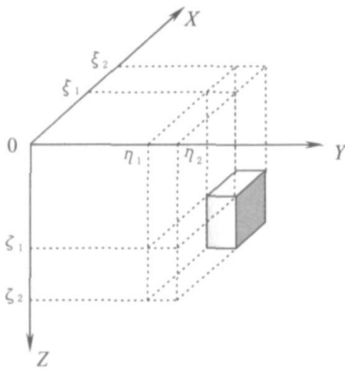


图 3 长方体模型示意图

Fig. 3 The sketch map of cuboid and its geometry

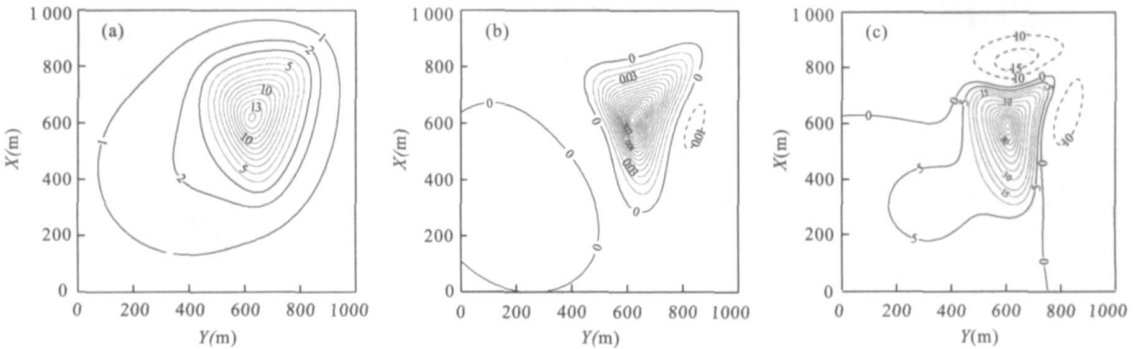


图 4 多面体重力场 U_z (a) 及其梯度 U_{zz} (b) 和 ΔT 场(c)等值线图

Fig. 4 The gravity U_z (a), gravity gradient U_{zz} (b) and ΔT (c) contour map

图中实线为正值, 虚线为负值; 模型计算参数 $I = 60^\circ, A = 30^\circ$, 网格间距 $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$, 等值线单位分别 $10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, 10^{-6} \text{ s}^{-2}, \text{ nT}$.

缩短正演时间、提高计算效率,为基于形体的 3 维重磁反演打下基础;同时在解决自洽关系基础上,应用改进的多面体重力正演公式和新的重力梯度公式,对长方体重力场及其梯度理论表达式进行推导,获得了一种新的长方体重力场垂直梯度理论表达式(12)式。

References

- Barnett, C. T., 1976. Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrarily shaped three-dimensional body. *Geophysics*, 41(6): 1353—1364.
- He, C. L., Zhong, B. S., 1988. A high accuracy forward method for gravity anomaly of complex body. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*, 10(2): 121—128 (in Chinese with English abstract).
- Hou, Z. C., Liu, K. J., 1990. The formulas and procedures for gravimagnetic anomaly and derivatives. Geological Publishing House, Beijing (in Chinese).
- Li, X., Chouteau, M., 1998. Three dimensional gravity modeling in all space. *Surveys in Geophysics*, 19(4): 339—368.
- Okabe, M., 1979. Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies. *Geophysics*, 44(4): 730—741.

Pohánka, V., 1988. Optimum expression for computation of the gravity field of homogeneous polyhedral body. *Geophysical Prospecting*, 36: 733—751.

Tian, Q. N., Wu, W. L., Guan, Z. N., 2001. Interaction inversion for 3D gravity and magnetic anomalous bodies with arbitrary shaped. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*, 23(2): 125—129 (in Chinese with English abstract).

Wang, B. H., Lin, S. B., Deng, Y. Q., 1980. Magnetic fields of uniformly magnetized polyhedra. *Chinese J. Geophys.*, 23(4): 415—426 (in Chinese with English abstract).

Yao, C. L., Guan, Z. N., 1997. Computation of magnetic gradients due to three-dimensional bodies. *Science in China (Ser. D)*, 40(3): 293—299.

附中文参考文献

- 何昌礼, 钟本善, 1988. 复杂形体的高精度重力异常正演方法. 物探化探计算技术, 10(2): 121—128.
- 侯重初, 刘奎俊, 1990. 重磁异常场及其高阶导数的正演公式与程序. 北京: 地质出版社.
- 田黔宁, 吴文鹏, 管志宁, 2001. 任意形状重磁异常三度体人机联作反演. 物探化探计算技术, 23(2) 125—129.
- 王邦华, 林盛表, 邓一谦, 1980. 均匀磁化多面体的磁场. 地球物理学报, 23(4): 415—426.