

# 饱水粘性土主固结理论(续):主固结过程 粘性土含水量与时间的关系

沈孝宇, 初振环

深圳市工勘岩土工程有限公司, 广东深圳 518026

**摘要:** 论文的前文(饱水粘性土主固结理论)已从理论上导出粘性土“主固结比( $\eta$ )”、“极限主固结量( $S_{\eta}$ )”及其主固结度 $U_{\eta}$ 的计算方法,它们取决于粘性土的初始含水量和液限( $W_i$ 、 $W_L$ )而与固结应力 $p$ 无关。作为前文的续篇,主要是探求一维主固结过程含水量和时间( $t$ )的变化关系( $W_t = f(t, z)$ )。根据一维固结物理模型及假设条件建立的含水量为因变量的主固结二阶偏微分方程并通过特定的边界条件和初始条件,利用分离变量法和三角函数正交原理解得主固结过程含水量和时间的关系式,并获得主固结系数 $\Theta$ 及其时间因数 $\Delta$ 的新表达式,它们在形式上与太沙基固结方程相似,但实质内容上不一致,前者是探索粘性土含水量变化,后者是超静孔压 $u$ 的变化,利用新的一维主固结方程进一步导出主固结量( $S_t$ ),平均主固结度( $U_t$ )及主固结剩余量( $\Delta S$ )等新一组表达式,利用工程实际数据分别计算表明新的主固结系数 $\Theta$ 所含的相关物理量除含水量外,其他的物理量如渗透系数( $K$ ),超静孔压水头高度( $h_1$ ),粘性土比重( $G_s$ )等都不具实质的影响。

**关键词:** 一维固结; 主固结系数; 主固结时间因素; 超静孔隙水压力。

中图分类号: P642

文章编号: 1000-2383(2009)05-0861-09

收稿日期: 2008-12-01

## Primary Consolidation Theory of Saturated Soft Clay (Continuation): The Relationship between Clay's Water Content and Time during Primary Consolidation

SHEN Xiao-yu, CHU Zhen-huan

Shenzhen Gongkan Geotechnical Engineering Co., Ltd., Shenzhen 518026, China

**Abstract:** The primary consolidation ratio, utmost primary consolidation and the calculational methods of primary consolidation degree have been draw in the last paper (Study on the Theory Primary Consolidation of Saturated Soft Clay), they lie on the initial moisture and liquid limit, but they are independent of consolidate stress. Qua continuation, the connection of moisture and time during one dimensional consolidation has been searched. According to the one-dimensional-consolidated model and assumption, the second-order partial differential equations which moisture as the dependent variable has been established according to the one-dimensional-consolidated model and assumption. Through specific boundary conditions and initial conditions, using separation of variables and trigonometric functions orthogonal winner of the consolidation process of understanding the relationship between water content and style. The new formula of coefficient of primary consolidation and time factor has been obtained. They are similar in form with Terzaghi consolidation equation, but they are different in the substance, the former has searched change of the water content of soft clay, but the latter has searched change of excess pore water pressure. The new expressions of primary consolidation, the average degree of consolidation and remainder of primary consolidation have been drawn by the new one-dimensional primary consolidation equation. According to engineering data, it has been indicated that permeability coefficient, excess pore water pressure head, and the proportion of soft clay have not affected the new coefficient of primary consolidation  $\Theta$ , except moisture.

**Key words:** one dimensional consolidation; coefficient of primary consolidation; time factor of primary consolidation; overpore water pressure.

# 0 引言

“饱水粘性土主固结理论”(以下简称前文)于 2005 年 7 月发表在《地球科学——中国地质大学学报》第 30 卷第 4 期上,前文已从理论上导出了粘性土的“主固结比”(  $\eta$  ),“极限主固结量”(  $S_\eta$  )以及“绝对固结度”(  $U_\eta$  )等计算方法,并指出了由于主固结过程土孔隙中的重力水排出有极限量,它相当于土的“液限含水量”,因此上述计算方法与传统的计算方法不一致,它和荷载大小(即固结应力)无关系。

本文作为前文的续篇,将进一步探讨在主固结过程粘性土含水量(  $W_t$  )的变化与主固结时间(  $t$  )的关系,由此导出“极限主固结量”、“绝对固结度”与主固结时间的关系,它们虽与太沙基一维固结表达式形式上相似,但在解析的出发点和实质上有所差别,理论上亦不相同。

## 1 一维主固结概念及其物理模型

饱水粘性土(二相土)在荷载作用下(这种荷载可以瞬时施加,也可以逐级施加)或在真空时的大气压力作用下,形成超静孔隙水压力(下简称孔压),土孔隙中的重力水因孔压差而排出,随着孔隙中的含水量降低,孔隙体积亦减少(Shen, 1985; Shen and Sun, 1996)。这个随时间的变化过程,也就是饱和粘

性土主固结过程。主固结量(  $S_t$  )和时间(  $t$  )的关系(即主固结度  $U_t=f(t)$  的关系)亦已由太沙基一维固结理论阐述清楚(太沙基, 1960; 高大钊, 1992; 陈仲颐等, 1994; 赵成刚等, 2004)。以下将研究主固结过程中含水量和主固结时间的关系,即  $W_t=f(t)$ 。

