

doi:10.3799/dqkx.2014.035

混沌序列 WA-VOLTERRA 耦合模型在月降水量预测中的应用

黄发明, 田玉刚*

中国地质大学信息工程学院, 湖北武汉 430074

摘要: 由于月降水量时间序列含有大量噪声, 并表现出明显的混沌特性, 现有预测模型均存在一定程度的不足. 基于混沌理论的小波分析—VOLTERRA 级数自适应(WA-VOLTERRA)耦合预测模型, 在对月降水量时间序列进行混沌特性识别的基础上, 先用小波分析对月降水序列进行时频分解, 再分别对各频率分量进行相空间重构并用 3 阶 VOLTERRA 级数自适应模型建模预测, 最后综合得到原始序列的预测值. 以相近区域杭州市和南通市的月降水序列为例, 并通过与小波分析—支持向量机(WA-SVM)模型进行比较, 发现该模型具有较强的适用性和更高的预测精度.

关键词: 月降水时间序列; 混沌理论; 小波分解; VOLTERRA 级数自适应模型.

中图分类号: P91

文章编号: 1000-2383(2014)03-0368-07

收稿日期: 2013-09-26

WA-VOLTERRA Coupling Model Based on Chaos Theory for Monthly Precipitation Forecasting

Huang Faming, Tian Yugang*

Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: To address the inefficiency of existing prediction models of monthly precipitation time series due to large amount of noises and obvious characteristics of chaos, a coupling model is proposed in this study, which takes full advantages of wavelet analysis and VOLTERRA adaptive model. The monthly precipitation time series is firstly mapped into several time-frequency domains, and then a third-order VOLTERRA adaptive model is established for each domain based on the phase-space reconstruction. The final forecasting results are the algebraic sums of all the forecasted components obtained by respective VOLTERRA adaptive model corresponding to different time-frequency domains. An experiment has been conducted by applying different models to estimate the monthly precipitation time series in Hangzhou and Nantong, and the comparison of the data obtained by the conventional model with the results obtained using wavelet analysis and support vector machine (WA-SVM) coupling prediction model confirms that this new WA-VOLTERRA coupling method can achieve higher accuracy. The new model offers a new approach for monthly precipitation forecasting.

Key words: monthly precipitation time series; chaos theory; wavelet analysis; VOLTERRA adaptive model.

0 引言

成功的降水预测对防汛抗旱、水资源规划管理等有着十分重要的意义. 降水的形成受到海陆位置、地形、气压、洋流及人类活动等因素影响, 是一个非常复杂的非线性系统(陈超君和倪长健, 2011). 对

于这类复杂的水文现象, 目前还很难用物理方法进行完全描述, 需要借助数理统计及其他一些不确定性方法来描述, 以弥补物理方法的不足, 所以各种借助于时间序列分析的方法在揭示水文规律、模拟和预测水文现象中起着重要的作用(韩敏, 2007). 但是传统的线性模型难以模拟水文时间序列, 而混沌理论的出现

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 40801213).

作者简介: 黄发明(1988—), 男, 硕士研究生, 研究方向为灾害评估. E-mail: huang1503518@sina.cn

* 通讯作者: 田玉刚, E-mail: ygangtian@163.com

为水文现象研究开辟了一条崭新的道路。

目前,在水科学领域,混沌理论主要应用于水文时间序列混沌识别和非线性建模预测(Sivakumar, 2004;王红瑞等,2004)。梁婕等(2006)对洞庭湖区月降水序列的混沌特性进行识别,结果表明洞庭湖区月降水序列存在混沌特性。基于嵌入定理和相空间重构理论,可从水文序列中恢复原动力学系统,并在此基础上建模预测。常用的混沌预测模型主要有最大 Lyapunov 指数模型(杨国和陈玉华,2004)、神经网络模型(Sivakumar *et al.*, 2002)、支持向量机模型(于国荣和夏自强,2008)和 VOLTERRA 自适应模型(韦保林等,2002)等。

