

# 波动方程角度域共成像道集

陈生昌<sup>1</sup>, 马在田<sup>2</sup>, Wu Ru-shan<sup>3</sup>

1. 浙江大学地球科学系, 浙江杭州 310027

2. 同济大学海洋与地球科学学院 上海 200092

3. Modeling and Imaging Laboratory, IGPP, University of California, Santa Cruz, CA 95064 USA

**摘要:** 针对基于波场深度递推的波动方程叠前深度偏移成像方法难以准确地给出如 Kirchhoff 积分叠前深度偏移成像方法的偏移距域共成像道集的不足, 在分析研究现有的各种波动方程偏移成像共成像道集方法的基础上, 利用波场外推的单平方根算子和波场的窗口 Fourier 框架展开与重构方法, 提出一种局部角度域共成像道集方法——成像点处反射角共成像道集方法。把这种角度域共成像道集方法应用于国际标准的 Marmousi 模型数据和一条实际二维地震数据都取得了理想的结果。提出的波动方程反射角度域共成像道集方法可为进一步的叠前偏移数据振幅随角度变化分析和偏移速度分析工作提供基础。

**关键词:** 波动方程; 叠前深度偏移; 单平方根算子; 窗口 Fourier 框架; 反射角; 共成像道集。

中图分类号: P631.4

文章编号: 1000-2383(2007)04-0569-06

收稿日期: 2006-10-16

## Angle Domain Common Image Gather for Wave Equation

CHEN Sheng-chang<sup>1</sup>, MA Zai-tian<sup>2</sup>, WU Ru-shan<sup>3</sup>

1. Department of Earth Sciences, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China

2. School of Ocean and Earth Science, Tongji University, Shanghai 200092, China

3. Modeling and Imaging Laboratory, IGPP, University of California, Santa Cruz, CA 95064, USA

**Abstract:** Wave equation prestack depth migration based on wavefield depth recursive extrapolation can hardly give out a common image gather in offset domain as accurately as Kirchhoff integral based prestack depth migration does. In order to make up for this defect, we have analyzed various methods of wave equation migration common image gather. And by using the single square root operator for wavefield extrapolation and the windowed Fourier frame expansion and reconstruction of wavefield, a method for local angle domain common image gather is proposed, i. e. common image gather in reflection angle domain of imaging point. The application of the angle domain common image gather in Marmousi model data and a two dimensional real seismic data yields ideal results. The angle domain common image gather method for wave equation derived in this paper will provide a foundation for further migration velocity analysis and amplitude versus angle analysis of migrated data.

**Key words:** wave equation; prestack depth migration; single square root operator; windowed Fourier frame; reflection angle; common image gather.

我们知道地震数据的叠前深度偏移是当前油气勘探开发工业中获取地下构造空间图像的主要技术手段。通过偏移可消除地震反射波场中所含有的传播效应, 偏移后的地震数据较偏移前的叠前道集数

据能更真实地反映地下反射面的岩性变化, 因此偏移后的地震数据可为复杂油气藏, 特别是岩性油气藏的勘探开发提供更为准确的反映地下岩性变化的地震波场振幅信息。在地震数据的叠前偏移成像过

程中,由叠前偏移成像可得到包含有反映地下共成像点运动学和动力学信息的共成像点道集,简称为共成像道集(common image gather, CIG)。共成像道集所含有的反映地下速度和岩性变化的冗余信息有利于进行偏移速度修正和地震振幅分析、地下岩性研究。因此,共成像道集不仅是偏移速度分析的基础资料,也是地下成像点岩性分析的基础资料。在偏移速度分析中,共成像道集的运动学信息不仅可用来评价速度模型的好坏,还可用来进行速度模型修正。在岩性分析中,共成像道集可用于偏移数据后的 AVO 分析和 AVA 分析。