## 2 一维主固结物理模型及假定条件

### 2.1 一维主固结物理模型(见图 1)

### 2.2 假定条件

- (1) 二相土;
- (2) 均质粘性土;
- (3) 固体土粒、结合水及自由水是不可压缩的;
- (4) 在主固结过程中,渗透系数(  $K$  )是常量;
- (5) 超静孔隙水压力水头变化与含水量变化是线性关系;
- (6) 固结荷载是瞬时施加的。

## 3 主固结含水量( $W_t$ )—时间( $t$ )微分方程的建立

依据上述一维主固结物理模型及假定条件,在饱和粘性土层中取任意深度(  $z$  )处的一个微元体,其体积为  $1 \times 1 \times dz$ ,此微元体的孔隙体积(  $V_w$  )与固体颗粒体积(  $V_s$  )分别表达如下:

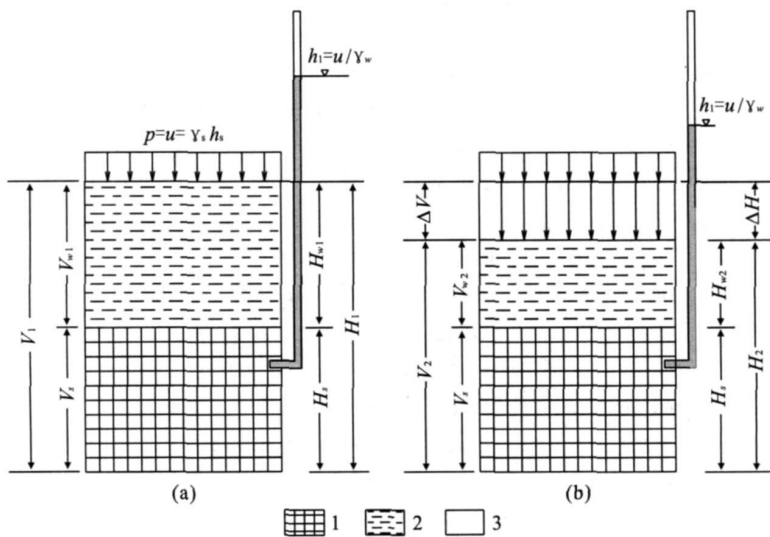


图 1 两相土的主固结物理模型

Fig. 1 Physical model of primary consolidation on two-phase soil

a. 软土(两相土)初始状态(  $t=0$  ); b.  $t$  时间排水后固结状态(  $t=t_1$  ); 1. 固体状态(固体颗粒及结合水); 2. 液态水(孔隙中的重力水); 3. 排出液态水后减少的孔隙体积

$$V_w = \frac{e}{1+e} dz, \tag{1}$$

$$V_s = \frac{1}{1+e} dz, \tag{2}$$

式(1)、(2)中  $e$  为土的孔隙比。

微元体在  $dt$  时间内在垂直方向排水的水量( $dq$ )应等于微元体在  $dt$  时间内孔隙体积的减小, 即:

$dt$  时间排出水量

$$dq = \frac{\partial v}{\partial z} \times 1 \times 1 \times dz \cdot dt, \tag{3}$$

依据达西定律

$$v = K_i = \frac{K \partial h}{\partial z}, \tag{4}$$

式(4)中:  $h$  为孔压形成水头高度。

因为,  $u = h \cdot \gamma_w$ ,  $h = \frac{u}{\gamma_w}$ ,  $u$  为孔压,  $\gamma_w$  为水的重度。

式(3)可改为:

$$dq = \frac{K}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \times 1 \times 1 \times dz \times dt, \tag{5}$$

$dt$  时间孔隙体积的减少:

$$dV = - \frac{\partial n}{\partial t} \times 1 \times 1 \times dz \times dt, \tag{6}$$

式(6)中, 孔隙率  $n = \frac{e}{1+e} = \frac{V_w}{V_1}$ ,  $V_1$  为土的单元总体积;  $V_w$  为单元体内孔隙体积(也是孔隙中自由水体积)。

$$\partial n = \frac{1}{V_1} \partial V_w.$$

一维固结条件下, 单元体内孔隙体积可用其高度表示即:

$$\partial n = \frac{1}{H_1} \partial H_w.$$

依据前文(12)式, 主固结比( $\eta$ ):

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} = \frac{H_{w1} - H_{w2}}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1},$$

$$\begin{aligned} \partial \eta &= - \frac{1}{H_1} \partial H_2 = - \frac{1}{H_1} \partial (H_s + H_w) = \\ &= - \frac{1}{H_1} \partial H_w. \end{aligned}$$

代入上式得:

$$- \partial \eta = \partial \eta. \tag{6'}$$

因为, 依据主固结比定义(参考前文式(13)):

$$\eta = \frac{G_s(W_1 - W_t)}{1 + G_s W_1}, \partial \eta = - \frac{G_s}{1 + G_s W_1} \partial W_t, \tag{7}$$

式(7)代入式(6)得:

$$dV = \frac{G_s}{1 + G_s W_1} \cdot \frac{\partial W_t}{\partial t} \times 1 \times 1 \times dz \times dt, \tag{8}$$

式(8)与式(5)相等得:

$$\frac{K(1 + G_s W_1)}{\gamma_w G_s} \frac{\partial u}{\partial z^2} = \frac{\partial W_t}{\partial t}. \tag{9}$$

超静孔隙水压力( $u$ )和含水量( $W_t$ )的关系依假定可认为:

