

边坡演化的非线性时间序列多元混沌判别

周翠英, 陈 恒, 朱凤贤

中山大学工学院岩土工程与信息技术研究中心, 广东广州 510275

摘要: 以实测非线性时间序列为对象, 通过估计延迟时间与嵌入维数的相空间重构方法, 采取排除时间相关性点对的方法计算边坡系统关联维数 D_2 ; 采用改进的 Kantz 法计算最大 Lyapunov 指数、以 K_2 熵作为 Kolmogorov 熵的近似, 并引入近似熵 ApEn 及系统复杂度混沌特征指标, 研究了边坡演化的多元混沌特征。通过实例分析, 发现多数边坡系统关联维数 D_2 为非整数, 最大 Lyapunov 指数、熵值均大于零以及系统复杂度位于 $(0, 1)$ 区间偏小值, 通过与确定性系统特征量的比较, 揭示了边坡系统的混沌特征, 并得出临滑阶段边坡混沌特征最为明显的结论。

关键词: 边坡演化; 非线性位移—时间序列; 相空间重构; 多元混沌判别。

中图分类号: P642.22

文章编号: 1000-2383(2008)03-0393-06

收稿日期: 2008-03-30

Multivariable Chaotic Discrimination for Slope Evaluation According to Their Nonlinear Displacement-Time Sequence

ZHOU Cui-ying, CHEN Heng, ZHU Feng-xian

Research Centre for Geotechnical Engineering and Information Technology, School of Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: According to the displacement-time sequence data of several slopes, the multivariable chaotic features of slope evaluation process are discussed, including reconstruction for their phase-space by the estimation of delayed time and embedded dimension method, calculation for the correlation dimension D_2 of the slope system by eliminating the time correlative points. Then, the multivariable chaotic features of the slopes are studied by calculating their maximum Lyapunov index using the improved Kantz method and taking K_2 as the similar one of Kolmogorov entropy, and by introducing the approximation entropy—ApEn and the chaotic feature index describing the complexity degree of the system. Example analysis shows that the correlation dimension D_2 is a non-integral number for most of slope systems, the maximum Lyapunov index and the entropy value are all bigger than 0, and the complexity degree of the system is located on the interval of $(0, 1)$. By comparing the calculated data with the actual characteristic value of the slope systems, the chaotic features of the slope system are revealed and the chaotic features are clearer in the time period closed to sliding.

Key words: slope evaluation; nonlinear displacement-time sequence; displacement-phase space reconstruction; multivariable chaotic discrimination.

众所周知, 边坡系统是一个复杂的非线性动力系统, 其演化具有从混沌到有序的特征(黄润秋和许强, 1996; Zhou, 2000; 於崇文, 2002)。边坡演化混沌特征分析的首要问题是混沌特征量指标的计算与判别。根据混沌动力学理论, 系统的关联维数、Lyapunov 指数、 K 熵是其混沌特征的主要依据(刘秉正

和彭建华, 2004)。国内外的学者经过探索给出了混沌判别的基本方法(Qin *et al.*, 2001; Zhou *et al.*, 2001; 吕金虎等, 2002; 刘秉正和彭建华, 2004): (1) 如果边坡系统吸引子的关联维数为一个分数, 那么就可以判断边坡含有混沌成分; (2) 最大的 Lyapunov 指数大于零, 就可以肯定混沌的存在; (3) 边

坡系统的 Kolmogorov 熵收敛且为一正数也能表明其混沌特征。但是,也有学者研究发现,不能以上述方法中的一种或几种作为诊断或判定边坡是否具有混沌特性的依据,如对 Duffing 方程研究发现(黄胜伟, 2002)。若 Lyapunov 指数大于零而关联维数为零,或关联维数大于零而 Lyapunov 指数小于零,系统不是混沌而是周期运动。故更为系统深入地研究混沌判别方法是必须的。对于边坡系统而言,其系统监测数据少,含有噪声,因而,引入数据量要求较低、抗噪能力较好的混沌特征量计算方法是有益的。