小波分析(Wavelet Analysis, WA)在时频两域都具有表征时间序列局部特征的能力,能提取出时间序列的趋势特征、周期特征和随机特征,能对混沌时间序列进行平滑消噪,近来也被用于混沌时间序列预测研究(高荣和刘晓华,2005;马细霞等,2008),其物理实质就是在重构相空间时,混沌吸引子向小波滤波器向量所张的空间中投影,对于混沌动力系统,当尺度较小时,小波变换模数的关联维数值与系统本身一致(Sivakumar *et al.*, 2001;游荣义等,2004)。支持向量机(SVM)是一种机器学习算法,明显优于基于经验风险最小化的神经网络方法。宋星原和张国栋(2007)将 WA-SVM 耦合模型用于流域月降水预测研究,与单独使用 SVM 方法相比,整体预测结果有所改善,但该方法存在核函数和参数选取困难以及标准 SVM 对噪声不具有鲁棒性等缺点。基于相空间重构的 VOLTERRA 自适应预测法综合了混沌时间序列的线性和非线性因素,预测效果较好。它能自动跟踪混沌的运动轨迹,根据当前预测误差自适应调整模型参数,使其下一次预测时误差最小,因此预测精度较高。张家树和肖先赐(2000)、韦保林等(2002)等提出了一系列基于 VOLTERRA 滤波器的自适应预测方法,并证明该方法具有较好的预测性能。李红霞等(2007)将 VOLTERRA 自适应模型用于月径流量预测,获得较好的预测效果,表明该方法能有效地提高预测精度。但 VOLTERRA 自适应预测法存在易于陷入参数空间局部极小值、高阶情况待参数多及抗噪性能差等缺点(韩敏,2007)。因此,本文结合小波时频分析能降低噪声影响和 VOLTERRA 级数自适应模型预测精度高的优点,提出了基于小波分析—VOLTERRA 级数自适应(WA-VOLTERRA)的耦合预测模型,并将 WA-VOLTERRA 自适应模型应

用于月降水序列预测中,期望为水文时间序列预测问题探索一个新方法。

1 混沌特性识别

1.1 月降水序列相空间重构

对月降水量时间序列重构相空间,引入延迟时间和嵌入维,把一维降水序列改造成多维相空间,可重建其动力系统。设定月降水序列为 $x_i, i=1, 2, \dots, n$, 选取恰当的延迟时间 τ 和嵌入维数 m , 在此基础上重构其相空间为:

$$y_t = \{x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}\}, \quad (1)$$

式中 $t=1, 2, \dots, n-(m-1)\tau$; y_t 是 m 维相空间中的相点,根据 Takens 嵌入定理,如果嵌入维数 $m > 2d+1$, d 是动力系统的维数,则重构的动力系统和原系统是拓扑等价的。

相空间重构的关键在于如何确定延迟时间 τ 和嵌入维数 m 。确定延迟时间 τ 的常用方法有自相关函数法、互信息法和广义相关积分法等。

同样嵌入维数 m 也不宜过大或过小,计算嵌入维的方法一般有饱和嵌入维法、伪最近邻点法等,王德智等(2002)采用伪邻点法求月降水时间序列的嵌入维,计算结果显示其嵌入维数在 $[2, 12]$ 之间变化。

1.2 混沌特征的判定

混沌特征识别的定量方法是通过计算混沌信号奇异吸引子的特性参数来辨别混沌行为。刻画奇异吸引子的主要参数是描述邻近轨道发散率的最大 Lyapunov 指数、描述吸引子维数的关联维数和反映信息产生频率的 Kolmogorov 熵。本文选取饱和关联维数(Lai and Lerner, 1998)和最大 Lyapunov 指数值(Vallejos and Anteneodo, 2002)判定月降水序列中的混沌特性。

2 WA-VOLTERRA 耦合预测模型理论基础

2.1 小波分析(Wavelet Analysis, WA)

小波能通过小波基函数的变换分析时间序列信号的局部特征,具有多分辨率的能力。小波变换是指把某一基本小波函数 $\Psi(t)$ 平移 τ 后,再在不同尺度 a 下与待分析的信号 $x_{(t)}$ 做内积:

$$f_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x_{(t)} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad a > 0. \quad (2)$$

等效的时域表达式为:

$$f_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\omega) \Psi(a\omega) e^{j\omega\tau} dt \quad a > 0. \quad (3)$$

本文采用 Mallat 算法对月降水序列进行多尺度分解,对于原始序列 s ,经小波变换可以将它分解成高频部分 d_1 和低频部分 a_1 ,然后把低频部分 a_1 进一步分解,如此重复可以得到任意尺度上的高频部分和低频部分.