当  $t \rightarrow \infty, u = 0$  时, 即  $\gamma_w \cdot h = 0$ , 此时  $h$  为零, 自由水排到极限, 孔隙中含水量等于液限含水量, 即:

$$W_t = W_L.$$

当  $t = 0, u = u_{max}$  时, 即  $\gamma_w \cdot h_1 = u_{max}$ , 初始状态, 孔隙中含水量等于初始含水量, 即  $W_t = W_1$ , 式中  $h_1$  为初始超静孔压水头高度。

它们的关系可用图 2 表示. 因此:

$$\begin{aligned} \frac{h_t}{W_t - W_L} &= \frac{h_1}{W_1 - W_L}, \\ \frac{u}{\gamma_w} = h_t &= \frac{W_t - W_L}{W_1 - W_L} \cdot h_1, \\ u &= \frac{\gamma_w(W_t - W_L)h_1}{W_1 - W_L} = \frac{\gamma_w(W_t)h_1}{W_1 - W_L} - \\ &= \frac{\gamma_w \cdot h_1 \cdot (W_L)}{W_1 - W_L}, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\partial u = \frac{\gamma_w \cdot h_1}{W_1 - W_L} \partial W_t. \tag{11}$$

式(11)代入式(9)得:

$$\frac{K(1 + G_s W_1)}{\gamma_w G_s} \cdot \frac{\gamma_w \cdot h_1}{(W_1 - W_L)} \cdot \frac{\partial W_t}{\partial z^2} = \frac{\partial W_t}{\partial t}. \tag{12}$$

因为,  $\eta_b = \frac{G_s(W_1 - W_L)}{1 + G_s W_1}$  (见前文式(13)、(14)), 其中  $\eta_0$  为最大主固结比, 对于某一场地的粘性土, 它应是一个常量。

$$\frac{K h_1}{\eta_0} \frac{\partial W_t}{\partial z^2} = \frac{\partial W_t}{\partial t}, \tag{13}$$

令上式  $\frac{K h_1}{\eta_b} = \Theta$ ,

$\Theta$  为主固结系数,  $\Theta$  和太沙基一维固结系数  $C_v$  的量

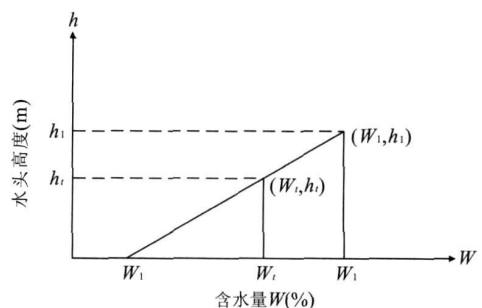


图 2 超静孔隙水压水头高度( $h$ )与含水量( $W$ )关系曲线

Fig. 2 Correlation curve of hydraulic head of excess pore water pressure ( $h$ ) and moisture ( $W$ )

纲完全一致,但其内容不相同.

则上式可改变为:

$$\Theta \frac{\partial W_t}{\partial z^2} = \frac{\partial W_t}{\partial t}, \tag{14}$$

式(14)即为主固结过程含水量  $W_t = f(z, t)$  的偏微分方程.

### 4 主固结过程 $W_t = f(z, t)$ 偏微分方程解

令  $W' = W_t - W_L$ , 因为液限 ( $W_L$ ) 是定数, 所以  $dW' = dW_t$  (黄文熙, 1983; 齐植兰, 2000).

则式(14)可变换为:

$$\Theta \frac{\partial W'}{\partial z^2} = \frac{\partial W'}{\partial t} = \Theta \frac{\partial^2 W'}{\partial z^2} = \frac{\partial W'}{\partial t}, \tag{15}$$

边界条件:  $z=0, W'=0, (\forall t > 0, 0=W_t - W_L, W_t=W_L),$

$$z = H, \frac{\partial W'}{\partial z} = 0 (t > 0, \frac{\partial W_t}{\partial z} = 0),$$

初始条件:  $t = 0, W' = W_1 - W_L (0 \leq z \leq H, W_t = W_1 - W_L); t = \infty, W' = 0 (0 \leq z \leq H, W_t = W_L).$

分离变量 ( $W'$ ), 则:

$$W' = G(z) \cdot F(t). \tag{15'}$$

式(15')代入式(15):

$$\Theta \cdot G''(z) \cdot F(t) = G(z) \cdot F'(t), \tag{16}$$
$$\frac{G''(z)}{G(z)} = \frac{1}{\Theta} \cdot \frac{F'(t)}{F(t)} = -\lambda^2, -\lambda^2 \text{ 为常数,}$$

$$G''(z) + \lambda^2 G(z) = 0, \tag{17}$$

$$F'(t) + \Theta \cdot \lambda^2 F(t) = 0, \tag{18}$$

依据边界条件:

$$\text{当 } z=0, G(z)=0, \tag{19}$$

$$\text{当 } z=H, \frac{\partial G(z)}{\partial z} = 0. \tag{20}$$

$$\text{令 } G(z) = A_1 \cos \lambda z + A_2 \sin \lambda z, \tag{21}$$

式(21)完全符合式(16), 即:  $\frac{G''(z)}{G(z)} = -\lambda^2.$

将式(19)代入式(21)得:

$$0 = A_1 \cos \lambda z + A_2 \sin \lambda z = A_1 \cos 0 + A_2 \sin 0,$$

上式中  $A_2 \sin \lambda z = 0, A_1 \cos 0 \neq 0$ , 所以系数  $A_1$  必须等于 0.

