doi:10.3799/dqkx.2011.120

考虑空间协同作用框架式抗滑桩的计算方法

钱同辉1,2,夏文才2,朝泽刚2,张石磊2

1. 中国地质大学教育部长江三峡库区地质灾害研究中心,湖北武汉 430074

2. 中国地质大学工程学院,湖北武汉 430074

摘要:基于空间协同作用的框架式抗滑桩力学分析模型考虑了桩、梁、岩土之间的相互作用及桩间土拱效应,运用空间协同分析机理对框架式抗滑桩结构的内力和变形规律进行分析,较好的弥补了当前主要采用桩土效应对多排抗滑桩进行受力分析的局限性.根据框架式抗滑桩受力模型的基本假定,采用分段计算方法,以框架式抗滑桩的滑动面为分界将桩体结构分为两段,综合运用土拱效应、平衡协调原理及弹性地基梁方法,分别建立框架式抗滑桩上下部分的受力计算方程,给出该模型受力计算的数学解析方程组求解法,并采用 MATLAB 对方程组进行编程计算,结合工程实例的实验结果进行对比分析该数学解析法的正确性.

关键词:框架式抗滑桩;空间协同作用;力学模型;计算方法;工程地质. 中图分类号:TU473 文章编号:1000-2383(2011)06-1143-06

收稿日期: 2010-09-10

A Calculation Approach for Frame Anti-Sliding Piles

QIAN Tong-hui^{1,2}, XIA Wen-cai², CHAO Ze-gang², ZHANG Shi-lei²

1. Three Gorges Research Center for Geo-Hazard, Ministry of Education, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: Contemporary force models of double row piles are mainly established on the basis of soil arch effect, ignoring interactions between top ring beam and link beam. In this paper, a force model of frame anti-sliding piles is presented to solve the problem efficiently for its spatial force analyzing techniques, which takes double row anti-slide piles as a single-layer multi-span frame structure composed of piles, beams and soils. A calculation approach for the model is proposed. It decomposes the frame structure into two parts along sliding surface, and deformation equations are rebuilt up correspondingly under pile lead border condition, continuous deformation of strong point, static force balance and deformation coordination between top ring beams and pile leads. A program is developed using MATLAB. Finally, the approach is applied in the test of Three Gorges reservoir geo-hazard prevention project, and the result shows that it is suitable for force calculation of frame anti-sliding piles. **Key words**: frame anti-sliding piles; spatial coordinative interaction; force model; calculation method; engineering geology.

抗滑桩是滑坡治理中常用的一种工程措施,当 滑坡规模较大时,单排抗滑桩不能产生良好的抗滑 效果,可考虑设置多排抗滑桩进行滑坡治理.目前在 多排抗滑桩类型中主要有双排悬臂式抗滑桩、排架 抗滑桩、h形抗滑桩、门架式抗滑桩,以上类型的抗 滑桩从结构受力的角度看,主要考虑力作用在二维 方向,集中于桩岩土共同作用的受力分析上.徐凤鹤 (1988)提出一种分析弹性地基中刚架抗滑桩受力情 况的差分方法,根据差分原理、材料力学和矩阵代数 的基本知识,建立弹性地基中刚架计算的差分公式. 闵顺南和徐凤鹤(1982)等提出h型桩的差分公式, 考虑了双桩之间的相互作用.蒋楚生(2004)提出h 型桩的位移方法,忽略了桩间的相互影响,其局限性 是桩间系梁正好处于滑面处,对于大多数连系梁处 滑面以上的情况需要进一步对公式加以补充和修 正.励国良(1998)提出了多排一般抗滑桩与滑坡相 互作用的计算方法.戴自航和沈蒲生(2003)等对抗 滑桩内力计算的悬臂桩法作了适当改进,建立了滑 动面上下统一的坐标系,将桩在滑动面以上部分视 为弹性定向铰支的悬臂梁,以使滑动面上下位移符 合连续性的实际情况.周翠英等(2005)等提出了桩 间土对前排桩的作用模式和作用力计算分析模型. 多排抗滑桩理论的研究主要集中于桩土共同作用的 受力分析上,这种受力方法并没有从空间整体的角 度对双排抗滑桩进行全面的分析,而是忽略了连接 桩与桩之间的梁所起的作用以及桩梁岩土的群桩整 体空间协同作用.