在边坡演化方程未知的情况下,现今一般采用的 Takens(1981)时间延迟重构相空间方法,因其隐含了测量数据具有无限精度的假设,对边坡混沌研究并不适用;并且任意选择延迟时间和独立估计延迟时间与嵌入维数的方法可能造成特征量计算效率低或者相点稀疏,因而,适应边坡系统特点的相空间重构方法需要探索。

本文针对边坡监测数据特点,同时估计延迟时间 τ 和嵌入维数 m 进行边坡相空间重构,采用较新方法计算边坡关联维数、最大 Lyapunov 指数、Kolmogorov 熵,并引入近似熵 ApEn 及系统复杂度指标,从多个角度揭示边坡演化的混沌特性,并通过实例分析建立边坡系统的多元混沌判据。

1 边坡演化的非线性时间序列相空间重构

针对边坡系统监测数据特点,采用 Kim *et al.* (1999)提出的能够同时估计 τ 和 m 、需求数据较少、抗噪能力较好的 C-C 方法进行边坡相空间重构,以位移监测数据为对象,步骤如下:

(1) 设 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_N$ 为监测所得的边坡位移数据序列,按时间延迟重构方法,将此时间序列重构成 m 维相空间如下:

$$\mathbf{X}_i = [\delta_i, \delta_{i+k}, \delta_{i+2k}, \dots, \delta_{i+(m-1)k}]^T$$

$$(i = 1, 2, \dots, N - (m-1)k), \mathbf{X}_i \in R^m, \quad (1)$$

式(1)中: k 为延迟时间指数($k=1, 2, \dots$),假如测量边坡位移的时间间隔为 τ_s (即测量 δ_i 与 δ_{i+1} 之间的时间间隔),那么延迟时间 $\tau = k\tau_s$; \mathbf{X}_i 为 m 维相空间里的一个相点; $\{\mathbf{X}_i\}$ 则为 m 维相空间里的一个相型。相点的连线即表征了边坡的演变轨迹。

(2) 定义嵌入时间序列的关联积分:

$$C(m, N, r, k) = \frac{2}{M(M-1)} * \left[\sum_{j=1}^M \sum_{i=j+1}^M \Theta(r - \|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|) \right], r > 0, \quad (2)$$

式(2)中:当 $\alpha < 0, \Theta(\alpha) = 0$; 当 $\alpha \geq 0, \Theta(\alpha) = 1$; N 为数据集的大小; k 是时间延迟指数; $M = N - (m-1)$, k 为 m 维空间的相点数; $\|\cdot\|$ 为 Euclidean 距离。

(3) 引入函数:

$$S(m, N, r, k) = C(m, N, r, k) - C^m(1, N, r, k), \quad (3)$$

为了研究非线性依赖关系并且消除与时间有关的伪关联性,将位移时间序列 $\{\delta_i\} (i=1, \dots, N)$ 分成 k 个不相交的子序列,这里 k 是延迟时间指数,则:

$$S(m, N, r, k) = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k [C_s(m, N/k, r, k) - C_s^m(1, N/k, r, k)], \quad (4)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时,有:

$$S(m, r, k) = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k [C_s(m, r, k) - C_s^m(1, r, k)] (m = 2, 3, \dots). \quad (5)$$

(4) 固定 m 和 k , 选择 n 个代表性的 r_j , 定义:

$$\Delta S(m, k) = \max\{S(m, r_j, k)\} - \min\{S(m, r_j, k)\}. \quad (6)$$

(5) 定义下列平均量:

$$\bar{S}(k) = \frac{1}{16} \sum_{m=2}^a \sum_{j=1}^b S(m, r, k), \quad (7)$$

$$\Delta \bar{S} = \frac{1}{4} \sum_{m=2}^a \sum_{j=1}^b \Delta S(m, k), \quad (8)$$

$$S_{\text{cor}}(k) = \Delta \bar{S}(k) + |\bar{S}(k)|. \quad (9)$$

(7)~(9)式中: a 为数值实验 m 上限, b 为 r_j 个数,一般, $r_j = 0.5 * j * \sigma$, σ 为数据集的标准差。

(6) 以 $\bar{S}(k)$ 第一个零点,或 $\Delta \bar{S}(k)$ 第一个极小值中寻找数据相互独立的局部最优时间,此最优时间对应延迟时间 $\tau = k\tau_s$, τ_s 为单位时间;寻找 $S_{\text{cor}}(k)$ 最小值点,给出延迟时间窗口 $\tau_w = k\tau_s$,从而确定延迟时间 τ 和嵌入维数 m 。