将式(20)代入式(21)得:

$$\frac{\partial G(z)}{\partial z} = 0 = \lambda(-A_1 \sin \lambda z + A_2 \cos \lambda z),$$

因为,  $A_1 = 0$ , 上式可改写为  $0 = A_2 \cos \lambda H$ , 或  $0 = \cos \lambda H$ ,

$$\text{则 } \lambda = \frac{2m-1}{H} \cdot \frac{\pi}{2}. \tag{22}$$

将式(22)代入式(21)得:

$$G(z) = A_2 \sin\left(\frac{2m-1}{H} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot z\right), \text{ 令:}$$

$$\frac{2m-1}{2} \pi = M, \text{ 式中 } m = 1, 2, 3, \dots,$$

$$G(z) = A_2 \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right). \tag{23}$$

$$\text{令 } F(t) = A_3 \exp(-\lambda^2 \cdot \Theta t), \tag{24}$$

式(24)完全符合式(16), 即:  $\frac{F'(t)}{F(t)} \cdot \frac{1}{\Theta} = -\lambda^2.$

将式(22)代入式(24)得:

$$F(t) = A_3 \exp\left(-\left(\frac{2m-1}{H} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^2 \Theta \cdot t\right).$$

因为,  $M = \frac{2m-1}{2} \cdot \pi$ , 则:

$$F(t) = A_3 \exp\left(-M^2 \frac{\Theta}{H^2} \cdot t\right). \text{ 设 } \frac{\Theta}{H^2} \cdot t = \Delta,$$

$\Delta$  为主固结时间因数, 则上式可改写为:

$$F(t) = A_3 \exp(-M^2 \Delta). \tag{25}$$

将式(23), 式(25)代入式(15'), 得:

$$W' = G(z) \cdot F(t) = A_2 \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) \cdot A_3 \exp(-M^2 \cdot \Delta). \tag{26}$$

式(26)通解为:

$$W' = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) \cdot \exp(-M^2 \cdot \Delta), \text{ 其中}$$
$$A_m = A_2 \cdot A_3. \tag{27}$$

依据初始条件:  $t=0$ , 则式(27)可写为:

$$W' = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) = W_1 - W_L, \tag{28}$$

当  $t \rightarrow \infty, W' = 0.$

利用三角函数正交原理:

$$\int_0^H \sin\left(\frac{N}{H} \cdot z\right) \cdot \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) dz \text{ 的解, 即:}$$

当  $N \neq M$ , 则上式的解为 0;

当  $N = M$ , 则上式的解为  $\frac{H}{2}.$

式(28)两边同乘以  $\sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) dz$ , 并积分得:

$$W' \int_0^H \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) dz =$$

$$\int_0^H \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) dz \cdot \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cdot \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) = A_m \cdot \frac{H}{2},$$

$$A_m = \frac{2}{H} W' \int_0^H \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) dz.$$

$$\text{因为, } \int_0^H \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) \cdot dz = \frac{H}{M} (-0 + 1),$$

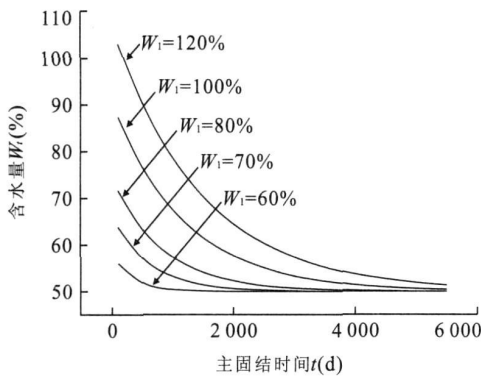


图 3 不同初始含水量 ( $W_1$ ) 状态下粘性土含水量与时间关系曲线

Fig. 3 Correlation curves of moisture of soft clay ( $W_t$ ) and consolidation time ( $t$ ) on different initial moistures ( $W_1$ )

取深港西部通道粘性土的物理性质数据:  $W_L = 50\%$ ;  $\gamma_s = 19$   $\text{kN/m}^3$ ;  $h_s = 9$   $\text{m}$ ;  $G_s = 2.67$ ;  $\gamma_w = 10$   $\text{kN/m}^3$ ;  $H = 2$   $\text{m}$ ;  $k = 2.868 \times 10^{-5}$   $\text{m/d} = 3.32 \times 10^{-8}$   $\text{cm/s}$

$$\text{所以, } A_m = \frac{2}{H} W' \frac{H}{M} = \frac{2(W_1 - W_L)}{M} \quad (29)$$

将式(29)代入式(27) 即得:

$$W_t - W_L = \frac{2(W_1 - W_L)}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \sin\left(\frac{M}{H} \cdot z\right) \cdot \exp(-M^2 \cdot \Delta), \quad (30)$$

式(30)中  $M = \frac{2m-1}{2}\pi$ , 此级数很快收敛, 在工程实用上可取第一项, 即  $m = 1$  即可满足计算精度.