对于小波分解的级数,一般进行 3 层或 4 层分解便可达到理想的效果. 经过比较分析,本文将月降水序列分解为 4 层.

2.2 VOLTERRA 级数自适应预测模型

设非线性离散动力系统的输入为 $X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]$, 输出为 $\hat{x}(n+1)$. 由 Tanks 嵌入定理可知,混沌序列的预测重构本质上是通过动力系统的状态反过来重构系统的动力学模型 $F(\ast)$, 即建立:

$$\hat{x}(n+1) = F(X(n)). \quad (4)$$

则将 3 阶 VOLTERRA 级数展开如下式:

$$\begin{aligned} \hat{x}(n+1) = & h_0 + \sum_{m=0}^{N_1-1} h_1(m)x(n-m) + \\ & \sum_{m_1=0}^{N_2-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} h_2(m_1, m_2)x(n-m_1)x(n-m_2) + \\ & \sum_{m_1=0}^{N_3-1} \sum_{m_2=0}^{N_3-1} \sum_{m_3=0}^{N_3-1} h_3(m_1, m_2, m_3)x(n-m_1)x(n-m_2), \end{aligned} \quad (5)$$

其中: d_1 、 d_2 、 d_3 分别为 1 阶、2 阶和 3 阶 VOLTERRA 核, N_1 、 N_2 、 N_3 为滤波器长度, m 可取值为动力系统的嵌入维数. 非线性滤波器自适应结构如图 1 所示, 将式 (4) 进行状态扩展, 写成线性状态方程形式:

$$\hat{x}(n+1) = H^T(n)U(n), \quad (6)$$

式中, $\hat{x}(n+1)$ 为输出预测值, $U(n)$ 为滤波器的输入信号矢量, $H^T(n)$ 为核系数矢量. $U(n)$ 和 $H^T(n)$ 表示如下式所示:

$$U(n) = [1, x(n), x(n-1), \dots, x(n-m+1), x^2(n), x(n)x(n-1), \dots, x^2(n-m+1)]^T, \quad (7)$$

$$H(n) = [h_0, h_1(0), h_1(1), \dots, h_1(m-1), h_2(0, 0), h_2(0, 1), \dots, h_2(m-1, m-1)]^T. \quad (8)$$

对于式 (9) 中的 VOLTERRA 自适应滤波器, 运用具有较好的自适应性能的归一化最小均方 (Normalized Least Mean Square, NLMS; 韦保林等, 2002) 算法效果较好. 令滤波器系数矢量为 $H^T(n)$, 输入信号矢量为 $U(n)$, 则 NLMS 算法描

述如下:

$$e(n) = \hat{x}(n+1) - H^T(n)U(n), \quad (9)$$

$$U(n+1) = U(n) + \frac{\mu}{H^T(n)H(n)} e(n)H(n), \quad (10)$$

其中 μ 为收敛步长 ($0 < \mu < 2$).

3 WA-VOLTERRA 级数自适应耦合预测模型

3.1 建模基本思路

第 1 步: 确定月降水序列的延迟时间 τ 和嵌入维 m 并对其重构相空间, 然后进行混沌特性识别, 为混沌时间序列预测模型提供理论依据.

第 2 步: 对月降水序列进行小波变换, 得到分解后的低频部分 CA 和 3 个高频部分 CD_i (i 为分解的尺度数), 对 CA、 CD_i 重构相空间得到 A 和 D_i .

第 3 步: 分别用 VOLTERRA 级数自适应模型进行建模预测, 最后将预测结果合成得到最终预测值, 建模流程如图 1 所示.

3.2 模型预测精度评价指标

(1) 均方根误差 (RMSE):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}}. \quad (11)$$

(2) 平均相对误差绝对值 (MAPE):

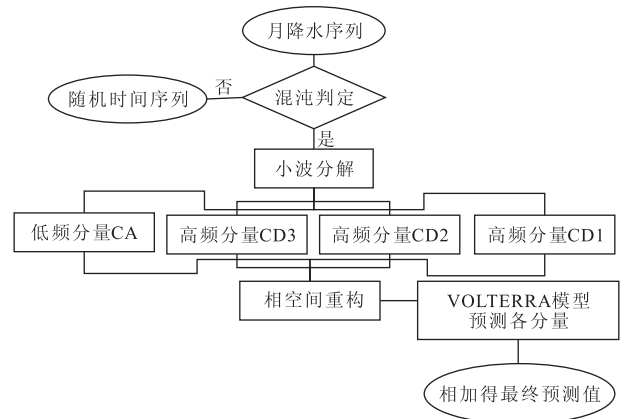


图 1 WA-VOLTERRA 自适应耦合预测模型示意图
Fig. 1 The diagram of WA-VOLTERRA adaptive coupling forecast model

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right|. \quad (12)$$

上式(11)、(12)中, x_i 为真实值, \hat{x}_i 为模型预测值, n 为预测值个数.