2 边坡演化混沌特征判别指标与计算方法

2.1 边坡关联维数 D_2

以上为 C-C 法重构边坡位移时间序列相空间,关联积分如式(2),因为固定 N, k , 式(2)简写为 $C(m, r)$, 关联维数的定义为:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(m, r)}{\ln r}, \quad (10)$$

通常的方法是给定一些 m 的值,画出 $\ln C(m, r) - \ln r$ 曲线,通过考察曲线中直线段的斜率确定关联维数.但这种方法对于边坡这种有限数据集,计算出的 D_2 可能比真实值小.本文采取排除时间相关性点对的办法(Theiler, 1986; Provenzale *et al.*, 1994)对式(2)进行修正,即假定相点在经过 $t_{\min} = n_{\min} \tau_s$ 后不再产生时间相关性.于是,式(2)修正为:

$$C(m, r) = \frac{2}{(m - n_{\min})(M - n_{\min} - 1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+n_{\min}}^M \Theta(r - \|X_i - Y_j\|), \quad (11)$$

式(11)中: n_{\min} 为产生时间相关性的点的最小个数;其他变量的含义与式(2)相同.在确定 t_{\min} (即确定 n_{\min})时,我们采用空间-时间分离图的方法(Grassberger and Procaccia, 1983; 成秋明, 2006)来确定,基本思想是:在时间相关性存在的条件下,作分离时间 Δt 和空间距离 r 为自变量、点对的数目为函数的等值线图来识别.

2.2 边坡最大 Lyapunov 指数

Wolf *et al.* (1985)提出的直接基于相轨线的演变估计最大 Lyapunov 指数算法是现今较通用的方法,但此法要求较大数据量,抗噪能力较差,对边坡系统应用易发生不收敛.近年来, Kautz and Schreiber(1997)提出的方法在其他工程领域的应用取得了较好效果,本文以此法为基础,并进行适当改进,以向量的 Euclidean 范数作为向量间的距离,在邻近点集中排除时间相关性强的点,其主要计算步骤如下:

(1)按(1)式重构边坡位移时间序列相空间;

(2)在 X_i 的 ϵ 邻域内寻找所有的邻近点 X_j ,同时排除时间相关性点,即:

$$\begin{cases} \text{Dist}(X_j, X_i; 0) = \|X_j - X_i\| < \epsilon, \\ |j - i| > p \end{cases}, \quad (12)$$

式(12)中: $\text{Dist}(X_j, X_i; 0)$ 为向量 X_j 与 X_i 之间起始时刻的距离; $\| * \|$ 为 Euclidean 距离; p 为时间序列的平均周期,可按(11)式中时间分离图的方法确定.满足上面条件的邻近点构成的集合记为 u_j ;

(3)经过 $t * \tau_s$ 后, X_i 演变到 X_{i+1} , 这时 X_i 所有的邻近点 X_j 演变到 X_{j+1} , 则之间的距离为:

$$\text{Dist}(X_j, X_i; t) = \|X_{j+1} - X_{i+1}\| (t = 1, 2, \dots), \quad (13)$$

按最大 Lyapunov 指数的定义,有下式成立:

$$\text{Dist}(X_j, X_i; t) = \text{Dist}(X_j, X_i; 0) e^{\lambda_1 t}, \quad (14)$$

两边取对数,整理可得:

$$\frac{1}{\tau_s} \ln \text{Dist}(X_j, X_i; t) = \frac{1}{\tau_s} \ln \text{Dist}(X_j, X_i; 0) + \lambda_1 t, \quad (15)$$

λ_1 为与 $\frac{1}{\tau_s} \ln \text{Dist}(X_j, X_i; t) - t$ 曲线的斜率.为减小误差,对所有的邻近点以及对所有由 X_i 点出发的轨道进行平均,即计算:

$$S(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \ln \left(\frac{1}{|u_j|} \sum_{X_j \in u_j} \text{Dist}(X_j, X_i; t) \right), \quad (16)$$

式(16)中: M 为相点总数; $|u_j|$ 表示集合 u_j 中的元素个数;

(4)作 $\frac{1}{\tau_s} S(t) - t$ 曲线,其斜率就是 λ_i .