针对这一问题,钱同辉(2009)提出了一种基于 空间协同作用的框架式抗滑桩设计方法及其受力分 析模型,该模型综合考虑桩、梁、岩土之间相互作用 及桩间土拱效应,运用空间协同分析机理对框架式 抗滑桩结构的内力和变形规律进行分析,全面地分 析框架式抗滑桩的受力特性.根据框架式抗滑桩受 力模型的基本假定,本文采用分段计算方法,以框架 式抗滑桩的滑动面为分界将桩体结构分为两段,综 合运用土拱效应、平衡协调原理及弹性地基梁方法, 分别建立框架式抗滑桩上下部分的受力计算方程, 给出该模型受力计算的数学解析方程组求解法,并 采用 MATLAB 对方程组进行编程计算,结合工程 实例的实验结果进行对比分析,验证了该数学解析 法的正确性.

1 力学模型及基本假定

框架式抗滑桩结构是由两排抗滑桩、桩顶纵向 联系梁和桩顶横向联系梁共同组成,桩与梁刚性连 接形成框架结构,这种结构具有框架结构本身的空 间效应,并且随着外荷载的变化能够自动调节桩梁 内力,增强了结构的稳定性和整体刚度,使其具有更 好的支挡效果.在滑坡治理工程中,抗滑桩所受外荷 载作用较为复杂,需综合考虑桩间土对抗滑桩的作 用力、桩土相互作用、土拱效应及框架结构的协同变 形,其力学模型如图 1.

框架式抗滑桩结构是将桩、梁简化为空间杆件, 滑坡推力视为外力作用,桩间土拱效应作为附加应 力参与计算.滑动面以上桩受荷段按杆件考虑,滑动 面以下桩锚固端采用弹性地基梁方法进行计算.因 此整个框架式抗滑桩结构是一个具有多余约束的几 何不变体系,其内力不能完全由平衡条件唯一加以 确定,具有超静定结构的基本特性.

根据桩、梁和岩土的基本特性,对框架式抗滑桩 进行分析时作如下基本假定:(1)滑动面以上桩梁按



图 1 框架式抗滑桩受力分析 Fig. 1 Force model of frame anti-sliding piles

框架结构,梁桩刚性连接;(2)滑动面以下桩锚固端 采用弹性地基梁方法进行计算,忽略桩与土之间的 粘着力和摩阻力;(3)纵向连系梁不发生轴向变形, 刚结点处的各杆端转角彼此相等,忽略桩对横向框 架梁产生的扭矩作用;(4)桩间土的压缩对前排桩产 生的附加土压力按照周翠英等(2005)计算.

2 数学方程的建立

根据上述框架式抗滑桩受力分析的基本假定, 以滑动面为分界分别建立框架式抗滑桩的受力计算 方程.首先综合运用变形协调原理和土拱效应方法, 建立滑动面以上框架结构的桩梁位移方程;然后根 据弹性地基梁方法,建立滑动面以下桩身计算方程.

2.1 滑动面以上桩梁位移方程

2.1.1 附加土应力 q_f 当抗滑桩桩间距 b 与桩径 或桩宽 B 之比 b/B 小于 8 h 时,考虑桩间土拱对前 排桩的作用(周翠英等,2005). 桩间夹土因为受到后 排桩的挤压压力 q_b 的作用而对前排排桩产生了附 加土应力 q_f ,根据半平面体在边界上受到法向分布 力的解析解:

$$q_f = \frac{2}{p} \Big(\frac{bB}{b^2 + B^2} + \operatorname{arctg} \frac{B}{b} \Big) q_b \,. \tag{1}$$