4 实例分析

4.1 杭州市月降水量预测分析

杭州市位于浙江省北部,地处长江三角洲南沿和钱塘江流域,属亚热带季风性气候,四季分明,雨量充沛,月均降水量为 121.2 mm. 本文选取杭州市 1951—2011 年共 732 个月的降水量历史数据进行混沌特性分析和建模预测,其中后 36 个月的降水数据用作模型单步预测精度验证.

4.1.1 计算延迟时间和嵌入维数 已有的研究成果(Sivakumar *et al.*, 2001;王德智等, 2002)表明,月降雨序列的延迟时间一般取 1 个月或 3 个月. 本文采用自相关系数法求延迟时间并将其确定为 1 个月.

本文运用饱和关联维数法求嵌入维 m ,按照 G-P 算法计算饱和关联维数值,在延迟时间为 1 个月的情况下重构相空间,经计算得出的一系列关于 $\log_2 c(r)$ 和 $\log_2(r)$ 的值,并做出关系图(图 2). 图 2 中各曲线的无标度区(直线段)的斜率即为关联维数. 从图 3 中关联维数 $D(m)$ 随嵌入维数 m 变化的曲线可以看出,随着嵌入维数的增加,关联维数 $D(m)$ 逐渐增大,当 $m=9$ 时,关联维数 $D(m)=3.9916$,达到饱和值. 说明该月降水序列具有混沌特性,同时也验证了嵌入维数 $m=9$ 是最佳嵌入维.

4.1.2 月降水序列混沌特性判定 图 3 显示的饱和关联维数值出现了饱和,说明杭州市月降水序列存在混沌特性. 采用小数据量法计算杭州市月降水

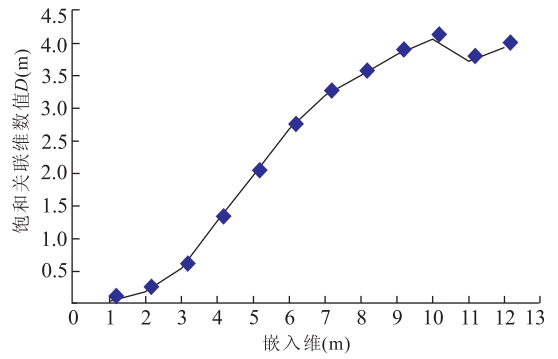


图 3 杭州市月降水序列饱和关联维图

Fig. 3 Relational curves of saturation correlation dimension for monthly precipitation series of Hangzhou

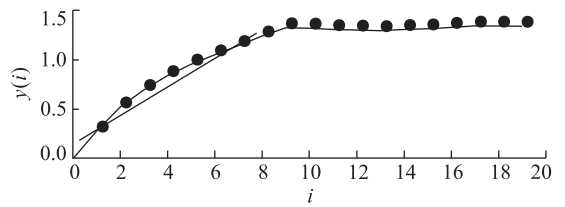


图 4 小数据量法计算得到的 Lyapunov 值

Fig. 4 The calculation chart of Lyapunov value

序列的最大 Lyapunov 指数,如图 4 所示, i 为离散步进时间, $y(i)$ 为对应离散步进时间 i 的所有参考点的指数发散率,选择 $y(i)-i$ 的一段线性区域,并用最小二乘法作出回归直线,该直线的斜率就是最大 Lyapunov 指数 λ_1 ,经计算杭州市月降水序列最大 Lyapunov 指数为 0.103 2,即大于零,进一步确定该序列具有混沌特性,因此可将基于混沌理论的 WA-VOLTERRA 模型用于月降水量预测.

4.1.3 模型建立 第 1 步:数据归一化处理,用于消除各个因子由于量纲和单位不同而造成的影响,其公式如下:

$$y_i = \frac{2(x_i - x_{\min})}{x_{\max} - x_{\min}} - 1, \quad (13)$$

上式中 x_i 和 y_i 分别为归一化前后的变量, x_{\min} 和 x_{\max} 分别为变量的最小和最大值.