2.3 Kolmogorov 熵

以 Kolmogorov 熵的定义直接计算边坡系统的 Kolmogorov 熵是较为困难的,本文借助 2 阶 Renyi 熵 K_2 对 K 熵进行估计,并以关联积分近似代替概率密度函数,定义为:

$$K_2 = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \cdot \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{m \tau} \ln C(m, r), \quad (17)$$

由定义: $0 \leq K_2 \leq K$; 对于随机系统, $K_2 \rightarrow \infty$; 对于混沌系统, $K_2 \neq 0$. 对于边坡位移时间序列,选取合适的延迟时间 τ , 重构 m 维相空间,经推导得:

$$K_2(m, r) = \frac{1}{\tau} \ln \frac{C(m, r)}{C(m+1, r)}, \quad (18)$$

$$K_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} K_2(m, r). \quad (19)$$

2.4 近似熵

应用 K 熵或 K_2 熵研究系统的混沌特性,较难单独反映规则运动成分的特征,并且 K 熵研究中,要求一定的数据长度 N (N 一般大于 100), 才能达到较好效果,这对边坡工程是有一定难度的.对这一问题,本文引入近似熵 (ApEn) (Pincus, 1995) 混沌指标,计算方法如下:

对按(1)式重构的边坡位移时间序列相空间,定义矢量 X_i 与 X_j 之间的距离 $d | X_i, X_j |$ 为它们各分量之间最大距离,即:

$$d | X_i, X_j | = \max | \delta_{i+k-1} - \delta_{j+k-1} |, k = 1, 2, \dots, m, \quad (20)$$

类似关联积分,定义:

$$C_i^m(r) = d | X_i, X_j | \leq r, X_i \text{ 的个数} / (N - m + 1), \quad (21)$$

再令:

$$\Phi^m(r) = (N - m + 1)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \ln C_i^m(r), \quad (22)$$

$\Phi^m(r)$ 便表示序列 $\{X_i\}$ 平均自相关程度. 则定义近似熵:

$$ApEn = \Phi^m(r) - \Phi^{m+1}(r), \quad (23)$$

具体计算得:

$$ApEn = \frac{1}{N-m} \left\{ \sum_{i=1}^{N-m} [\ln C_i^m(r) - \ln C_i^{m+1}(r)] \right\} = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} \left[\ln \frac{C_i^m(r)}{C_i^{m+1}(r)} \right] = \ln \frac{C_i^m(r)}{C_i^{m+1}(r)}, \quad (24)$$

式(24)中“ \quad ”表示对不同 i 求平均. 对于关联维、Lyapunov 指数等, 如果 N 较小, 可能无法收敛或者有较大误差. 但 $ApEn$ 是人为定义的, 对数据量要求较宽松, 通常 $N=100$ 左右仍可计算; 并且, $ApEn$ 具有较好的鲁棒性, 对时间序列中存在的少数异常数据不敏感, 这对于边坡实测数据很有利. 对于实际的随机信号(白噪声), $ApEn$ 不会像 K 熵趋于无穷大, 而是趋于有限值, 所以更为合理.