取  $m = 1, M = \frac{\pi}{2}$ , 代入上式(30) 得:

$$W_t = W_L + \frac{4(W_1 - W_L)}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \Delta\right).$$

因为,  $\Delta = \frac{\Theta}{H^2} \cdot t$ , 上式也可写成:

$$W_t = W_L + \frac{4(W_1 - W_L)}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 \Theta}{4H^2} t\right), \quad (31)$$

式(31)中:  $\Theta = \frac{Kh_1}{\eta_0}$ .

式(31)为  $W_t = f(z, t)$  的表达式, 即计算任意时刻 ( $t$ ) 和粘性土内任一深度 ( $z$ ) 的含水量 ( $W_t$ ), 但是在工程实际中只需要了解整个粘性土厚度 ( $H$ ) 的平均含水量  $\bar{W}_t$ . 式(31)对整个粘性土厚度 ( $H$ ) 积分即可满足上述要求.

$$\frac{1}{H} \int_0^H W_t dz = \frac{1}{H} \left[ \int_0^H W_L dz + \frac{4(W_1 - W_L)}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2 \Theta}{4H^2} t\right) \int_0^H \sin\left(\frac{\pi z}{2H}\right) dz \right],$$

$$\bar{W}_t = W_L + \frac{8(W_1 - W_L)}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \Delta\right), \quad (32)$$

式(32)中  $\Delta = \frac{\Theta \cdot t}{H^2}$ ;  $\Theta = \frac{Kh_1}{\eta_0}$ ;  $\Delta$  为主固结时间因素, 为无量纲量;  $\Theta$  为主固结系数, 因次为  $\frac{L^2}{T}$ . 式(32)的曲线形式见图 3.

由上可知, 式(31)及式(32)为饱水粘性土含水量 ( $W_t$ ) (或平均含水量  $\bar{W}_t$ ) 随时间  $t$  变化的主固结方程组.

### 5 关于平均主固结度 ( $\bar{U}_\eta$ ) 与时间 ( $t$ ) 的计算

根据前文式(16), 得出  $\bar{U}_\eta = \frac{W_1 - W_t}{W_1 - W_L}$ .

将式(32)代入得:

$$W_1 - \bar{U}_\eta(W_1 - W_L) = W_L + \frac{8}{\pi^2}(W_1 - W_L) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \Delta\right),$$

$$\bar{U}_\eta = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi}{4} \Delta\right), \quad (33)$$

式中  $\Delta = \frac{\Theta \cdot t}{H^2}$ . 式(33)的曲线见图 4.

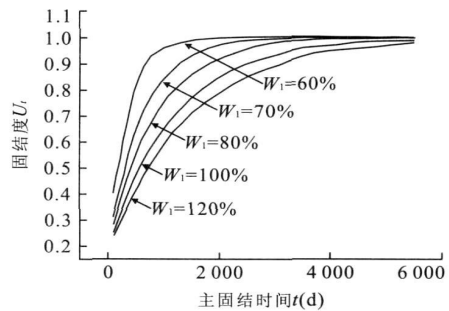


图 4 不同初始含水量 ( $W_1$ ) 状态下粘性土固结度与时间 ( $t$ ) 关系曲线 (粘性土的物理性质参数及计算数据同图 3)

Fig. 4 Correlation curves of degree of consolidation ( $U_t$ ) of soft clay and consolidation time ( $t$ ) on different initial moistures ( $W_1$ )

### 6 关于主固结量 ( $S_t$ ) 与时间 ( $t$ ) 的计算

任意时刻  $t$ , 主固结量 ( $S_t$ ) 可表达为  $S_t = S_\eta \cdot \bar{U}_\eta$ .

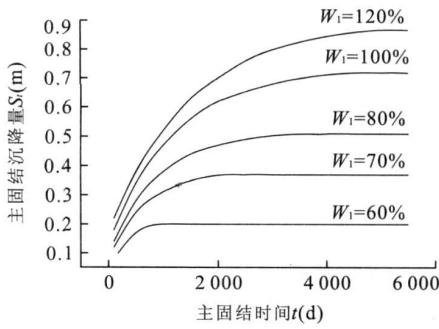


图 5 不同初始含水量 ( $W_1$ ) 状态下粘性土主固结量 ( $S_t$ ) 与时间 ( $t$ ) 关系曲线 (粘性土的物理性质参数及计算数据同图 3)

Fig. 5 Correlation curves of primary consolidation ( $S_t$ ) and consolidation time ( $t$ ) on different initial moistures ( $W_1$ )

因为,  $S_\eta = \frac{G_s(W_1 - W_L)}{1 + G_s \cdot W_1} \cdot H$ , (前式(15))

将公式(33)代入得:

$$S_t = \frac{G_s(W_1 - W_L)}{1 + G_s \cdot W_1} \cdot H \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \Delta\right) \right) \quad (34)$$

式(34)的曲线见图 5.

### 7 关于剩余主固结量 ( $\Delta S$ ) 的计算

任意时刻  $t$ , 剩余主固结量  $\Delta S = S_\eta - S_t$ .

