

doi:10.3799/dqkx.2015.188

# 基于高性能并行计算的隧道开挖数值模拟

王晓睿<sup>1,2</sup>, 张振<sup>1</sup>, 贾晓风<sup>3</sup>

1. 华北水利水电大学资源与环境学院, 河南郑州 450045

2. 北京交通大学经管学院, 北京 100044

3. 同济大学环境科学与工程学院, 上海 200092

**摘要:** 随着岩土工程规模的不断扩大、复杂性的增加以及计算参数的多样化和计算精度的提高,人们对于计算机计算能力的要求越来越高,然而单处理器无法满足这类大规模计算。从数据输入、区域分解、线性方程组的迭代求解、后处理等方面详细阐述高性能计算平台上并行有限元求解大规模岩土工程的关键问题。提出了利用 MPI2 的新特性进行海量数据的分段并行读入,采用 ParMetis 软件并行地进行区域分解,实现了前处理过程的完全并行化;采用基于 Jacobi 预处理技术的预处理共轭梯度法(PCG)进行线性方程组的并行迭代求解;采用 Paraview 软件实现了后处理的并行可视化。在深腾 7000 系统上对某隧道工程的三维开挖过程进行了数值模拟,对其并行性能进行了分析和评价,验证了采用的区域分解算法和系统方程组的求解方法的可行性,并且具有较高的加速比和并行效率。

**关键词:** 岩土工程;并行有限元;高性能计算。

**中图分类号:** P642.3

**文章编号:** 1000-2383(2015)12-2119-06

**收稿日期:** 2015-03-16

## Analysis of Numerical Simulation of Tunnel Excavation Based on High Performance Parallel Finite Element Computing

Wang Xiaorui<sup>1,2</sup>, Zhang Zhen<sup>1</sup>, Jia Xiaofeng<sup>3</sup>

1. School of Resources and Environment, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450045, China

2. School of Economics and Management, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

3. College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

**Abstract:** With the expansion of the scale of geotechnical engineering, the increase of the complexity and diversity of the calculation parameters and the improvement of calculation accuracy, the requirement of computer computing power is higher, but a single processor can't meet this kind of large-scale computing. Key issues involving the data input, domain decomposition technique, iteration solution algorithm of linear system, and post processing for large scale geotechnical engineering using parallel finite element method based on high performance computation platform are presented in this paper. The study includes a case analysis of a tunnel excavation in the following procedure. A new feature was employed so that massive data can be read in parallel, and parallel software, i.e. ParMetis was used to decompose the domain, then the pre-process was in completely parallel. The preconditioned conjugate gradient method based on Jacobi preconditioner was applied to solve linear system. In post processing, the parallel visual model was obtained through the Paraview software. A 3D tunnel excavation was simulated in Deep-Comp 7000 system, on basis of which the parallel performance is analyzed and evaluated. Verified by domain decomposition algorithm and the feasibility of the method of solving the system equations, and has high speedup ratio and parallel efficiency.

**Key words:** geotechnical engineering; parallel finite element method; high performance computing.

**基金项目:** 国家自然科学基金(No.51004049).

**作者简介:** 王晓睿(1975—),男,副教授,主要从事数值计算的研究及其岩石裂纹扩展方面的应用。E-mail: 1691041993@qq.com

**引用格式:** 王晓睿,张振,贾晓风,2015.基于高性能并行计算的隧道开挖数值模拟.地球科学——中国地质大学学报,40(12):2119-2124.

## 0 引言

有限元数值计算是研究岩土工程问题的一种重要方法。随着岩土工程规模的不断扩大、复杂性的增加(如考虑岩土介质的非线性和多场耦合等)、计算参数的多样化和计算精度的提高,人们对于计算机计算能力的要求越来越高。受元器件及工艺水平的极限制,单处理器无法满足这类大规模计算,而通过多处理器并行计算是一种解决大规模工程问题的有效方法(周磊等,2011;潘沙等,2012)。