第 2 步:对归一化后的月降水序列进行分解,采用 Mallat 算法,选择 db_4 小波函数将其分解为 4 层,得到低频序列 a_4 和高频序列 d_4, d_3, d_2, d_1 ,分解结果如图 5 所示.

第 3 步:对各频率分量重构相空间,将一维序列转化为矩阵形式, X, Y 分别表示输入和输出训练样本集,如下式所示:

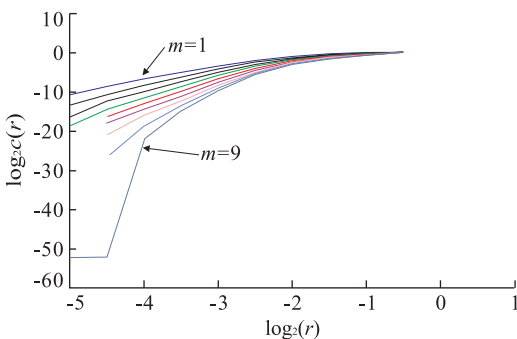


图 2 杭州市月降水序列 $\log_2(r)-\log_2 c(r)$ 关系

Fig. 2 Relational curves of $\log_2(r)-\log_2 c(r)$ for monthly precipitation series of Hangzhou

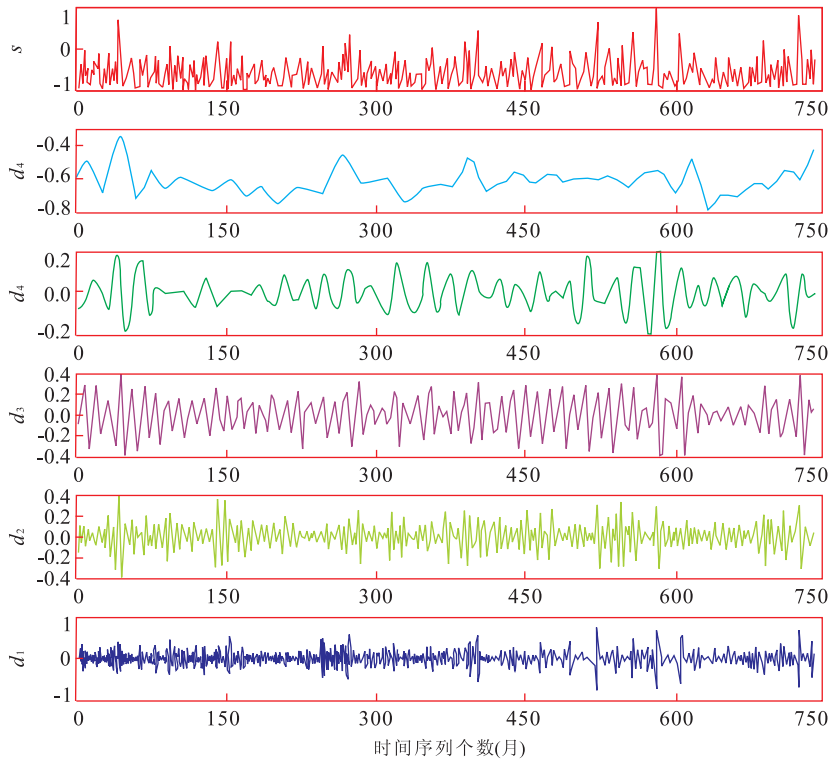


图 5 小波分解后的各个分量序列

Fig. 5 Wavelet decomposition of the monthly precipitation of Hangzhou City

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_{1+\tau} & \cdots & x_{1+(m-1)\tau} \\ x_2 & x_{2+\tau} & \cdots & x_{2+(m-1)\tau} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n-(m-1)\tau} & x_{n-(m-1)\tau+1} & \cdots & x_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} x_{2+(m-1)\tau} \\ x_{3+(m-1)\tau} \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}. \tag{14}$$

第 4 步:一般令 VOLTERRA 自适应滤波器长度 N_i 等于嵌入维数 m , 本文在试验分析中, 首先用饱和嵌入维法粗略计算嵌入维数值, 在用 VOLTERRA 自适应模型进行预测时, 再通过从小到大尝试不同的嵌入维数值, 以达到最佳预测效果. 该方法同样适用于 SVM 模型. 运用 VOLTERRA 自适应模型进行预测时, 低频序列 a_4 和高频序列 d_4, d_3, d_2, d_1 的最佳嵌入维数分别是 6、7、8、8、8. 采用 SVM 模型预测时, 其最佳嵌入维数分别是 5、6、6、9、10.