将(34)式及前文式(15)代入得:

$$\Delta S = \frac{G_s(W_1 - W_L)}{1 + G_s W_1} \cdot H \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \Delta\right) \quad (35)$$

### 8 一维固结方程中主固结系数 ( $\Theta$ ) 与太氏固结系数 ( $C_v$ ) 的关系

本文式(33):  $\bar{U}_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \Delta\right)$  与太氏

平均固结度公式:  $\bar{U}_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot T_v\right)$  形式完

全一样, 如果在同一研究条件下 (即粘性土性质和固结压力等条件均相同) 其计算的结果应完全一致, 这样, 可以认为二式中的唯一参数  $\Delta$  与  $T_v$  应相等 (太沙基, 1960; 黄文熙, 1983), 即:

$$\begin{aligned} \Delta &= T_v; \frac{\Theta \cdot t}{H^2} = \frac{C_v \cdot t}{H^2}, \\ C_v &= \Theta, \\ C_v &= \frac{K h_1}{\eta_0} = \frac{K(1 + G_s W_1) \cdot h_1}{G_s(W_1 - W_L)}. \end{aligned} \quad (36)$$

这样不仅得到了另一种固结系数理论表达式, 而且也明确了所谓太氏固结系数 ( $C_v$ ) 的实质及其主要的影响因素.

作为某一特定工程对象的粘性土, 初始含水量 ( $W_1$ )、液限含水量 ( $W_L$ )、比重 ( $G_s$ ) 及一次性瞬时加载量都是一定的, 唯一的变化是在主固结过程中渗透系数 ( $K$ ) 的变化, 现以“深圳—香港”西部通道填海场坪的饱水粘性土为例:  $W_1 = 0.91$ ,  $W_L = 0.50$ ,  $G_s = 2.67$ ,  $\eta = 0.32$ . 假定一次性瞬时加载为厚度 ( $H$ ) 为 9 m 填土, 其天然重度 ( $\gamma_s$ ) = 19.0 kN/m<sup>3</sup>, 在粘性土中形成的瞬时超静孔压水头高度 ( $h_1$ ) 为:

$$h_1 = \frac{H \cdot \gamma_s}{\gamma_w}, \text{ 式中 } \gamma_w \text{ 为水的重度取 } 10 \text{ kN/m}^3,$$

$$h_1 = 1710 \text{ cm.}$$

粘性土渗透系数 (初始状态室内试验值)  $K = 3.23 \times 10^{-8}$  cm/s.

$$\text{利用式(36)得: } C_v = \Theta = 1.73 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s.}$$

西部通道场坪地基粘性土室内试验测得的  $C_v = 3.07 \times 10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/s 这种差异是试验和理论计算的差别, 将这两种固结系数值用于工程实际排水固结的计算中其结果相近, 可以认为都是在一个数量级 (即  $n \times 10^{-4}$ ) 中的差异.

### 9 主固结系数 ( $\Theta$ ) 的影响因素分析

主固结系数 ( $\Theta$ ) (唐大雄和孙憐文, 1987; 折学森, 1998; 深圳市勘察研究院, 2004; 张平和郑建昌, 2004) 的表达式为:

$$\Theta = \frac{K \cdot h_1}{\eta_0},$$

式中:  $K$  为渗透系数;  $h_1$  为初始超静孔隙水头;  $\eta_0$  为最大主固结比:

$$\eta_0 = \frac{G_s(W_1 - W_L)}{1 + G_s W_1}.$$

式中:  $G_s$  为土的比重;  $W_1$  为粘性土初始含水量;  $W_L$  为粘性土液限含水量.

对于一定的工程地区, 粘性土的比重 ( $G_s$ )、初始含水量 ( $W_1$ ) 及液限可认为是定值, 因此最大主固结比 ( $\eta_0$ ) 亦为定值.

因此, 影响 ( $\Theta$ ) 值的因素主要是一个人为的工程因素 ( $h_1$ ) 和天然土体渗透性能因素 ( $K$ ).

(1) 假定超静孔压水头高度 ( $h_1$ ) 不变, 即堆载高度 (或抽真空度) 一定, 如设定 9 m 预压土层形成的超静孔压为 1710cm, 随着预压过程粘性土渗透系

表 1 超静孔压( $h_1$ )不变条件下, 渗透系数( $K$ )与主固结系数( $\Theta$ )的关系

Table 1 Relationship between the permeability coefficient and coefficient of consolidation in unchanged excess pore water pressures conditions

渗透系数 $K(10^{-8} \text{ cm/s})$	3.23	3.13	3.03	2.93	2.83	2.73	2.63	2.53	2.43	2.33	2.23	2.13	2.03
主固结系数 $\Theta(10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s})$	1.73	1.68	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.36	1.30	1.24	1.19	1.14	1.09

$W_1 = 0.91; W_L = 0.5; G_s = 2.67; h_s = 900 \text{ cm}; \gamma_s = 19.0 \text{ kN/m}^3; \gamma_w = 10.0 \text{ kN/m}^3; \eta_0 = 0.319; h_1 = 1710 \text{ cm}.$

表 2 渗透系数  $K$  不变条件下超静孔压( $h_1$ )和主固结系数( $\Theta$ )的关系

Table 2 Relationship between excess pore water pressures and coefficient of consolidation in unchanged permeability coefficient conditions

$h_s$ 堆载土高度(cm)	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100
$h_1$ 超静孔压水头(cm)	950	1045	1140	1235	1330	1425	1520	1615	1710	1805	1900	1995	2090
主固结系数 $\Theta(10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s})$	0.96	1.01	1.15	1.25	1.35	1.44	1.54	1.63	1.73	1.83	1.93	2.02	2.11

$W_1, W_L, G_s, h_s, \gamma_s, \gamma_w$  和  $\eta_0$  各值同上表.