共成像道集的形成与提取方法技术是伴随着地震数据的叠前偏移成像方法技术的发展而发展起来的。应用于共偏移距道集的常规 Kirchhoff 积分叠前深度偏移成像方法可以十分方便地给出偏移距域共成像道集,然而波动方程叠前深度偏移成像却难以准确地给出偏移距域共成像道集。波动方程叠前深度偏移成像可以有效地克服 Kirchhoff 积分法中的射线多路径问题和振幅扩散问题,很适合于复杂构造区偏移成像。在波动方程共成像道集的形成与提取方法技术研究中, Berkhout (1997) 和陈生昌 (2002) 提出利用地面平面波道集的偏移成像得到平面波参数域共成像道集的方法。但这种共成像道集只能适用于地下水平层状构造和中、低复杂构造区。为了得到适应高复杂构造区的共成像道集, Mosher and Foster (2000) 提出利用双平方根波场外推方程得到地下成像点处的偏移距波数  $k_h$  域波场,然后由投影定理把  $k_h$  转化为  $\rho_h$ , 并由此获得成像点处的  $\rho_h$  域共成像道集的方法。由于  $\rho_h$  与入射角的关系,人们也把这种共成像道集称为角度域共成像道集。但这种角度域共成像道集不是真正的角度域共成像道集,它只有在地下介质为均匀或水平层状介质的情况下才是真正的角度域共成像道集。为了得到能应用于复杂构造区的角度域共成像道集, Sava and Fomel (2003) 利用单程波偏移成像中的双平方根方程,并结合倾斜叠加,提出了一种波动方程角度域共成像道集。

本文利用波动方程单程波偏移成像中的单平方根方程进行偏移成像中震源波场和检波点波场的向下延拓,在延拓的深度层上对震源波场和检波点波场分别进行窗口 Fourier 框架展开和重构,提出一种波动方程局部角度域共成像道集方法——地下成像点处反射角共成像道集方法,把本文提出的波动

方程角度域共成像道集应用于国际标准的 Marmousi 模型数据和一条实际二维地震数据均取得了理想的结果。

## 1 方法原理

共炮道集数据的波动方程叠前深度偏移成像需要使用单程波方程的单平方根算子在深度方向分别对震源波场和检波点波场进行正向和反向外推,并在各个深度层上应用零时间成像条件提取成像波场。本文利用陈生昌等 (2001) 提出的稳定的 Born 近似波场传播算子进行偏移成像中的波场深度向下延拓。

### 1.1 稳定的 Born 近似波场传播算子

所谓稳定的 Born 近似波场传播算子就是在波场沿深度方向进行递归外推过程中,利用频率波数域的相移法公式计算参考介质(沿深度方向变化的分层均匀介质)中的波场,再利用频率空间域的 Born 近似公式计算相对于参考介质的速度扰动引起的散射波场。根据陈生昌等 (2001),由深度  $z$  上的波场  $u(x, z, \omega)$  (其中  $x$  为水平坐标,  $\omega$  为角频率),外推深度  $z + \Delta z$  ( $\Delta z$  为深度外推步长)上波场  $u(x, z + \Delta z, \omega)$  的稳定的 Born 近似波场外推算子为:

$$u(x, z + \Delta z, \omega) = u_0(x, z + \Delta z, \omega) + u_s^b(x, z + \Delta z, \omega), \quad (1)$$

其中,  $u_0(x, z + \Delta z, \omega)$  和  $u_s^b(x, z + \Delta z, \omega)$  分别为深度  $z + \Delta z$  上参考波场和稳定的 Born 近似散射波场,有

$$u_0(x, z + \Delta z, \omega) = F_x^{-1} \left\{ e^{ik_z(z)\Delta z} F_x [u(x, z, \omega)] \right\}, \quad (2)$$

$$u_s^b(x, z + \Delta z, \omega) \approx F_x^{-1} \left\{ \alpha e^{ik_z(z)\Delta z} \cdot \right.$$

$$\left. F_x \{ [e^{i\omega \frac{v_0(z)}{2} \epsilon(x, z) \Delta z} - 1] u(x, z, \omega) \} \right\}. \quad (3)$$

在上述方程中,  $F_x$  表示  $x$  方向上的 Fourier 正变换;  $F_x^{-1}$  表示  $x$  方向上的 Fourier 反变换;  $k_z(z)$  为垂向波数,有

$$k_z(z) = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_0^2(z)} - k_x^2},$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{-\frac{v_0^2(z)}{\omega^2} k_x^2}}.$$