2.1.2 基本未知量的选取 采用位移法求解 *n* 跨 框架式抗滑桩结构,对第 *i* 榀框架进行分析,共有 2 个刚结点,每个刚结点有 3 个角位移,每个节点又有 3 个方向的线位移,2 个结点既有 6 个线位移.由于 承受滑坡推力的作用,位移主要发生在 *y* 轴上,为 了简化计算可忽略 *x* 轴和 *z* 轴方向的线位移,即 2 个结点考虑 2 个线位移的作用,对于每榀框架有 6 个角位移 2 个线位移,共有 8 个未知量,*n* 榀框架共 有 8*n* 个未知量.分别是角位移 θ_{11x} , θ_{11y} , θ_{11z} , θ_{n1x} , θ_{n1y} , θ_{n2x} , θ_{n2y} , θ_{n2z} ,线位移 Δ_{11y} , Δ_{12y} ,..., Δ_{n1y} , Δ_{n2y} , θ_{n2y} , θ_{n2z} , d_{n2y} , d_{n2y} , Δ_{n2y} , d_{n2y} , d_{n2y} , Δ_{n2y} , d_{n2y} , d_{n2y} , d_{n2y} ,

2.1.3 杆端力矩的表达式 (1)求各杆的固端弯 矩. 对于每榀框架的 2、3 杆而言,受到滑坡均布推力 q的作用,在 2、3 两固端结点分别产生 $qH^2/12$ 和 $-qH^2/12$ 的弯矩,如图 3a 所示.由于后排桩受到土 体抗力 q_b 的作用,假设在 2、3 两固端结点分别产生 弯矩 $-m_1$ 和 m_1 ,如图 3b 所示.

对于每榀框架的 1、4 杆而言,受到均布力 q_f 和 q_a 的作用,在固端 1、4 结点上分别由桩间夹土主动 土压力和桩间 土拱力产生 $(q_f + q_a) H^2/12$ 和 $-(q_f + q_a) H^2/12$ 的弯矩,如图 4a 所示.前排桩受 到土体抗力 q_b 的作用,假定在 1、4 结点产生的固端 弯矩分别为 $-m_2$ 和 m_2 ,如图 4b 所示.

第 *n* 榀框架 23、14 杆中 2、3、4、1 结点在 *y* 方向的固端弯矩公式:

$$m_{n23y} = qH^2/12 - m_1 , \qquad (2)$$

$$m_{n32y} = -qH^2/12 + m_1$$
, (3)

$$m_{n41y} = -(q_f + q_a)H^2/12 + m_2$$
, (4)

$$m_{n14y} = (q_f + q_a) H^2 / 12 - m_2 .$$
(5)

(2)求各杆的弯矩.考虑由结点角位移和线位移







图 3 q(a)和 $q_b(b)$ 产生固端弯矩示意

Fig. 3 Bending moment produced by q (a) and q_b (b) in fixed ends



图 4 $(q_f + q_a)(a)$ 和 $q_b(b)$ 产生固端弯矩示意

Fig. 4 Bending moment produced by $q_f + q_a(a)$ and $q_b(b)$ in fixed ends

产生的杆端弯矩,与固端弯矩叠加后,第n榀框架在 1结点3个方向的弯矩公式:

$$M_{n14x} = 4 \, \frac{EI}{H} q_{n1x} , \qquad (6)$$

$$M_{n14y} = 4 \frac{EI}{H} q_{n1y} - 6 \frac{EI}{H^2} D_{n1y} + \frac{(q_f + q_a)H^2}{12} - m_2 ,$$
(7)

$$M_{n14z} = \frac{GI_{zz}}{H} q_{n1z} , \qquad (8)$$

$$M_{n12x} = 4 \, \frac{EI_L}{b} q_{n1x} + 2 \, \frac{EI_L}{b} q_{n2x} \, , \qquad (9)$$

$$M_{n12y} = \frac{GI_{d}}{b} q_{n1y} - \frac{GI_{d}}{b} q_{n2y} , \qquad (10)$$

$$M_{n12x} = 4 \, \frac{EI_L}{b} q_{n1z} + 2 \, \frac{EI_L}{b} q_{n2z} \,, \qquad (11)$$

$$M_{nlkx} = \frac{GI_{kq}}{l} q_{nlx} - \frac{GI_{kq}}{l} q_{(n-1)kx} , \qquad (12)$$

$$M_{n1ly} = 4 \frac{EI_q}{l} q_{n1y} + 2 \frac{EI_q}{l} q_{(n-1)ly} , \qquad (13)$$

$$M_{nllz} = 4 \frac{EI_q}{l} q_{nlz} + 2 \frac{EI_q}{l} q_{(n-1)lz} - 6 \frac{EI_q}{l^2} (D_{nly} - D_{(n-1)ly}) .$$
(14)

