

# L1-L2 范数联合约束稀疏脉冲反演的应用

王宇<sup>1</sup>, 韩立国<sup>2</sup>, 周家雄<sup>1</sup>, 李海鹏<sup>1</sup>

1. 中海石油(中国)有限公司湛江分公司, 广东湛江 524057

2. 吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林长春 130026

**摘要:** 稀疏脉冲反演实际上就是利用反褶积原理, 从带有噪声的地震道中计算出具有稀疏分布特征的反射系数的振幅和时间。稀疏脉冲反演是非线性优化问题, 通常都是把非线性优化问题转化为线性优化问题, 然后用线性优化算法求解。以范数约束为基础, 提出 L1-L2 范数联合约束求解的方法。该算法采用了目前国际流行的内点算法, 与传统的优化算法相比, 这种算法具有精度高, 速度快的优点。通过研究人工模型和南海某油田实际数据, 表明该算法的计算结果和测井记录吻合好, 提高了地震分辨率, 目的层段分辨率优于 8 m。利用反射系数剖面预测的储层厚度和开发井吻合很好, 大大地降低了资源量计算的风险和油田开发的不确定性。

**关键词:** 反射系数反演; 稀疏约束反演; 内点算法; 范数。

中图分类号: P315

文章编号: 1000-2383(2009)05-0835-06

收稿日期: 2009-01-23

## Application of Combined Norm Constrained Sparseness Spike Inverse

WANG Yu<sup>1</sup>, HAN Li-guo<sup>2</sup>, ZHOU Jia-xiong<sup>1</sup>, LI Hai-peng<sup>1</sup>

1. China National Offshore Oil Company Ltd-Zhanjiang, Zhanjiang 524057, China

2. College of Geoprospection Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China

**Abstract** Sparse-spike deconvolution is an inverse issue which estimates the time and the amplitudes of the sparseness reflectivity (spikes) from the noisy seismic traces. Sparseness spike inverse is highly non-linear optimization problem that can be solved using the L1-L2 norm constrained method introduced in this paper. This method is characterized with its application of the log-barrier interior point to solve the sparseness inverse problem which is higher in terms of resolution and faster than conventional optimization methods. Results from the synthetic and real 3D data show that the physically meaningful high-resolution sparse-spike profile can be derived from the band-limited noisy data. Real data show that the method improves seismic resolution and estimates the thickness of thin bed which can reduce the uncertainty of resource estimation and oil field production.

**Key words:** reflection coefficient inverse; sparse-constrained inverse; interior point algorithm; norm.

随着地震勘探的精细程度越来越高, 目前地震勘探面临的主要难点是微小构造的寻找和薄储层的储量计算。稀疏脉冲反演需要实现从带限的地震信号中计算出宽频带的地震剖面。稀疏脉冲反演的主要目的是: (1)检测稀疏反射系数序列; (2)估算反射系数的振幅值 (Veil, 2006)。本文介绍的 L1-L2 范数联合约束的稀疏脉冲反演就是以此为目的。

在地震勘探中, 地震道褶积模型是数字信号处理理论在地震学中应用的基本假设。地质模型和褶积算子是正演问题, 反褶积算子是相对应的反演问

题。地震记录  $s(t)$  表示为地震子波  $w(t)$  和反射系数  $r(t)$  的关系为:

$$s(t) = w(t) \times r(t) + n(t), \quad (1)$$

式(1)中  $n(t)$  为线性噪声。

利用带限的地震道和地震子波, 估算出的反射系数序列可以有无穷多个解, 这些解都能和地震道吻合。解决多解性的问题就需要从这些解中找到一个唯一的最可能的解。这个解: (1)和地震道匹配; (2)满足假设条件; (3)最有可能是正确的。最常用的办法就是给出感兴趣解的先验知识 (徐果明, 2003)。

基金项目: 国家重大科技专项 (No. 2008ZX05023-004)。

作者简介: 王宇 (1982-), 工程师, 从事地球物理技术在储层描述中的应用研究, E-mail: wangyu1@cnoc.com.cn

稀疏脉冲反演的先验假设是反射系数,是由稀疏的脉冲序列组成.

稀疏脉冲反演算法有很多种,主要可以分为两类:一类是采用不同的代价函数和搜索策略(Kormylo and Mendel, 1978);另一类是基于范数的算法,把求解结果稀疏化(Debeye and Riel, 1990; Sacchi et al., 1994; Wang et al., 2006).