2.5 系统复杂度

系统复杂度是定量化描述系统复杂程度的混沌特征量, 并具有静、动态分布特征, 易于计算, 能够弥补分维、Lyapunov 指数、 K 熵混沌判断指标存在的不足(刘秉正和彭建华, 2004), 笔者将其引入边坡混沌特征研究中. 复杂度计算包括统计复杂度和算法复杂度两类概念, 由于无法确定边坡系统的演化方程, 故在边坡系统混沌特征研究中, 算法复杂度具有较大意义. 利用符号序列研究系统复杂度, 计算的是 L-Z 复杂度(Lopez-Ruiz *et al.*, 1995), 记为 C_{LZ} , 具体计算过程如下:

(1) 将要分析的时间序列离散化表示为一数列或字符串 (x_1, x_2, \dots, x_n) , 设其平均值为 \bar{x} . 对其粗粒化: 用二进制的两个数字(1, 0)组成的符号序列代替原数列, 即原数列中大于 \bar{x} 的数取为 1, 小于 \bar{x} 的数取为 0.

(2) 设字符串: $S=S_1S_2 \dots S_r$; Q 是在 S 后新加的字符串; SQ_π 表示在字符串 SQ 中删去最后一个字符所得到的字符串; $\nu(SQ_\pi)$ 表示 SQ_π 中所有不同子字符串的集合.

(3) 规定: ①对于原字符串 S , 如果后加的字符串 Q 包含在 S 中(Q 与 S 中某一子字符串 S 相同), 则 Q 称为是 S 的复制, SQ 被认为是与 S 属于同一段; ②如果 Q 不包含在 S 中, 则 Q 认为是插入. 每遇插入, 便认为分段数增加 1, 分段与分段之间用分隔

号“.”分隔开; ③字符串的未归一化的复杂度按分段数计, 即复制时复杂度不变, 而每次插入使复杂度加 1; ④每一字符串的第一字符总是算作新字符而且单独占一段.

(4) 按如上规定, 从字符串 S 的第一个字符开始计算整个字符串的分段数, 也就是它的未归一化的复杂度数 $c(N)$.

(5) $c(N)$ 的归一化:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} c(N) = b(N) = N/\log_2 N, \quad (25)$$

$$C_{LZ}(N) = c(N)/b(N). \quad (26)$$

(6) 计算平均复杂度: 将时间序列分为 N/L 个长度为 L 的窗口, 对窗口内的数据按上述方法计算复杂度 $C_{LZ}(L)$. 对这 N/L 个窗口分别计算其复杂度, 即整个时间序列平均复杂度.

3 基于时间序列的边坡系统多元混沌判别

选取某高速公路工程 4 个重点监控的高边坡实际位移监测资料, 研究边坡的混沌特征, 建立边坡系统的多元混沌判别.

3.1 边坡概况

广东省某高速公路工程 4 个重点边坡分别为 K97+640、K96+170、K17+320 及 K87+450, 边坡所在的地貌单元均属剥蚀丘陵地貌区, 其中 K97+640 和 K96+170 右侧边坡由第四系覆盖层和下伏混合花岗岩组成, 地下水发育; K17+320 左侧边坡地层为第四系覆盖层, 基岩为混合花岗岩, 地下水不发育; K87+450 边坡表层为第四系坡积亚粘土, 下伏全一弱风化花岗岩, 地下水不发育. 4 个边坡于 2004 年 9 月—10 月开始监测, 根据监测报告, K96+170 边坡与 K87+450 边坡分别于 2005 年 6 月中下旬发生小面积滑坡, K97+640 边坡位移监测亦明显增大, 而同期 K17+320 边坡位移无明显变化.

3.2 相空间重构

对 4 个边坡位移监测资料按 C-C 法进行相空间重构, 取得基本相同结果. 图 1 为 K97+640 右侧边坡位移监测结果.

如图 2, ΔS 较 S 首先出现极值, 此时 $k \approx 7$; 当 $k=15$ 时, S_∞ 出现最小值, 则延迟时间窗口为 15; 由 $7(m-1)\tau_s = 15\tau_s$, 取最小整数, 得 $m=3$. 则以延迟时间 $\tau=7\tau_s$, $m=3$ 对地表整体位移时间序列, 重构