(3)位移法基本方程.取第 n 跨结点 1 为隔离体,可列出 3 个力矩平衡方程:

$$egin{aligned} &\sum M_{n1x} = 0\,, \quad M_{n12x} + M_{n14x} + M_{n1rx}\,\,, \ &\sum M_{n1y} = 0\,, \quad M_{n12y} + M_{n14y} + M_{n1ry}\,\,, \ &\sum M_{n1z} = 0\,, \quad M_{n12z} + M_{n14z} + M_{n1rz}\,\,. \end{aligned}$$

将公式(2)~(14)代入上述力矩平衡方程,整 理得:

$$(4 \frac{EI}{H} + 4 \frac{EI_L}{b} + \frac{GI_m}{l})q_{nlx} + 2 \frac{EI_L}{b}q_{n2x} - CI$$

$$\frac{GI_{tp}}{l}q_{(n-1)1x} = 0 , \qquad (15)$$

$$(4 \frac{EI}{H} + 4 \frac{EI_q}{l} + \frac{GI_d}{b})q_{n1y} - \frac{GI_d}{b}q_{n2y} + 2 \cdot$$

$$\frac{EI_{q}}{l}q_{(n-1)1y} - 6\frac{EI}{H^{2}}D_{n1y} + \frac{(q_{f} + q_{a})H^{2}}{12} - m_{2} = 0,$$
(16)

$$(4\frac{EI_L}{b}+4\frac{EI_q}{l}+\frac{GI_{z}}{H})q_{n1z}+2\frac{EI_L}{b}q_{n2z}+2$$

$$\frac{EI_{q}}{l}q_{(n-1)1z} - 6 \frac{EI_{q}}{l^{2}}(D_{n1y} - D_{(n-1)}1y) = 0.$$
 (17)

投影平衡方程:

$$\sum F_{n1r} = 0, \quad F_{n12Y} + F_{n14Y} + F_{n1IY} ,$$

$$\sum F_{n2r} = 0, \quad F_{n23Y} + F_{n21Y} + F_{n2IY} .$$

F_{n21},表示第*n* 榀框架 2、1 杆在 2 结点上沿 *y* 方向上受到的力. 将各个剪力值代入投影平衡方程可得位移方程:

$$\frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{11z} + \frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{21z} + \frac{6EI}{H^{2}}q_{11x} + \frac{(q_{a} + q_{f})H}{2} -$$

$$\frac{m_2}{H} = 0 , \qquad (18)$$

$$\frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{12z} + \frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{22z} + \frac{6EI}{H^{2}}q_{12x} + \frac{qH}{2} - \frac{m_{1}}{H} = 0 ,$$
(19)

$$\frac{6EI}{H^2}q_{i1x} + \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i+1)1z} - \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i-1)1z} + \frac{(q_a + q_f)H}{2} -$$

$$\frac{m_2}{H} = 0 , \qquad (20)$$

$$\frac{6EI}{H^2}q_{i2x} - \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i-1)2z} + \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i+1)2z} + \frac{qH}{2} - \frac{3m_1}{H} = 0 , \qquad (21)$$

$$\frac{6EI}{H^2}q_{i2x} - \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i-1)2z} + \frac{6EI_q}{l^2}q_{(i+1)2z} + \frac{qH}{2} -$$

$$\frac{3m_1}{H} = 0$$
, (22)

$$-\frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{n2z} - \frac{6EI_{q}}{l^{2}}q_{(n-1)2z} + \frac{6EI}{H^{2}}q_{n2x} + \frac{qH}{2} -$$

$$\frac{m_1}{H} = 0. (23)$$

联立方程(15)~(23)可求得未知角位移和线 位移.