第 5 步: 分别用 VOLTERRA 自适应模型和 SVM 模型进行预测, 将各个频率分量的预测结果相加得到预测值, 并对预测值反归一化, 即得到最终预测值.

用 SVM 模型对频率分量进行预测时, 核函数采用高斯径向基函数, SVM 模型的 2 个重要参数

(不敏感损失函数 ϵ 和误差惩罚因子 c) 模型泛化能力影响非常大, 但是要选取最优参数比较困难, 需反复测试优选, 经计算最后参数取值为 $c = 200, \epsilon = 0.02$, 这 2 个参数同样适用于南通市月降水序列.

4.1.4 模型预测结果 图 6 显示了杭州市 2008—2011 年间 48 个月的降水量实测值、WA-VOLTERRA 模型预测值和 WA-SVM 模型预测值. 表 1 显示了 2 种不同模型预报结果的均方根误差和平均相对误差绝对值.

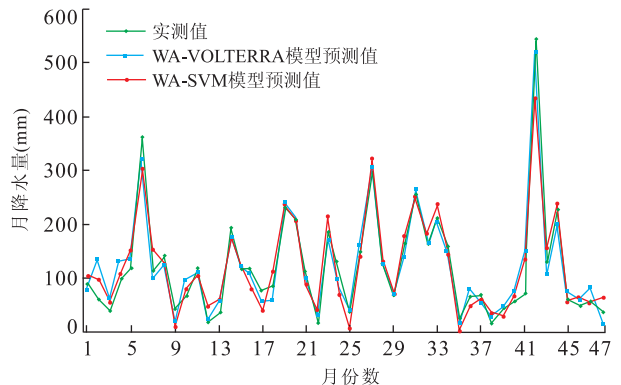


图 6 杭州市月降水量预测值与实测值对比

Fig. 6 One month ahead precipitation forecasts using WA-VOLTERRA model and WA-SVM model of Hangzhou

表 1 杭州市月降水量预测结果对比

Table 1 Comparison of different models for 1 month ahead precipitation forecasting at Hangzhou

模型	RMSE	MAPE(%)
WA-VOLTERRA	22.9	24.5
WA-SVM	28.2	30.1

表 2 南通市模型预测结果对比

Table 2 Comparison of different models for 1 month ahead precipitation forecasting at Nantong

模型	RMSE	MAPE(%)
WA-VOLTERRA	16.9	31.8
WA-SVM	24.9	36.9

4.2 南通市月降水量预测分析

为了进一步验证本文模型的通用性,另外选取南通市 1951—2005 年共 648 个月的降水量历史数据进行混沌特性分析和建模预测,其中后 48 个月的降水数据用作模型一步预测精度验证。

南通地处长江三角洲北部,属北亚热带和暖温带季风气候,年平均气温为 15.1℃,四季分明,月均降水量为 86.7 mm。

经计算得到饱和关联维数值是 2.740 3,最大 Lyapunov 值是 0.150 4,说明南通市月降水序列存在混沌特性.运用饱和嵌入维数法计算得到原始时间序列嵌入维数值为 10.采用 WA-VOLTERRA 模型进行预测时得到低频序列 a_4 和高频序列 d_4, d_3, d_2, d_1 的最佳嵌入维数分别是 6、7、7、8、11.而在采用 WA-SVM 模型进行预测时,得到最佳嵌入维数分别是 6、6、6、8、10.图 7 显示了南通市 2002—2005 年间 48 个月的降水量实测值和模型预测值,表 2 将 2 种不同模型预测结果进行了对比。

4.3 实例讨论

本文分别使用 2 阶和 3 阶 VOLTERRA 滤波器对月降水量进行预测,试验结果表明 3 阶滤波器预测精度明显高于 2 阶 VOLTERRA 滤波器。

杭州市月降水量预测实验中,WA-VOLTERRA 模型均方根误差为 22.9 mm,优于 WA-SVM 模型,WA-VOLTERRA 模型平均相对误差绝对值为

24.5%,低于后者的 30.1%,同样南通站也是如此.通过对杭州市和南通市比较分析可知,杭州市预测值的均方根误差比南通市预测值大,而平均相对误差绝对值比南通市小。