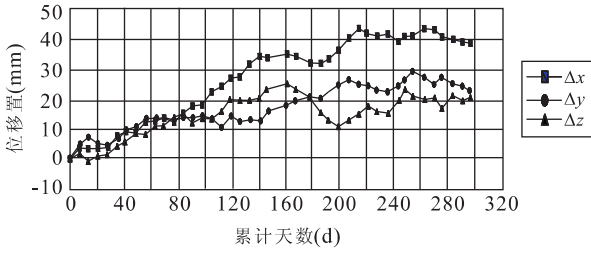


图 1 x, y, z 方向分量位移曲线

Fig. 1 Displacement curves in x, y, z directions

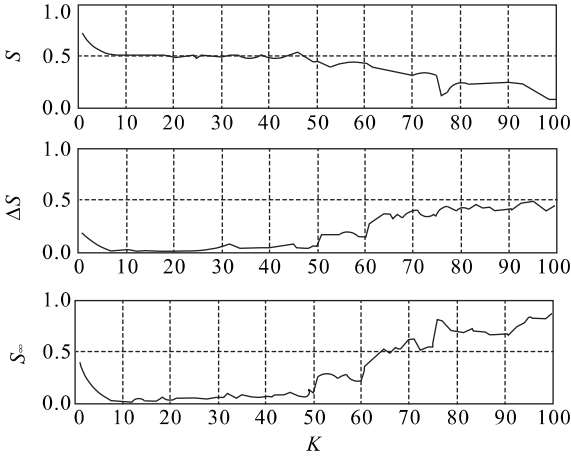


图 2 相空间重构分析曲线

Fig. 2 Curves show the reconstruction of phase space

表 1 不同边坡混沌特征量计算值

Table 1 Calculation data show the chaotic features of different slopes

名称	D_2	最大 L 指数 λ	K_2 熵	近似熵 ApEn	复杂度 C_{LZ}
K97	2.73	0.083 9	0.001 09	0.003 9	0.104 5
K87	2.66	0.051 3	0.001 55	0.010 6	0.210 3
K96	2.89	0.069 2	0.003 78	0.010 9	0.148 7
K17	4.52	-1.336 5	不收敛	不收敛	54

表 2 不同状态运动的特征量取值比较

Table 2 Comparison of different characteristic values from different motion types of slopes

运动状态	维数	Lyapunov 指数 λ	熵 (K 或 ApEn)	复杂度 C_{LZ}
定点运动	0	< 0	0	0
周期运动	1	$\lambda_{max} = 0,$ 其余 $\lambda < 0$	0	(0, 1) 极小
准周期运动	2	$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,$ 其余 $\lambda < 0$	0	(0, 1) 较小
混沌运动	非整数	$\lambda_{max} > 0$	$(0, \infty)$	(0, 1)
白噪声	非整数, 不确定	无明确定义, 实测 $\lambda_{max} > 0$	理论定义 ∞	

注: λ_1, λ_2 表示最大和第二大 L 指数.

相空间.

3.3 混沌特征量的求取与混沌特征判别

分别按照本文混沌特征量的求取方法计算关联维数、最大 Lyapunov 指数、 K 熵、近似熵和 L-Z 复杂度, 计算结果见表 1.

非线性动力学研究表明 (刘秉正和彭建华, 2004): 非线性系统内部特征量的取值情况可以用来表征系统所处的运动状态 (表 2). 因此, 我们通过综合考虑关联维数、最大 Lyapunov 指数、 K 熵、近似熵和 L-Z 复杂度的取值情况进行边坡系统的混沌判别. 参照表 2 可知, 除 K17+320 边坡外, 计算所得的边坡特征量值全部在期盼标准范围内. 表明多数边坡演化具有混沌特点, 并且依据监测资料显示, 除 K17+320 左侧边坡外, 其他边坡均处于临近破坏状态, 说明在临滑失稳阶段边坡系统混沌特征显著.

4 结论

(1) 研究表明: 对于边坡系统, 最优相空间延迟时间 τ 介于 $7 \sim 15\tau_s$ 之间, 而嵌入维数约为 3; 边坡系统关联维数为非整数, 最大 Lyapunov 指数、熵值均大于零, 复杂度位于 $(0, 1)$ 区间偏小值, 说明了影响边坡演变的因素中除了有通常认为的确定性成分和随机成分外, 还存在混沌成分, 边坡演化具有混沌特性.