表 3 渗透系数  $K$  和超静孔压( $h_1$ )都不变条件下粘性土液限含水量  $W_L$  和主固结系数的关系

Table 3 Relationship between liquid limit and coefficient of consolidation in unchanged permeability coefficient and excess pore water pressures conditions

软粘液限含水量(%)	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
主固结系数 $\Theta(10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s})$	1.97	1.92	1.86	1.82	1.77	1.73	1.69	1.65	1.61	1.58	1.54
主固结比 $\eta$	0.280	0.288	0.296	0.304	0.311	0.319	0.327	0.335	0.343	0.350	0.358

$W_1, G_s, \gamma_s$  和  $\gamma_w$  同上表;  $K = 3.23 \times 10^{-8} \text{ cm/s}; h_s = 900 \text{ cm}; h_1 = 1710 \text{ cm}.$

数( $K$ )值由初始值逐渐减少, 利用上式亦可得出  $\Theta$  的变化见表 1, 由表 1 可见随着主固结过程, 主固结系数亦逐渐减少(沈孝宇和于芳, 1999; 沈孝宇等, 2002; 周洪涛和代军, 2002), 但是这种变化如同渗透系数的变化一样都是在一个数量级之中, 这无疑说明主固结过程粘性土的主要特性不会有质的变化(即粘性土不会因主固结过程变为非粘性土).

(2) 假定渗透系数( $K$ )值在主固结过程不变(沈孝宇和于芳, 1999; 沈孝宇等, 2002; 周洪涛和代军, 2002), 改变堆载厚度(即改变超静孔压水头高度值( $h_1$ )), 使主固结系数( $\Theta$ )值的变化见表 2. 由表 2 可知, 在工程实际的堆载厚度范围内, 主固结系数随超静孔压水头( $h_1$ )的增大而增大, 但都在一个数量级范围内, 变化量比较小, 从本质上讲, 它不会改变粘性土的淤泥性质.

(3) 假定粘性土渗透系数( $K$ )及超静孔压水头( $h_1$ )值都不变, 由于粘性土自身粘粒含量或粘土矿物性质的不同使液限含水量( $W_L$ )不同, 则主固结系数( $\Theta$ )亦发生变化(表 3), 由表 3 得知, 同一个场地

粘性土液限含水量的变化量较小. 主固结系数在同一个数量级内, 变化量亦很小.

(4) 几点看法: ①在实际堆载预压排水固结过程中(抽真空预压相同), 选择预压荷载大小(亦形成超静孔隙水头( $h_1$ )值大小)对主固结系数( $\Theta$ 值)影响范围有限, 在实际工程中可选取其平均值来计算; ②对于一定的工程场地, 由于地域有限, 一般而言其粘性土的特性相差无几, 如渗透系数( $K$ )、液限含水量( $W_L$ ), 因此主固结系数变化量也很小, 实际工程中( $K$ )值亦可选取平均值来计算; ③本节表 1 到表 3 的具体数据是选取深港西部通道场坪淤泥的特性指标进行分析计算. 选用其他场坪的淤泥计算, 其结果也是一致的.

## 10 结论

(1) 本文在一维主固结物理模型基础上建立了排水固结过程中粘性土含水量( $W_t$ )随时间( $t$ )变化的偏微分方程, 并利用分离变量及三角函数正交原

理等方法得到方程解,即推导出—组主固结方程(式(31)、(32)、(33)、(34)和(35)),它们不仅描述粘性土含水量和时间的关系,并根据这一关系进一步推导出了主固结量( $S_t$ )、剩余主固结量( $\Delta S$ )等计算方法,连同前文导出的主固结比( $\eta$ )极限主固结量( $S^\eta$ )组成了一组新的一维固结方程,它们无需经过固结度( $U_t$ )这个中间的计算环节,这是本文研究成果与太沙基—维固结不一致的实质所在。

(2)新的一维主固结方程中有两个系数即主固结系数( $\Theta$ )和主固结时间因素( $\Delta$ ),他们都与太沙基—维固结系数( $C_v$ )和时间因素( $T_v$ )形式上相似,但在内容上不一致,这正反映了本文的研究前提条件和出发点不一致,前者是探索含水量的变化,后者是超静孔压的变化。

(3)如果用本文和太沙基的两种—维固结方程去研究同一粘性土排水固结场地,理应得到相同的计算结果,利用它们的相似性,可以证明太沙基固结系数( $C_v$ )的另一种表达式(即本文式(36)).它进一步揭示了固结系数( $C_v$ )的实质和影响因素——决定性的因素是粘性土的初始含水量( $W_t$ )及其液限( $W_L$ ).

(4)工程实际数据分析,计算表明(见表1~3),本文揭示的主固结系数( $\Theta$ )所含的物理量除了上述( $W_t$ )和( $W_L$ )外,其他的物理量如渗透系数( $k$ )和初始超静孔隙水压力水头( $h_t$ )的变化对主固结系数不具实质性的影响,而比重( $G_s$ )由于具有相对稳定性则不具影响。

(5)对本文所揭示的饱水粘性土主固结过程,孔隙中重力水含水量的变化规律及其固结沉降分析计算方法,恳切希望得到读者的批评指正。

## References

Chen, Z. Y., Zhou, J. X., Wang, H. J., 1994. Soil mechanics. Tsinghua University Press, Beijing, 143—157 (in Chinese).