利用 Padé 展开(三阶),得到

$$\alpha \approx (8 - 4x) / (8 - 8x + x^2).$$

其中  $x = \frac{v_0^2(z)}{\omega^2} k_x^2$ ;  $\epsilon(x, z) = \frac{1}{v^2(x, z)} - \frac{1}{v_0^2(z)}$ , 其中  $v_0(z)$ ,  $v(x, z)$  分别为深度  $z, z + \Delta z$  间的参考介质速度和真实介质速度。

### 1.2 波场的角度域分解

令在深度  $z$  有经稳定的 Born 近似波场传播算子传播得到的二维频率域波场  $u(x, z, \omega)$ , 对它进行下述的窗口 Fourier 框架展开, 有

$$\hat{u}(x_n, k_{xy}, z, \omega) = \int dx u(x, z, \omega) \cdot \tilde{g}(x - x_n) e^{-i2\pi k_{xy} x} \quad (4)$$

式中,  $x_n$  是窗口的中心位置;  $k_{xy}$  是窗口内的水平波数, 也称为局部水平波数;  $\tilde{g}(x - x_n)$  为高斯窗口函数  $g(x - x_n)$  的对偶窗口函数;  $\hat{u}(x_n, k_{xy}, z, \omega)$  为波场  $u(x, z, \omega)$  的窗口 Fourier 框架展开, 也称为窗口平面波场。

我们知道高斯窗口函数在 Heisenberg 测不准原理意义下不仅具有在相空间最优的局部特性, 而且在 Fourier 变换下其表示式不变, 因此高斯函数被普遍采用为窗口 Fourier 框架的窗函数 (Mallat, 1998; Qian and Chen, 1993, 1996). 由式(4)可知窗口 Fourier 框架的基本函数是由高斯窗函数经过平移和调制而成的, 也即一组离散的高斯窗口 Fourier 变换函数. 与小波框架不同, 窗口 Fourier 框架不能构成正交基, 因此信号的窗口 Fourier 框架分解(展开)具有一定的冗余度。

如果把所有相邻窗口中具有相同水平波数的窗口平面波波场叠加在一起, 就得到

$$\bar{u}(x_n, k_{xy}, z, \omega) = e^{i2\pi k_{xy} x} \sum_n \hat{u}(x_n, k_{xy}, z, \omega) \cdot g(x - x_n) \quad (5)$$

式中  $\bar{u}(x, k_{xy}, z, \omega)$  称为  $(x, z)$  处的局部平面波波场。

令  $(x, z)$  处的介质速度为  $v(x, z)$ , 则  $(x, z)$  处的局部水平波数  $k_{xy}$  与其相应的传播角度  $\theta_x$  有下述关系:

$$\theta_x = \sin^{-1}(k_{xy} \cdot v(x, z) / \omega) \quad (6)$$

式中  $\theta_x$  为相对于垂直向下方向的角度。

经过式(6)的坐标变量变换, 我们就可以由  $\bar{u}(x, k_{xy}, z, \omega)$  得到局部角度域的波场  $\bar{u}(x, \theta_x, z, \omega)$ . 这个局部角度域波场既具有空间的局部性又具有传播方向的局部性, 即可以在空间位置上研究波场的方向(角度)特性。

### 1.3 角度域成像和共反射角共成像道集

利用上述的波场角度域分解方法技术可把外推

深度层  $z_i$  上的空间-频率域震源波场  $u_s(x, z_i, \omega)$  和检波点波场  $u_g(x, z_i, \omega)$  分别转换为空间-角度-频率域的震源波场  $\bar{u}_s(x, \theta_{in}, z_i, \omega)$  和检波点波场  $\bar{u}_g(x, \theta_x, z_i, \omega)$ , 其中  $\theta_{in}$  和  $\theta_x$  分别为  $(x, z_i)$  处的局部入射角和散射角。

根据共炮道集数据的零时间成像原理和用于获取构造成像的互相关成像公式, 我们可以得到下述的  $(x, z_i)$  处的局部角度域成像矩阵:

$$Lim = (x, z_i, \theta_{in}, \theta_x) = \sum_{\omega} \bar{u}_s^*(x, z_i, \theta_{in}, \omega) \bar{u}_g(x, z_i, \theta_x, \omega) \quad (7)$$