基于不同的范数约束的稀疏脉冲算法有多种,  $L_1$  范数约束(Wang et al., 2006),  $L_p$  范数约束(Debeye and Riel, 1990). 本文提出  $L_1$ - $L_2$  范数联合约束的稀疏脉冲反演,采用的是基于内点算法(interior point methods)的对数障碍算法(logarithmic barrier algorithm),把非线性优化问题转化为线性优化问题,然后利用线性规划算法求解(Gill et al., 1991; 黄红选和韩续业, 2006). 传统的线性规划算法主要是单纯形法,本文采用了最新的内点算法. 与单纯形法相比,内点算法的计算效率更高,计算精度更高. 两种算法计算过程也是明显不同的:内点算法一次迭代的计算时间长,但迭代的次数少;而单纯形法一次迭代计算的时间少,但迭代的次数多. 内点算法避免了单纯形法在计算过程中的不确定性.

$L_1$ - $L_2$  范数联合约束脉冲反褶积和最大似然脉冲反褶积在求解过程中有很大的区别:  $L_1$ - $L_2$  范数联合约束脉冲反褶积是在最小平方反演的基础上类似于用惩罚函数的方法得到的稀疏解,每一次迭代反射系数逐渐减少;最大似然反褶积的迭代过程是利用合成地震记录与原始地震记录残差的大小修改反射系数,得到新的更密集的反射系数序列,每一次迭代,反射系数逐渐增多.

### 1 算法原理和理论模型实验

#### 1.1 $L_1$ - $L_2$ 范数联合约束的稀疏脉冲反演的基本原理和算法流程

把这个反演问题转化为最优化问题(Wright, 1992, 1996; Roos et al., 1997), 目标函数是:

$$\|w(t) \times r(t) - s(t)\|_2 + a \|r(t)\|_1, \quad (2)$$

目标函数的前半部分采用  $L_2$  范数约束,确保褶积原理生成的合成地震道和实际地震数据的相似,后半部分是  $L_1$  范数约束反射系数具有稀疏性. 由于地震资料存在噪声,并且地震子波的空变特点,在实际计算中,合成地震道和实际数据不能完全吻合. 通过调节参数  $a$ , 不仅反射系数  $r$  具有稀疏性,而且合成地震道和实际地震数据尽可能一致. 合成地震记录与实

际地震数据之间的残差,就认为是噪声.

采用扰动的对数障碍内点算法求解这个数学规划问题. 按照扰动的对数障碍法的习惯,把表达式目标函数重写为:

$$\begin{aligned} \min & c^+ r^+ + c^- r^- + \frac{1}{2} \|\gamma r\| + \frac{1}{2} \|p\|^2 \\ \text{s.t.} & W(r^+ - r^-) + \hat{q} = d, \\ & r^+ \geq 0, r^- \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中,  $r^+$  是  $r$  的正数部分,  $r^-$  是  $r$  的负数部分,  $\gamma$  和  $\delta$  是正则化参数,  $p$  是扰动假设引入的参数. 计算的主要步骤如下:

(1) 设置参数. 设置正则化参数  $\gamma$  和  $\hat{q}$  对偶间隔容差( $PGTol$ ), 容差( $FeaTol$ ).

(2) 设置变量初始值.  $r^+ \geq 0, r^- \geq 0, c^+ \geq 0, c^- \geq 0, z > 0, \mu > 0$ .

(3) 循环:

① 计算余量和对角矩阵  $D$ :

$$t^+ = c^+ + \gamma^2 (r^+) - z^+ - W^T y,$$

$$t^- = c^- + \gamma^2 (r^-) - z^- - W^T y,$$

$$r = d - W(r^+ - r^-) - \delta y,$$

$$v^+ = \mu e - Z^+ r^+,$$

$$v^- = \mu e - Z^- r^-,$$

$$D^+ = ((X^+)^{-1} Z^+ + \gamma^2 I)^{-1},$$

$$D^- = ((X^-)^{-1} Z^- + \gamma^2 I)^{-1},$$

$$D = D^+ + D^-,$$

$X^+, X^-, Z^+, Z^-$  分别是由  $x^+, x^-, z^+, z^-$  组成的对角矩阵;  $e$  是由 1 组成的向量.