Gao, D. Z., 1992. Theory and practice of soft soil foundation. China Architecture and Building Press, Beijing, 94—405 (in Chinese).

Huang, W. X., 1983. Soil engineering property. Hydrograph and Electricity Press, Beijing, 138—139, 161—168 (in Chinese).

Qi, Z. L., 2000. Higher mathematics. Tianjin University Press, Tianjin, 449—471 (in Chinese).

Shen, X. Y., 1985. Studies of environmental engineering geology of subsidence in cities at the Yangtze river delta and

neighbouring seashore plain of China. Proceedings of 27th International Geological Congress, Section 17 (C17) Engineering Geology, Mosco.

Shen, X. Y., Sun, S. W., 1996. The studies of the geotechnical properties of marine muck and its improvement methods of great area in Shenzhen, China. General Proceedings of 30th International Geological Congress, Beijing, 126.

Shen, X. Y., Yu, F., 1999. Preliminary engineering design of sea backfill and ground improvement of project Shenzhen-Hong Kong West Bridge Custom. Shenzhen Survey Research Institute, Shenzhen (in Chinese).

Shen, X. Y., Zhou, H. T., Wang, Y. Q., 2002. Construction documents design of sea backfill and ground improvement of project Shenzhen-Hong Kong West Bridge Custom. Shenzhen Survey Research Institute, Shenzhen (in Chinese).

Shenzhen Survey Research Institute, et al., 2004. The report of technical analysis of ground treatment of project Shenzhen-Hong Kong West Bridge Custom. Shenzhen Center of Development of Land, Shenzhen, 78—104 (in Chinese).

Tang, D. X., Sun, S. W., 1987. Engineering geotechnics. Geological Publishing House, Beijing, 36—41, 62—68, 70—71 (in Chinese).

Terzaghi, K., 1960. Theoretical soil mechanics. Geological Publishing House, Beijing, 266—285 (in Chinese).

Zhang, P., Zheng, J. C., 2004. Municipal engineering of Wuhuan road of Dongguan—The foundation treatment of Xihuan road. Thesis volume of Shenzhen Municipal City Engineering Design Institute, Shenzhen, 174—185 (in Chinese).

Zhao, C. G., Bai, B., Wang, Y. X., 2004. Fundamentals of soil mechanics. Tsinghua University Press, Beijing, 160—165 (in Chinese).

Zhe, X. S., 1998. Settlement calculation on soft ground foundation. People Communication Press, Beijing, 104—119 (in Chinese).

Zhou, H. T., Dai, J., 2002. Study of preloading foundation treatment. Thesis volume of 7th conference on ground treatment. China Water Power Press, Beijing, 8—14 (in Chinese).

## 附中文参考文献

陈仲颐, 周景星, 王洪瑾, 等, 1994. 土力学. 北京: 清华大学出版社, 143—157.

高大钊, 1992. 软土地基理论与实践. 北京: 中国建筑工业出版社, 94—405.



黄文熙, 1983. 土的工程性质. 北京: 水利电力出版社, 138—139, 161—168.

齐植兰, 2000. 高等数学. 天津: 天津大学出版社, 449—471.

沈孝宇, 于芳, 1999. 深港西部通道口岸场坪填海及地基处理工程初步设计. 深圳: 深圳市勘察研究院.

沈孝宇, 周洪涛, 王勇强, 2002. 深港西部通道口岸场坪填海及地基处理工程施工图设计. 深圳: 深圳市勘察研究院.

深圳市勘察研究院, 2004. 深港西部通道软基处理技术分析报告. 深圳: 深圳市土地开发中心出版, 78—104.

太沙基, 1960. 理论土力学. 北京: 地质出版社, 266—285.

唐大雄, 孙懋文, 1987. 工程岩土学. 北京: 地质出版社, 36—41, 62—68, 70—71.

张平, 郑建昌, 2004. 东莞市五环路市政工程—西环路软基处理. 深圳市市政工程设计院论文集. 深圳: 174—185.

赵成刚, 白冰, 王运霞, 2004. 土力学原理. 北京: 清华大学出版社, 160—165.

折学森, 1998. 软土地基沉降计算. 北京: 人民交通出版社, 104—119.

周洪涛, 代军, 2002. 堆载预压基处理实验研究第七届全国地基处理学术讨论会论文集. 北京: 中国水利水电出版社, 8—14.

\*\*\*\*\*

## 《地球科学——中国地质大学学报》 2009 年 第 34 卷 第 6 期 要目预告

内蒙古林西县双井微地块中房框子沟花岗质片麻岩锆石 LA-ICPMS U-Pb 年龄及地质意义 .....	李益龙等
基于 Hapke 模型的矿物红外发射光谱特征随粒度与发射角变异规律 .....	闫柏琨等
西昆仑及邻区新生代差异隆升的热年代学证据 .....	曹凯等
高精度测量岩石样品 Ce 同位素组成的 TIMS 方法 .....	杨红梅等
黔东南地区褶皱构造样式及其断层突破模式 .....	崔敏等
西藏冈底斯当惹雍错—许如错南北向地堑的特征及成因 .....	曹圣华等
中国大陆科学钻探主孔高铁钛榴辉岩的磁性岩石学 .....	曾庆理等
南海西北陆缘多金属结核地球化学特征及成因 .....	张振国等
北塘凹陷古近系沙河街组三段物源体系 .....	黄传炎等