其中, \*表示复共轭。

利用图 1 所示的角度关系, 我们可把成像矩阵  $Lim(x, z_i, \theta_{in}, \theta_x)$  中的角度  $\theta_{in}$  和  $\theta_x$  转换为  $(x, z_i)$  处反射面的倾角  $\theta_n$  和反射角  $\theta_r$ , 即有关系式  $\theta_n = (\theta_{in} + \theta_x) / 2$ ,  $\theta_r = (\theta_{in} - \theta_x) / 2$ , 得到倾角  $\theta_n$  和反射角  $\theta_r$  域的局部角度域成像矩阵  $Lim = (x, z_i, \theta_n, \theta_r)$ . 如果对  $Lim(x, z_i, \theta_n, \theta_r)$  进行倾角  $\theta_n$  和反射角  $\theta_r$  的求和, 可得到与常规偏移成像一致的偏移成像结果, 即

$$Im(x, z_i) = \sum_{\theta_n} \sum_{\theta_r} Lim(x, z_i, \theta_n, \theta_r) \quad (8)$$

由  $Lim(x, z_i, \theta_n, \theta_r)$  可得到只与反射角方向有关的偏移成像结果, 即对  $Lim(x, z_i, \theta_n, \theta_r)$  的所有倾角  $\theta_n$  进行求和得到下述的共反射角偏移成像, 有

$$Crim(x, z_i, \theta_r) = \sum_{\theta_n} Lim(x, z_i, \theta_n, \theta_r) \quad (9)$$

由不同的共反射角偏移成像结果  $Crim(x, z_i, \theta_r)$ , 可提取用于偏移速度分析和 AVA 分析的反射角共成像道集  $CIG(x_i, z, \theta_r)$ . 在反射角共成像道集  $CIG(x_i, z, \theta_r)$  中, 纵坐标是深度  $z$ , 横坐标是反射角  $\theta_r$ .

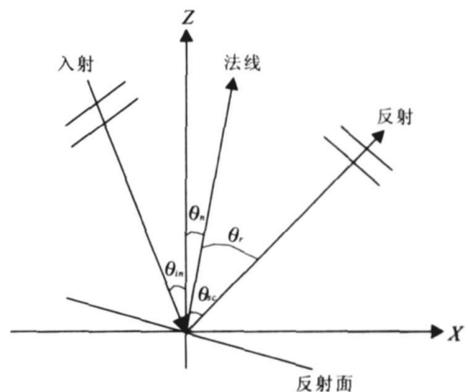


图 1 角度关系图

Fig. 1 The relationship of angles

## 2 数值试验

为了验证上节提出的波动方程角度域共成像道集方法的正确性和有效性,本文用国际标准的 Marmousi 模型数据和一条实际二维地震数据作为数值试验例子.在试验中,我们首先用 0.9 和 1.1 乘以准确的速度模型,得到一个低速模型和一个高速模型,然后再用准确模型、低速模型和高速模型进行角度域波动方程叠前深度偏移成像,最后比较这 3 个模型得到的角度域共成像道集.

### 2.1 Marmousi 模型数据试验

Marmousi 模型是法国石油研究院推出的用于验证波动方程叠前深度偏移成像和速度分析方法效果的国际标准模型.该模型不仅速度横向变化大,而且构造复杂,层位多.图 2 为 Marmousi 模型的速度分布. Marmousi 模型的地震数据共有 240 个炮集,每个炮集有 96 道,每道有 750 个采样,炮间距 25 m,道间距 25 m,采样率 4 ms.图 3 为利用图 2 所示的准确速度模型得到的角度域波动方程叠前深度偏移成像结果.