② 计算  $\Delta y$ :

$$(ADA^T + \delta I) \Delta y = r - AD((X^+)^{-1} + (X^-)^{-1})(v^+ - v^-).$$

③ 计算  $\Delta x^+, \Delta x^-, \Delta z^+, \Delta z^-$ :

$$\Delta x^+ = D^+ (A^T \Delta y + x^+ v^+ - t^+),$$

$$\Delta x^- = D^- (A^T \Delta y + x^- v^- - t^-),$$

$$\Delta z^+ = (X^+)^{-1} (v^+ - z^+ \Delta x^+),$$

$$\Delta z^- = (X^-)^{-1} (v^- - z^- \Delta x^-).$$

④ 计算步长, 并且更新变量:

$$\rho_p = 0.99 \max\{\rho : x^+ + \rho \Delta x^+ \geq 0, x^- + \rho \Delta x^- \geq 0\},$$

$$\rho_a = 0.99 \max\{\rho : z^+ + \rho \Delta z^+ \geq 0, z^- + \rho \Delta z^- \geq 0\},$$

$$x^+ = x^+ + \rho_p \Delta x^+, x^- = x^- + \rho_p \Delta x^-,$$

$$y^+ = y^+ + \rho_a \Delta y^+, y^- = y^- + \rho_a \Delta y^-,$$

$$z^+ = z^+ + \rho_a \Delta z^+, z^- = z^- + \rho_a \Delta z^-,$$

$$\mu = (1 - \min(\rho_a, \rho_p, 0.99)) \mu.$$

⑤ 计算结束判断:

$$\text{主容差: } \frac{\|r\|_2}{1 + \|x\|_2} < FeaTol;$$

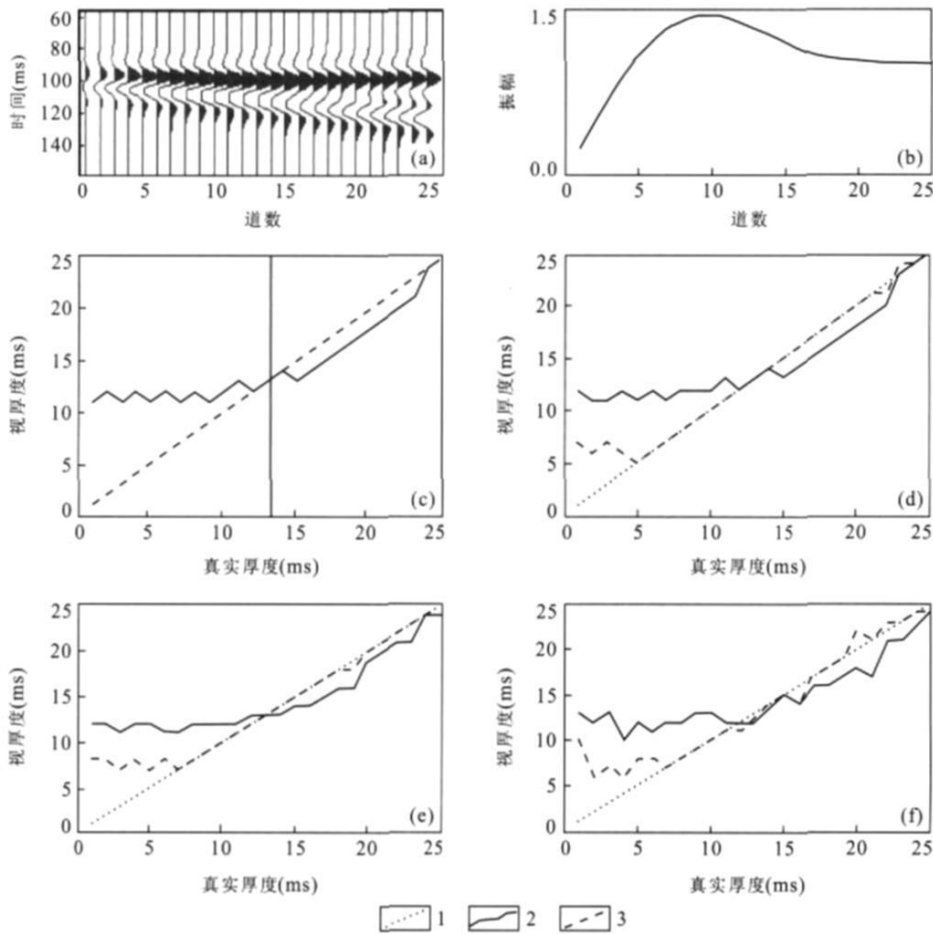


图 1 不同噪声水平下楔状模型反演精度测试

Fig. 1 Wedge model inversion test with various noise standard

- 1. 真实模型厚度; 2. 地震视厚度; 3. 反演的厚度; a. 模拟地震道, 30 Hz 雷克子波和楔状模型褶积生成; b. 模拟地震道的最大振幅图;
- c. 没有噪声情况下的反演果; d. 加了均值为 0, ±0.005 区间正态分布的噪声的反演结果; e. 加了均值为 0, ±0.025 区间正态分布的噪声的反演结果; f. 加了均值为 0, ±0.010 区间正态分布的噪声的反演结果

$$\text{对偶容差: } \frac{\|t\|_2}{1 + \|y\|_2} < FeaTol ;$$

$$\text{对偶间距: } \frac{((z^+)^T x^+ + (z^-)^T x^-)}{1 + \|z^+ - z^-\|_2 \|x^+ - x^-\|_2} <$$

PDGap Tol .

### 1.2 楔状模型实验

采用楔状模型测试算法的精度. 楔状模型的顶面和底面的反射系数分别为 +1 和 -1, 道数等于楔状体的厚度. 使用主频为 30 Hz, 振幅为 1, 采样率为 1 ms 的雷克子波和楔状反射模型褶积生成合成记录(如图 1a), 然后用反演算法反演楔状模型. 该模型的理论调谐厚度为 13 ms(图 1c 中竖线(实线)所示), 受到子波调谐作用的影响, 合成地震道的最大振幅并不能表示实际的反射系数(如图 1b), 而且在合成地震道上拾取的地层厚度不正确, 如图 1c 中实线所示(Widess, 1973).

在没有噪声的情况下, 反演结果消除了子波的调谐作用, 反演结果和楔状模型完全吻合, 如图 1c 所示. 为了测试算法的抗噪能力, 本文给楔状模型在整个时间段上(300 ms 时间长度)都加入了随机噪声, 并且测试了在不同噪声水平下的反演精度. 图 1d 是加入了均值为 0, ±0.005 区间正态分布的随机噪声的反演结果; 图 1e 是加入了均值为 0, ±0.025 区间正态分布的随机噪声的反演结果; 图 1f 所示是加入了均值为 0, ±0.01 区间正态分布的随机噪声的反演结果. 加入的噪声给反演带来了不稳定, 反演算法计算出了大于 8 ms 的楔状模型的厚度; 对于厚度小于 1/8 波长的薄层, 信噪比低, 反演结果不准确. 反演结果优于地震视厚度.

### 1.3 多层反射系数序列模型实验

实际地震数据远比楔状模型复杂, 本文建立了

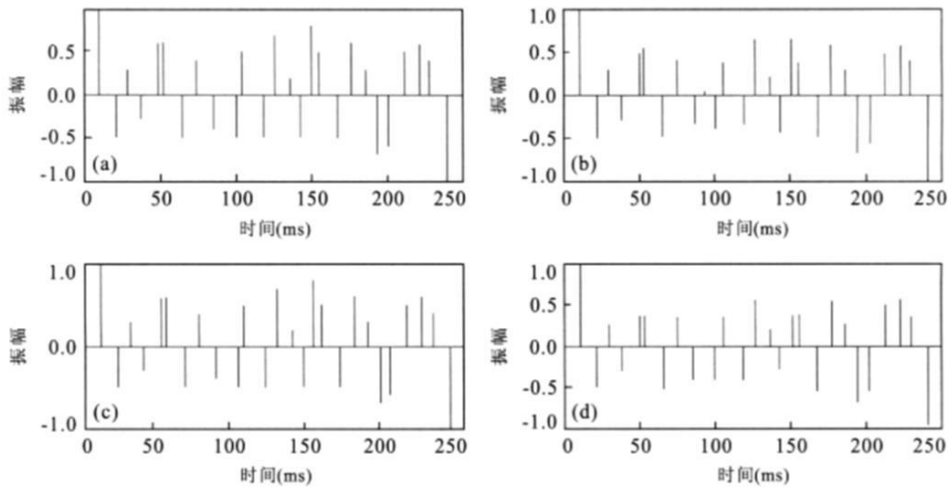


图 2 多层反射系数序列的反演结果比较

Fig. 2 Multi-layer model inverse test

a. 随机反射系数序列; b. 主频为 30 Hz 的雷克子波的反演结果; c. 主频为 40 Hz 雷克子波的反演结果; d. 主频为 40 Hz 雷克子波, 加入了均值为 0、 $\pm 0.01$  区间正态分布噪声的反演结果