2.2 滑动面以下桩身方程的建立

滑动面以下桩身受到水平抗力 p 的作用,桩顶 作用有弯矩和剪力,将滑动面以下桩身简化为杆件, 在荷载的作用下,桩体发生变形,如图 5 所示.

根据材料力学知识可得到滑动面以下桩身(锚 固段)的挠曲线微分方程为:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + a^{4 + \frac{1}{n}} x^{\frac{1}{n}} y = 0.$$
 (24)

可将内力表示桩身位移为 y(x),桩身转角为 $f = \frac{dy}{dx}$,桩身剪力为 $V = EI \frac{d^3 y}{dx^3}$,桩身弯矩为 $M = EI \frac{d^2 y}{dx^2}$.



图 5 滑动面以下桩身受力示意 Fig. 5 Force model of pile below sliding surface

3 实例分析

首先采用 MATLAB 数学计算工具对上述位移 方程组(15)~(23)进行编程计算;再以三峡库区红 石包滑坡工程中的设计数据作为参数代入,求解出 未知力;最后对求解的桩梁内力与课题组所做的试 验数据进行对比分析.

3.1 计算参数

计算参数采用三峡库区巴东县红石包滑坡治理 工程的数据,为便于与试验结果对比分析,按框架式 抗滑桩模型尺寸进行了计算,模型尺寸按1:20进 行了缩尺,缩尺后参数土压力和附加土应力 $q_{ab} =$ 0.57×10⁴ N/m,滑坡推力 $f_p = 1.4 \times 10^5$ N/m,弹 性模量 $E = 2.8 \times 10^4$ MPa,剪切弹性模量 G =1.167 MPa,计算长度 $L_l = 0.3$ m,桩截面积 A =0.008 8 m²,横向框架梁截面积 A = 0.006 05 m²,纵 向框架梁截面积 A = 0.004 m²,转角刚度系数 m =5.69×10⁵ N/m,滑动面参数内聚力 c = 28 kPa,内 摩擦角 $\phi_d = 30.0^\circ$.

3.2 计算结果

取 *n*=5 时框架式抗滑桩的各弯矩和变形的数 值计算结果,根据叠加原理可画出第 5 跨桩梁的弯 矩如图 6 所示.

桩梁弯矩图(图 6)中前后桩均存在反弯点,后 桩的反弯点接近滑动面,前桩的反弯点上移,距离桩 顶 1/3 处,说明后桩先承受较大的滑坡推力,随后滑 坡推力和土拱力逐渐移至前桩,滑坡推力和土拱力 有向上移动的趋势.最大弯矩值位于后桩滑动面处, 前后桩弯矩最大值均在滑动面处,说明桩在滑动面 处承受的力最大,后桩承受的滑坡推力大于前桩.随 着下滑力的增大,后桩由位于桩下部的压应力转换 为桩上大部分的拉应力,前桩桩身由大部分压应力 转换为上部小部分拉应力.说明后桩先承受大部分 的滑坡力,随后前桩也开始承受下滑力的作用.

3.3 对比分析

为了验证数学解析法的正确性,将计算结果与 结构模型试验和有限元模拟结果进行比较分析,为 便于比较分析将上述3种方法得到的桩梁弯矩汇总 于图7中.

图中可看出,桩身3条曲线的变形趋势一致,均 为非线性曲线,数学解析法与模型试验的弯矩曲线 值较为接近,均小于有限元模拟的弯矩曲线值.

框架横梁弯矩变化曲线基本比较一致,均为梁



Fig. 6 Bending moment of piles and beam



图 7 桩梁弯矩对比分析

Fig. 7 Results comparison bending moment of piles and beam

右上部受拉,梁左下部受压.但数学解析法与模型试验的梁上弯矩为线性,数值模拟的弯矩曲线为非线性,且数值模拟的计算结果大于数学解析法与模型试验.这是因为数值模拟将梁划分为较多的单元,在每个单元节点上均有计算结果,因此在梁上可将计算结果拟合为一条曲线.而模型试验中笔者在梁上下各贴了4片应变片,得到4个试验数据,只能绘制成一条直线.在数学解析法中为简化计算仅取了相关的几个点,因此得出的也是直线.