图 4 为水平距离 7 km 处由 3 个不同速度模型的角度域波动方程偏移成像得到的反射角度域共成像道集,图 4 左边和右边的共成像道集分别为由 0.9 倍和 1.1 倍速度模型得到的,图 4 中间的共成像道集为由准确速度模型得到的.由图 4 中的左边和右边两个共成像道集可看出,由于用于偏移成像的速度模型不准确,共成像道集中的同相轴没有拉平.对应于准确速度的图 4 中间的共成像道集,其同相轴基本都是拉平的,而对应于 0.9 倍速度的共成像道集,其同相轴表现为向上弯的“微笑型”,对应于 1.1 倍速度的共成像道集,其同相轴表现为向下弯的“哭脸型”.角度域共成像道集的上述随速度变化的特征与共偏移距域共成像道集的特征(Lafond and Levander, 1993)是一致的,这说明本文提出的角度域波动方程共成像道集方法是正确的.

### 2.2 实际数据试验

本文所用的实际地震数据是我国南方通南坝的一条二维线,共有 445 炮,每炮 120 道,炮间距 40 m,道间距 40 m,记录长度 5 s,时间采样率 4 ms.该实际数据对应的地下地质结构相对比较简单,但用于偏移成像的所谓准确速度模型是通过速度分析和 Kirchhoff 积分法偏移速度分析得到的,因此准确速度模型的概念是相对的,对某些层位该速度模型准

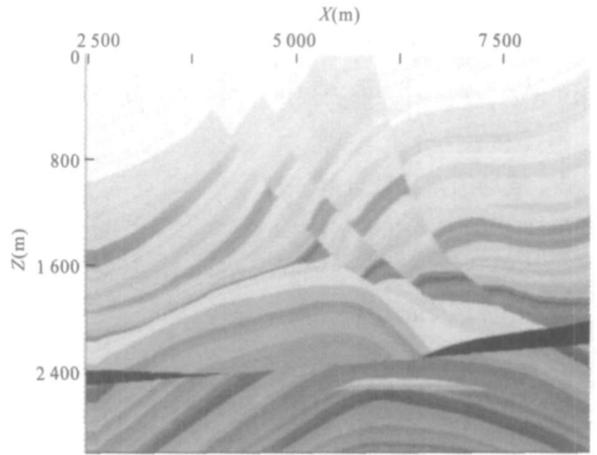


图 2 Marmousi 模型的速度场  
Fig. 2 Velocity field of Marmousi model

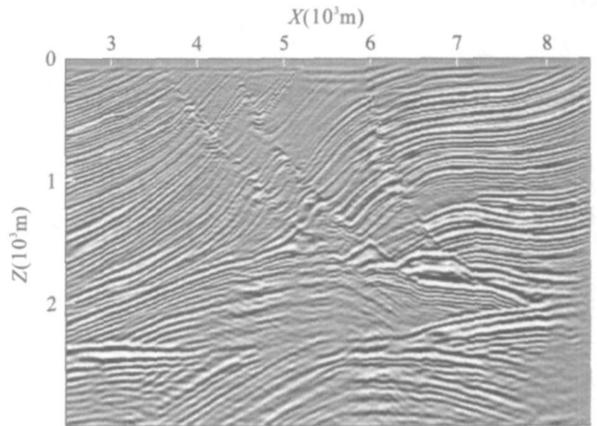


图 3 准确的 Marmousi 速度模型偏移成像结果  
Fig. 3 Migration result of Marmousi model using accurate velocity

确,对其他的就未必.图 5 为利用准确速度模型得到深度偏移成像结果,由该图可看出所得的偏移成像结果还是很不错的,层位的连续性以及一些构造细节都得到了反映.

图 6 为水平距离 10 km 处由 3 个不同速度模型的角度域波动方程偏移成像得到的反射角度域共成像道集,图 6 左边和右边的共成像道集分别为由 0.9 倍和 1.1 倍速度模型得到的,图 6 中间的共成像道集为由准确速度模型得到的.由图 6 中的左边和右边两个共成像道集可看出,由于用于偏移成像的速度模型不准确,共成像道集中的同相轴大多没有拉平.对应于准确速度的图 6 中间的共成像道集,其同相轴基本都是拉平的,而对应于 0.9 倍速度的共成像道集,其同相轴表现为向上弯的“微笑型”,对应于 1.1