一个多层反射系数序列模型. 该模型的主要目的是测试算法在复杂地质条件, 不同地震资料品质, 噪声水平情况下, 计算出反射系数的准确性.

图 2a 是多层反射系数序列模型, 长度为 250 ms, 采样率为 1 ms, 共 26 个反射, 模型的平均反射系数间隔为 9.6 ms. 反射系数序列在 50、100 和 150 ms 处分别设有间隔为 3.4 和 5 ms 的反射系数, 如图 2a 所示.

地震资料的品质对地震反演精度有直接的影响. 本文用主频分别为 30 Hz 和 40 Hz 的雷克子波与反射系数序列模型做褶积, 制作人工合成地震记录, 研究该反演算法的精度. 图 2b 是主频为 30 Hz、振幅为 1 的雷克子波正演的反演结果, 反射系数序列的时间检测结果正确, 反射系数值有一定的误差. 图 2c 是主频为 40 Hz 雷克子波正演的反演结果, 反演结果和理论模型一致. 为了研究噪声对反演结果的影响, 在主频为 40 Hz、振幅为 1 的雷克子波的正演的基础上, 加入了均值为 0、 $\pm 0.01$  区间正态分布的随机噪声. 其反演结果如图 2d 所示. 噪声对反演结果造成了影响, 反射系数序列的时间检测结果正确, 反射系数值有一定的误差.

该模型计算表明, 资料品质高的地震资料的反演结果分辨率高, 同时该算法有一定的抗噪能力.

## 2 南海某油田实际例子

在多层反射系数模型试验的基础上, 本文开展

了实际数据的研究. 本文给出的例子是中国南海海域某油田的实际算例. 该油田的储层是一个薄砂体, 砂体厚度在 10 m 左右, 小于地震视分辨率. 同时, 砂体下存在薄泥岩, 砂体的反射同相轴和泥岩的反射同相轴产生调谐作用, 储层厚度描述存在不确定性.

### 2.1 测井资料和地震资料的对比

在精确的时深关系标定基础上, 开展测井数据、人工合成记录、纯波地震资料和反演结果的对比, 如图 3 所示. 纯波剖面受到了地震子波调谐作用的影响, 目的层段(zj1-4 ~ zj1-6)的砂岩和泥岩的顶底面无法分开, 地层细节信息基本丢失了. 反射系数剖面消除了地震子波因素的影响, 提高了地震资料的垂向分辨能力. 对比测井曲线, 反演的反射系数和砂泥岩的顶底面基本吻合, 调谐分辨率以下的各套砂体和泥岩清晰.

### 2.2 原始地震剖面和反射系数剖面的对比

理论上讲, 地震子波相当于低通滤波器, 对地层的反射系数作滤波运算, 得到了原始地震剖面. 原始地震剖面的高频信号能量弱, 地震剖面中的地质细节模糊, 如图 4a 所示. 反演的反射系数剖面的频宽达到了 130 Hz, 不仅消除了地震子波调谐作用和滤波作用带来的解释假象, 而且能够直接表现更多的地质构造细节, 如图 4b 所示.