5 结论

本文研究表明,WA-VOLTERRA 模型预测效果优于 WA-SVM 模型,该模型克服了月降水序列所含噪声对 VOLTERRA 自适应模型的干扰,充分利用了 VOLTERRA 自适应模型对低维混沌时间序列预测精度高的优点,有效地提高了月降水量预测精度;此外,VOLTERRA 自适应模型需要人工选取的参数少,避免了 SVM 模型参数选取的困难,在实际应用中可以避免人为因素的干扰。

试验中还发现,在月降水预测中,选择 3 阶 VOLTERRA 滤波器效果比 2 阶 VOLTERRA 滤波器好;并且 WA-VOLTERRA 模型在杭州市和南通市月降水量预测中均取得较好的效果,表明该模型具有一定的通用性和较强的适应性,为月降水量预测提供了一种新方法。

References

Chen,C.J.,Ni,C.J.,2011. Testing for Nonlinearity in Time Series of Monthly Precipitation in Panxi Region. *Plateau and Mountain Meteorology Research*, 31(2): 26—30 (in Chinese with English abstract).

Gao, R., Liu, X. H., 2005. Short-Term Load Forecasting Method Based on Support Vector Machine Combined with Wavelet Transform. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 35(3): 115—118 (in Chinese with English abstract).

Han, M., 2007. Prediction Theory and Method of Chaotic Time Series. China Water & Power Press, Beijing, 28—30 (in Chinese).

Lai, Y. C., Lerner, D., 1998. Effective Scaling Regime for Computing the Correlation Dimension from Chaotic Time Series. *Physics D*, 115(1—2): 1—18. doi: 10.1016/S0167—2789(97)00230—3

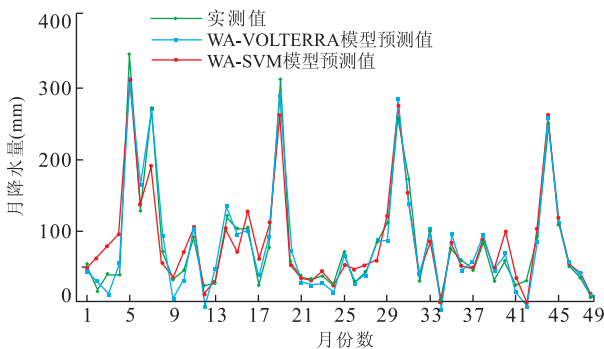


图 7 南通市月降雨量模型预测值与真实值对比

Fig. 7 The comparison of Nantong monthly precipitation predicted and measured values