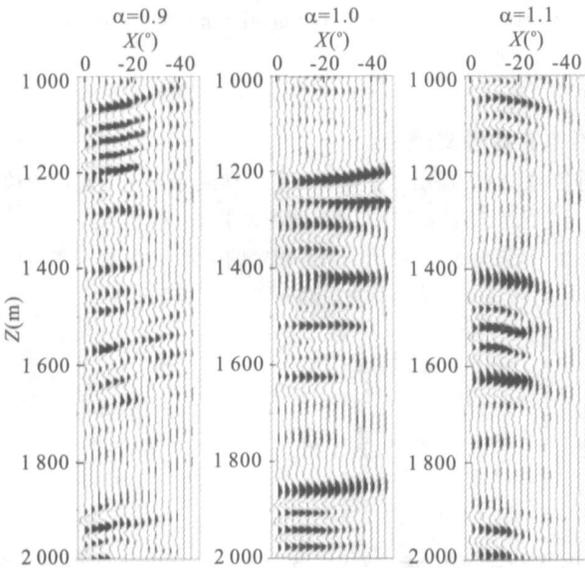


图 4  $x=7$  km 处 3 个不同速度模型的角度域共成像道集  
Fig. 4 Common image gathers of the three different velocity models at  $x=7$  km

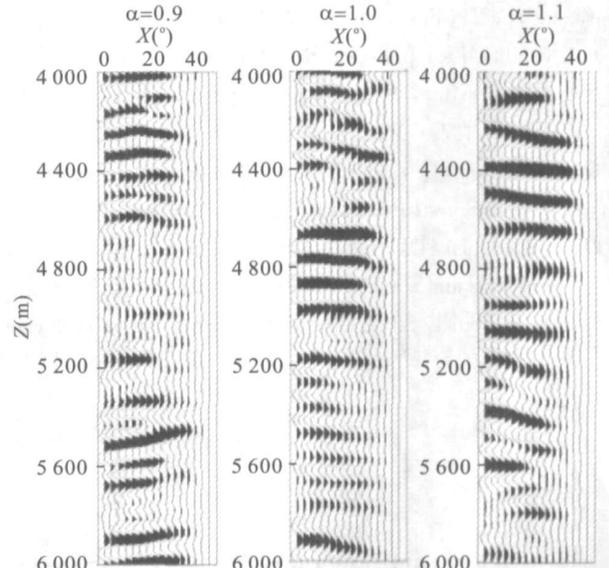


图 6  $x=10$  km 处 3 个不同速度模型的角度域共成像道集  
Fig. 6 Common image gathers of the three different velocity models at  $x=10$  km

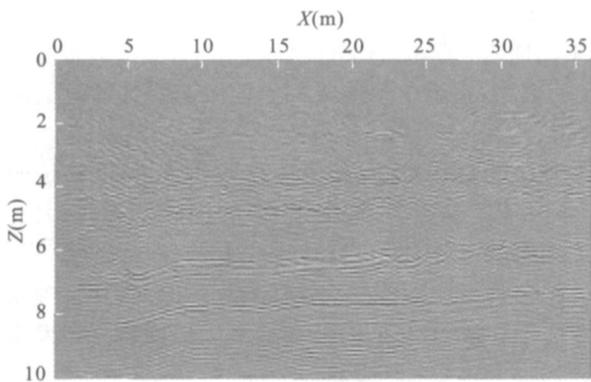


图 5 实际数据的准确速度模型偏移成像结果  
Fig. 5 Migration results of real data using accurate velocity

倍速度的共成像道集, 其同相轴表现为向下弯的“哭脸型”. 共成像道集中同相轴的这些变化特征说明本文的角度域共成像道集方法可用于实际数据.

由于用于试验的准确速度模型不是一个完全准确的速度模型, 所以图 6 中的共成像道集随速度大小的变化特征不如图 4 那么有规律. 图 6 中的个别同相轴变化特征甚至出现相反的情况, 这是分析得到的所谓准确速度模型中的个别速度不正确所致.