### 2.3 反演结果定量验证

储层厚度小于地震分辨率时, 储层厚度很难在地震剖面上利用时差方法准确预测. 在反演之后的反射系数剖面上拾取砂岩的反射系数, 就可以得到

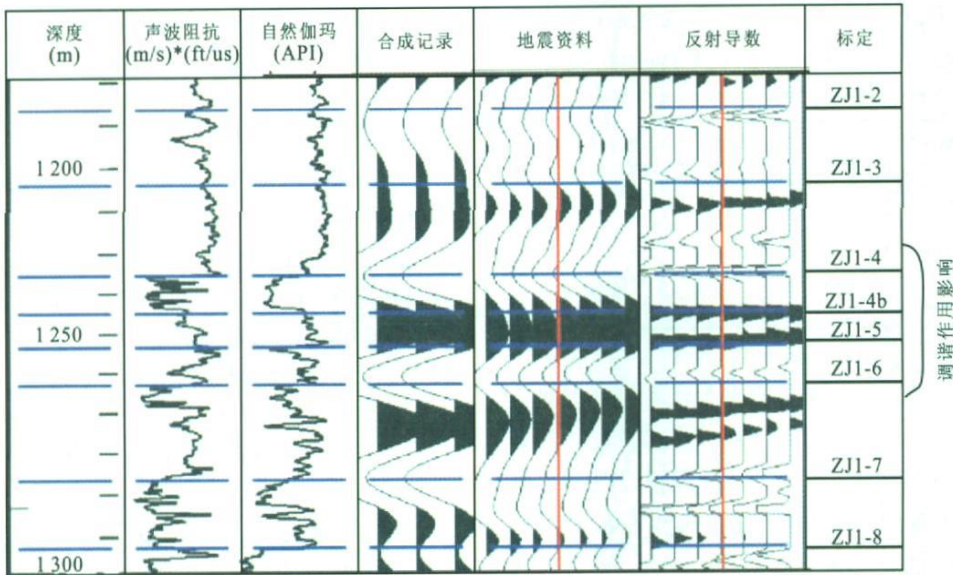


图 3 测井数据、地震资料和反演结果对比

Fig. 3 Comparison between logging data, original seismic data and inverted reflective coefficients

测井数据包括声波阻抗、自然伽马和电阻率;地震资料和反射系数中的红竖线是井点位置

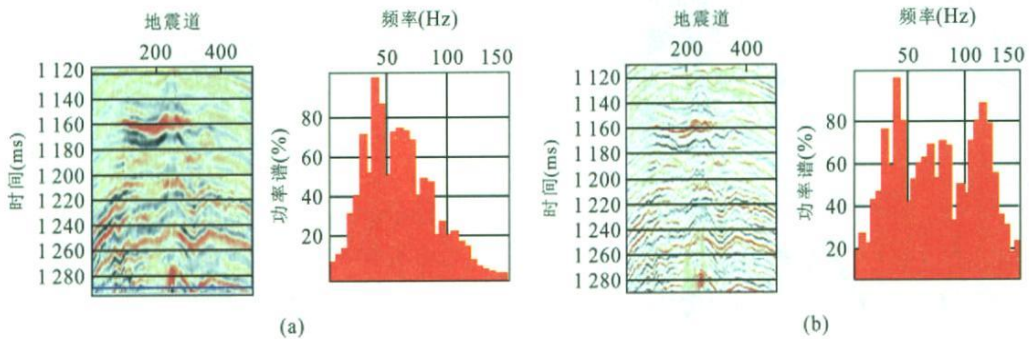


图 4 原始地震剖面(a)和反射系数剖面(b)对比

Fig. 4 Comparison between original seismic data and inverted reflective coefficients

地震资料的主频在 45 Hz 左右,受到地震子波的滤波左右,高频成分弱,地层细节信息基本丢失.反演的反射系数剖面;反演算法去除了地震子波的滤波作用,有效恢复了地震资料的高频成分,地层细节信息更加丰富、准确

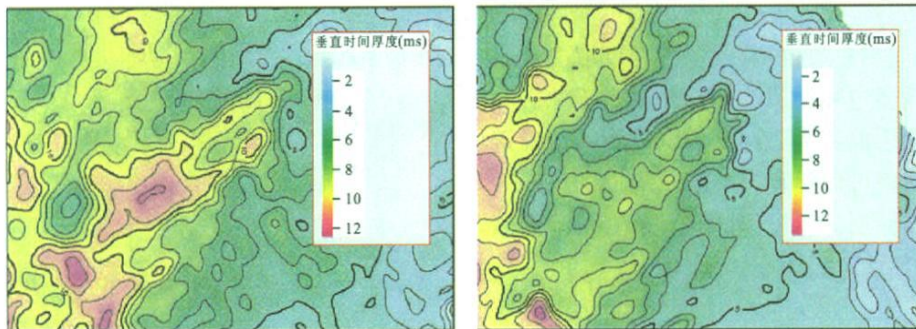


图 5 地震视厚度图(a)和反演的厚度图(b)对比

Fig. 5 Comparison between seismic apparent thickness map and predicted thickness map from inversion

砂体的空间厚度分布.受到储层下部泥岩反射的调谐作用影响,地震视厚度明显大于反演后的储层时

间厚度.如图 5 所示.