- Li, H. X., Xu, S. G., Fan, C. R., 2007. Identification of Chaos of Monthly Runoff and Prediction of Runoff Time Series Using Volterra Adaptive Method. *Journal of Hydraulic Engineering*, 38(6): 760—766 (in Chinese with English abstract).
- Liang, J., Zeng, G. M., Guo, S. L., et al., 2006. Diagnosis of Chaotic Behavior and Forecast Resources for Monthly Rainfall in Dongting Lake Area. *Water Resources and Power*, 24(5): 16—19 (in Chinese with English abstract).
- Ma, X. X., Mu, H. Z., Guo, H. F., 2008. Reservoir Monthly Runoff Forecast Model Based on Wavelet-ANFIS Analysis. *Water Resources and Power*, 26(1): 26—29 (in Chinese with English abstract).
- Sivakumar, B., 2004. Chaos Theory in Geophysics; Past, Present and Future. *Chaos, Solitons and Fractals*, 19(22): 441—462. doi: 10.1016/S0960—0779(03)00055—9
- Sivakumar, B., Berndtsson, R., Olsson, J., et al., 2001. Evidence of Chaos in Rainfall-Runoff Process. *Hydrology Science*, 46(1): 131—145. doi: 10.1080/02626660109492805
- Sivakumar, B., Jayawardena, A. W., Fernando, T., 2002. River Flow Forecasting; Use of Phase-Space Reconstruction and Artificial Neural Networks Approaches. *Journal of Hydrology*, 265(1—4): 225—245. doi: 10.1016/S0022—1694(02)00112—9
- Song, X. Y., Zhang, G. D., 2007. Basin Rainfall Series Forecast Based on WA-SVM Combined Model. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 24(5): 23—26 (in Chinese with English abstract).
- Vallejos, R. O., Anteneodo, C., 2002. Theoretical Estimates for the Largest Lyapunov Exponent of Many-Particle Systems. *Physical Review E*, 66(2): 1203—1218. doi: 10.1103/PhysRevE.66.021110
- Wang, D. Z., Xia, J., Zhang, L. P., 2002. Chaos Analysis of Monthly Precipitation Time Series in North-East China Area. *International Journal Hydroelectric Energy*, 20(3): 32—34 (in Chinese with English abstract).
- Wang, H. R., Song, Y., Liu, C. M., et al., 2004. Application and Issues of Chaos Theory in Hydroscience. *Advances in Water Science*, 15(3): 400—407 (in Chinese with English abstract).
- Wei, B. L., Luo, X. S., Wang, B. H., et al., 2002. A Method Based on the Third-Order Volterra Filter for Adaptive Predictions of Chaotic Time Series. *Acta Physica Sinica*, 51(10): 2205—2210 (in Chinese with English abstract).
- Yang, Y. G., Chen, Y. H., 2009. Chaotic Characteristics and Prediction for Water Inrush in Mine. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 34(2): 258—262 (in Chinese with English abstract).
- You, R. Y., Chen, Z., Xu, S. C., et al., 2004. Study on Phase-Space Reconstruction of Chaotic Signal Based on Wavelet Transform. *Acta Physica Sinica*, 53(9): 2882—2888 (in Chinese with English abstract).
- Yu, G. R., Xia, Z. Q., 2008. Prediction Model of Chaotic Time Series Based on Support Vector Machine and Its Application to Runoff. *Advances in Water Science*, 19(1): 116—122 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, J. S., Xiao, X. C., 2000. Predicting Low-Dimensional Chaotic Time Series Using Volterra Adaptive Filters. *Acta Physica Sinica*, 49(3): 403—408 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 陈超君, 倪长健, 2011. 攀西地区月降水时序非线性特性分析. 高原山地气象研究, 31(2): 26—30.
- 高荣, 刘晓华, 2005. 基于小波变换的支持向量机短期负荷预测. 山东大学学报(工学版), 35(3): 115—118.
- 韩敏, 2007. 混沌时间序列预测理论与方法. 北京: 中国水利水电出版社, 28—30.
- 李红霞, 许士国, 范垂仁, 2007. 月径流序列的混沌特征识别及 Volterra 自适应预测法的应用. 水利学报, 38(6): 760—766.
- 梁婕, 曾光明, 郭生练, 等, 2006. 洞庭湖区月降雨序列的混沌特性识别及预测研究. 水电能源科学, 24(5): 16—19.
- 马细霞, 穆浩泽, 郭慧芳, 2008. 基于小波—ANFIS 的水库月径流预报模型. 水电能源科学, 26(1): 26—29.
- 宋星原, 张国栋, 2007. 基于 WA-SVM 组合模型的流域月降雨量预测研究. 长江科学院院报, 24(5): 23—26.
- 王德智, 夏军, 张利平, 2002. 东北地区月降雨时间序列的混沌特性研究. 水电能源科学, 20(3): 32—34.
- 王红瑞, 宋宇, 刘昌明, 等, 2004. 混沌理论及在水科学中的应用与存在的问题. 水科学进展, 15(3): 400—407.
- 韦保林, 罗晓曙, 汪秉宏, 等, 2002. 一种基于三阶 Volterra 滤波器的混沌时间序列自适应预测方法. 物理学报, 51(10): 2205—2210.
- 杨永国, 陈玉华, 2009. 矿井涌水量混沌特征与预测. 地球科学——中国地质大学学报, 34(2): 258—262.
- 游荣义, 陈忠, 徐慎初, 等, 2004. 基于小波变换的混沌信号相空间重构研究. 物理学报, 53(9): 2882—2888.
- 于国荣, 夏自强, 2008. 混沌时间序列支持向量机模型及其在径流预测中应用. 水科学进展, 19(1): 116—122.
- 张家树, 肖先赐, 2000. 混沌时间序列的 Volterra 自适应预测. 物理学报, 49(3): 403—408.