梁端弯矩与桩顶端弯矩基本接近,表示节点弯 矩基本平衡.

4 结论

(1)数学解析解、数值模拟以及模型试验的结果

表明,横向框架梁在跨中存在反弯点,一端受压,另 一端受拉,符合框架受力规律和变形协调原则.且梁 端弯矩与桩顶弯矩基本接近,横向框架梁与前后桩 有很好的刚性连接,表明框架梁与桩之间存在协同 工作.

(2)框架式抗滑桩桩身最大值弯矩和最大值剪 力均位于滑动面处,因此在抗滑桩进行结构设计时, 主要纵向受力钢筋采用滑动面处最大弯矩值进行设 计,抗剪设计取滑动面处最大剪力值,建议采用螺旋 箍筋或加密箍筋方法对桩身进行加强,以确保桩身 具有良好的抗弯、抗剪性能.

(3)后排桩弯矩均大于前排桩,因此后排桩承受 更多滑坡推力作用,在框架式抗滑桩设计时应考虑 前后排桩设计有所不同.

(4)纵向框架梁在轴力和弯矩的共同作用下主 要承受压应力,仅框架梁上部在前排桩的节点附近 局部受拉,因此应在纵向框架梁上部节点附近考虑 增大配筋率避免混凝土的局部破坏.

(5)横向框架梁主要承受轴向拉应力,因此应配 置适当的钢筋增加截面的抗拉性,避免混凝土开裂.

(6)计算结果表明,数学解析法计算结果与模型 试验和有限元模拟得出桩梁变形规律一致,计算结 果接近,说明本文提出的力学模型和数学方程是合 理可行的,采用的数学解析解分析方法是可靠的,可 以真实的反映出主要因素的影响规律.

References

- Dai, Z. H., Shen, P. S., 2003. Improvements on calculation of internal forces of cantilever anti-sliding piles. *Journal* of Hunan University (Natural Science), 30(3): 81-85 (in Chinese with English abstract).
- Jiang, C. S., 2004. Calculation of internal forces of chair piles. Subgrade Engineering, 112(1): 57-59 (in Chinese).

- Li,G. L. , 1998. Calculation of multi-row piles and landslide interaction. In: Selected papers on landslides (Vol. 13). China Railway Publishing House, Beijing, 65-72 (in Chinese).
- Min, S. N., Xu, F. H., 1982. Research on chair-pile wall of Shirong stream. In: Selected papers on landslides (Vol. 3). China Railway Publishing House, Beijing, 143-151 (in Chinese).
- Qian, T. H., 2009. Research on frame anti-sliding piles based on spatial coordinative interaction (Dissertation). China University of Geosciences, Wuhan (in Chinese with English abstract).
- Xu, F. H., 1988. Design and construction of anti-slide pile frame of Luoyi stream. In: Selected papers on landslides (Vol. 6). China Railway Publishing House, Beijing, 1— 10 (in Chinese).
- Zhou, C. Y., Liu, Z. Q., Shang, W., et al., 2005. A new mode for calculation of portal double row anti-sliding piles. *Rock and Soil Mechanics*, 26(3): 441-444 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 戴自航,沈蒲生,2003. 抗滑桩内力计算悬臂桩法的改进. 湖 南大学学报,30(3):81-85.
- 蒋楚生,2004. 椅式抗滑桩的内力计算. 路基工程,112(1): 57-59.
- 励国良,1998.多排抗滑桩与滑坡相互作用的计算.滑坡文集 (第十三集).北京:中国铁道出版社,65-72.
- 闵顺南,徐凤鹤,1982. 施溶溪椅式桩墙的研究. 滑坡文集(第 三集). 北京:中国铁道出版,143-151.
- 钱同辉,2009.基于空间协同作用的框架式抗滑桩研究(博士 论文).武汉:中国地质大学.
- 徐凤鹤,1988.罗依溪抗滑刚架桩的设计与施工.滑坡文集 (第六集).北京:中国铁道出版社,1-10.
- 周翠英,刘祚秋,尚伟,等,2005. 门架式双排抗滑桩设计计算 新模式. 岩土力学,26(3):441-444.