新钻的开发井资料检验反演预测的储层厚度.

表 1 反演的毛厚度和地震视厚度的对比(m)

Table 1 Comparison between seismic apparent thickness and predicted thickness from inversion

井号	实钻厚度	反演预测的厚度	地震视厚度
1 井	8.6	10.2	17
3 井	15.1	17.1	18
A3 井	11.8	11.7	18
A4 井	10.6	10.2	14
A6 井	10.5	11.7	11

把所有钻穿储层的井点毛厚度和反演预测的厚度作对比,如表 1 所示.其中,1 井、A3 井和 A4 井的地震资料受到子波调谐作用的影响,地震视厚度和实际钻遇的储层厚度差别大,最大误差达到了 8.4 m;反演结果预测的储层厚度最大误差为 2 m,预测的误差远远小于受到子波调谐作用影响的地震视厚度.反演预测的厚度误差主要来源于地震资料的采样率.由于地震资料的采样率是 1 ms,顶面和底面都有  $\pm 0.5$  ms 误差,反演的厚度有 1 ms 的误差,大约 1.5 m(层速度 2 900 m/s).该油田反演结果的误差在理论误差范围内,反演结果是准确的.

### 3 结论

本文提出了  $L1-L2$  范数联合约束的稀疏脉冲反演方法,是一种准确检测和反演地震资料的反射系数序列的时间和振幅的方法.反演的反射系数消除了地震资料中的子波调谐效应,大大提高了地震资料的分辨率,预测低于  $1/4$  波长的储层厚度.

地质条件复杂或地质建模困难的地区,依赖初始模型的反演方法难以获得精确的反演结果(Veeken and Silva, 2004).本文提出的反演方法不依赖初始模型或测井数据,其反演的精度取决于原始数据.越来越多边际油田的储层厚度小于地震的极限分辨率,利用偏移剖面计算的资源量有不确定性.该反演算法就可以计算出波阻抗界面的反射系数,准确计算出储层的厚度,计算地质储量,降低储量计算的不确定性.

### References

- Debey, H. W. J., Van Riel, P., 1990. Lp-norm deconvolution. *Geophysical Prospecting*, 38(4): 381–403.
- Gill, P. E., Murray, W., Ponceleon, D. B., et al., 1991. Solving reduced KKT systems in barrier methods for linear and quadratic programming. Technical Report SOL 91–7, Stanford University, U. S. A. .
- Huang, H. X., Han, X. Y., 2006. Mathematic programming. Qinghua University Press (in Chinese).
- Kormylo, J., Mendel, J., 1978. On maximum-likelihood detection and estimation of reflection coefficients. 48th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts Tulsa, U. S. A., 45–46.
- Roos, C., Terlaky, T., Vial, J. P., 1997. Theory and algorithms for linear optimization: An interior point approach. Wiley, Chichester, UK.
- Sacchi, M. D., Velis, D. R., Comínguez, A. H., 1994. Minimum entropy deconvolution with frequency domain constraints. *Geophysics*, 59(6): 938–945.
- Veeken, P. C. H., Da Silva, M., 2004. Seismic inversion methods and some of their constraints. *First Break*, 22, 47–72.
- Velis, D. R., 2006. Parametric sparse-spike deconvolution and the recovery of the acoustic impedance. 76th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts Tulsa, U. S. A., 2141–2144.
- Wang, J., Wang, X., Perz, M., 2006. Structure preserving regularization for sparse deconvolution. 76th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts, 25: 2072–2076.
- Widess, M. B., 1973. How thin is a thin bed? *Geophysics* 38 (6): 1176–1180.
- Wright, M. H., 1992. Interior methods for constrained optimization. *Acta Numerica*, 1: 341–407.
- Wright, S. J., 1996. Primal-dual interior-point method. SIAM, Philadelphia.
- Xu, G. M., 2003. Inverse theory and applications. Seismic Press (in Chinese).

### 附中文参考文献

- 黄红选, 韩续业, 2006. 数学规划. 北京: 清华大学出版社.
- 徐果明, 2003. 反演理论及其应用. 北京: 地震出版社.