(2) 近似熵 ApEn 以及系统复杂度混沌特征量的引入, 是边坡混沌特征判断的新方法, 与关联维数, 最大 Lyapunov 指数和 K 熵一起, 能够建立起较为完善的边坡多元混沌判断理论, 并且为其他非线性系统混沌研究提供借鉴.

(3) 基于监测的位移时间序列数据进行边坡的混沌特征分析与判别是一项较有意义的工作, 可为边坡演化规律研究提供重要的基础和研发新途径.

References

Cheng, Q. M., 2006. Singularity-generalized self-similarity-fractal spectrum (3S) models. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 31(3): 337—348 (in Chinese with English abstract).

Grassberger, P., Procaccia, I., 1983. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, 9: 189—208.

Huang, R. Q., Xu, Q., 1996. The application of nonlinear

- theory in engineering geology. *Bulletin of National Natural Science Foundation of China*, 2: 79—84 (in Chinese with English abstract).
- Huang, S. W., 2002. Study on chaotic vibration of engineering structures, algorithms of chaotic maximum optimization and its application [Dissertation]. Hehai University, Nanjing (in Chinese with English abstract).
- Kautz, H., Schreiber, T., 1997. Nonlinear time series analysis. Cambridge University Press, Cambridge.
- Kim, H. S., Eykholt, R., Salas, J. D., 1999. Nonlinear dynamic, delay times, and embedding windows. *Physica D*, 127: 48—60.
- Liu, B. Z., Pen, J. H., 2004. Nonlinear dynamic mechanics. Higher Education Press, Beijing (in Chinese).
- Lopez-Ruiz, R., Manolni, H. L., Calet, X. A., 1995. A statistical measure of complexity. *Phys. Lett.*, 209(5—6): 321—326.
- Lü, J. H., Chen, J. A., Chen, S. H., 2002. Chaotic time sequence analysis and application. Wuhan University Press, Wuhan (in Chinese).
- Pincus, S. M., 1995. Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure. *Chaos*, 5(1): 110—117.
- Provenzale, A., Smith, L. A., Vio, R., et al., 1994. Distinguishing between low-dimensional dynamics and randomness in measured time series. *Physica D*, 58: 31—49.
- Qin, S. Q., Jiao, J. J., Wang, S. J., et al., 2001. A nonlinear catastrophe model of instability of planar-slip slope and chaotic dynamical mechanisms of its evolutionary process. *International Journal of Solids and Structures*, 38: 8093—8109.
- Takens, F., 1981. Detecting strange attractors in turbulence. In: Dynamical systems and turbulence. *Lecture Notes in Mathematics*, 898: 366—381.
- Theiler, J., 1986. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data. *Phys. Rev. A*, 34(3): 2427—2432.
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., et al., 1985. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, 16(3): 285—317.
- Yu, C. W., 2002. Complexity of geosystems: Basic issues of geological science (I). *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 27(5): 509—519 (in Chinese with English abstract).
- Zhou, C. Y., 2000. Nonlinear features and prognosis of landslides, landslides in research, theory and practice. *Thomas Telford, London*, 1(1): 267—272.

附中文参考文献

- 成秋明, 2006. 非线性成矿预测理论: 多重分形奇异性—广义自相似性—分形谱系模型与方法. *地球科学——中国地质大学学报*, 31(3): 337—348.
- 黄润秋, 许强, 1996. 非线性理论在工程地质中的应用. *中国科学基金*, 2: 79—84.
- 黄胜伟, 2002. 工程结构混沌振动、混沌最优化算法及其应用 [博士学位论文]. 南京: 河海大学.
- 刘秉正, 彭建华, 2004. 非线性动力学. 北京: 高等教育出版社.
- 吕金虎, 陈君安, 陈士华, 2002. 混沌时间序列分析及其应用. 武汉: 武汉大学出版.
- 於崇文, 2002. 地质系统的复杂性——地质科学的基本问题 (I). *地球科学——中国地质大学学报*, 27(5): 509—519.