### 3 结论

利用波场的窗口 Fourier 框架展开方法技术得到的波动方程角度域共成像道集不同于数据空间参

数的共成像道集, 如偏移距域共成像道集和地面射线参数共成像道集, 它是一种模型空间的共成像道集. 它也不同于也称为模型空间的角度域共成像道集的  $\rho_h$  共成像道集, 它是一种真正的角度域道集. 由本文的数值试验例子可看出, 本文提出的波动方程角度域共成像道集方法对地下复杂速度模型具有很好的适应性. 本文得到的角度域共成像道集可为后续的偏移速度分析和偏移数据的 AVA 分析提供基础资料.

### References

Berkhout, A. J., 1997. Pushing the limits of seismic imaging, Part II: Integration of prestack migration, velocity estimation and AVO analysis. *Geophysics* 62, 954—969.

Chen, S. C., 2002. Research on methods for wave equation pre-stack depth migration and velocity model construction (Dissertation). Tongji University, Shanghai (in Chinese).

Chen, S. C., Cao, J. Z., Ma, Z. T., 2001. Stable pre-stack depth migration method with Born approximation. *Oil Geophysical Prospecting*, 36(3): 291—296 (in Chinese with English abstract).

Lafond, C. F., Levander, A. R., 1993. Migration moveout analysis and depth focusing. *Geophysics* 58: 91—100.

Mallat, S., 1998. A wavelet tour of signal processing. Academic Press, New York.

Mosher, C. C., Foster, D. J., 2000. Common-angle imaging condition for pre-stack depth migration. 70th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys.. Expanded Abstracts, 1379-1382.

Qian, S., Chen, D., 1993. Discrete Gabor transform. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 41(7): 2429-2436.

Qian, S., Chen, D., 1996. Joint time-frequency analysis, methods and applications. Prentice Hall PTR, NJ.

Sava, P., Fomel, S., 2003. Angle-domain common image

gathers by wavefield continuation methods. *Geophysics* 68: 1065-1074.

附中文参考文献

陈生昌, 2002. 波动方程叠前深度偏移成像与速度建模方法研究(学位论文). 上海: 同济大学.

陈生昌, 曹景忠, 马在田, 2001. 稳定的 Born 近似叠前深度偏移方法. 石油地球物理勘探, 36(3): 291-296.

\*\*\*\*\*

### 热烈祝贺《地球科学》(英文版)进入国际著名检索系统 SCIE

根据美国汤姆森科技信息集团科学信息研究所(Thomson ISI)的正式通知和 ISI 网查询,《地球科学》(英文版)(Journal of China University of Geosciences, ISSN: 1002-0705)已经被列入美国《科学引文索引(扩展库)》(SCIE)来源期刊, 2007 年第 18 卷第 1 期开始正式收录。

《地球科学》(英文版)创刊于 1990 年, 十几年来, 在中国地质大学校领导的大力支持下, 学报编辑部坚持按照国际期刊规范办刊, 坚定不移地走国际化、专业化的道路, 报道中国地球科学领域前瞻性的研究成果和最新发现, 该刊的学术质量稳步上升。

尤其是 1999 年以来,《地球科学》编辑部确立了进入 SCI 的奋斗目标, 为了提高期刊质量, 严格按照 SCI 选刊、评估标准办刊, 并且采取了一系列措施: 2003 年改革了编委会, 增加了 17 名国际编委, 2004-2006 年聘请了英国语言学博士 Paul Richard Weldon 来编辑部工作, 2005 年 9 月与国际著名出版公司 ELSEVIER 签订了合作出版、发行英文版电子版的协议; 2006 年起由国际著名出版集团 ELSEVIER 独家海外发行英文版电子版, 扩大了英文版的国际知名度. 2007 年 6 月 28 日期盼已久的美国汤姆森公司发来喜讯:《地球科学》(英文版)2007 年起正式被 SCIE 收录。

八年来,《地球科学》编辑部在中国地质大学校领导和编委会的正确领导下, 主编王亨君教授率领的《地球科学》团队求真务实, 开拓创新, 在选题策划、编辑人才培养、网站建设和国际化发展等方面付出了艰辛的努力, 取得了一次又一次的成绩, 为繁荣科技出版和地球科学事业做出了应有贡献。

今后《地球科学》编辑部将要承担着更大的压力和挑战, 要不断与时俱进, 开拓创新, 为争创国际一流科技期刊而努力奋斗。