当前高性能计算机体系结构的主流仍然是大规模集群系统,其具有性价比高、可靠性高、可扩展性好、可管理性强和应用支持性好等优势。随着高性能和超级计算机的快速发展,我国先后研制出了各种超级计算机系统,如“深腾 7000”、“天河一号”等,其计算性能已分别突破每秒百万亿次和千万亿次。如何充分利用这类计算平台解决大型岩土工程问题是一个非常有意义的研究方向(苏爱军等,2013)。

本文主要研究这类高性能计算平台在大规模岩土工程问题的数值模拟应用时的相关问题和算法,并通过数值算例对其并行性能进行分析和评价。

## 1 大型有限元并行计算的关键问题

大规模并行计算具有计算量大、数据量大的特点。因而,在利用高性能计算平台求解大规模问题时,需要解决海量数据的存储和通讯、程序的可扩展性、计算结果的可视化等问题。

### 1.1 MPI 并行程序开发

并行有限元程序是在分布式内存并行系统上开发的,其需要解决各并行执行部分之间的消息传递问题。1994 年发布的消息传递界面 MPI,是消息传递并行编程模型的代表和事实上的标准,具有高性能、可移植性等优点。后对其进行了扩充,形成了 MPI2 (<http://www.mpi-forum.org/docs/docs.html>; Jiang *et al.*, 2005)。MPI2 中的新特征主要有并行 I/O、远程内存操作和动态进程管理。本文正是基于 MPI2 编程工具,在前处理过程中,利用 MPI\_File\_read\_at 函数对海量的有限元节点和网格数据进行分段并行读入,显著提高了其数据读入速度。

### 1.2 并行有限元的区域分解算法

采用区域分解对有限元进行并行计算是一种粗粒度的算法,具有区域间的通信易控制、编程工作容

易和程序移植性强等优点(Chan and Mathew, 1994; 吕涛等, 1997)。区域分解在并行计算中是一种分而治之策略,一般包括如下 3 个步骤:(1)分解:将一个大的复杂问题分解成一组小的问题;(2)求解:求解每个小的子问题;(3)合并:将每个子问题的解进行合并,得到大问题的解。

其中,步骤(1)分解对并行算法的计算效率极其重要,处理器间小的任务不平衡都会导致部分处理器的空闲。为保证计算节点之间的负载平衡,需使各子结构的总自由度大致相同。此外,由于通讯量的大小只跟区域间共享的节点数有关。为减少计算节点之间的通信量,需使各子结构间界面的节点数最小。

为满足这些剖分要求,本文采用了 ParMetis 区域分解方法。ParMetis 是一款基于 K 路图形剖分问题的多级剖分程序,具有高度的并行性(Karypis and Kumar, 1999)。具体的使用过程为:首先把有限元模型转化成相应的图形,并分配给相应的处理器;然后应用 ParMetis 软件把图形分成若干个子图形;最后把原始有限元网格的全局数据在已剖分的子图形上进行本地化,形成图形与图形之间的内部边界条件。

### 1.3 大型线性方程组的求解

有限元计算,主要是求解如下系统方程组:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{K}$  是整个区域刚度矩阵; $\mathbf{u}$  是其结点位移向量; $\mathbf{f}$  是其荷载向量。对于大型问题,矩阵  $\mathbf{K}$  的维数非常高,其求解速度非常慢。将大型问题分解成若干小的问题后,通过并行地求解小问题来实现整个问题的求解。本文采用了基于 Jacobi 预处理技术的预处理共轭梯度法(PCG)进行线性方程组的求解(Saad, 1996),并将其与不采用预处理技术的共轭梯度法处理技术进行了对比。

首先并行地在多个处理器中进行单元刚度矩阵和单元荷载向量生成,并形成各个子区域的总刚度矩阵和总荷载向量;然后在各个处理器中并行地进行子区域内部自由度凝聚,形成只有子区域边界未知量的方程组;第 3 步采用预共轭梯度法(PCG)求解这个界面方程组,这个过程是并行的,但在计算过程中需要进行通讯、交换数据,通讯数量与所有边界点数目有关;最后将界面方程组的解代入到各个子区域中计算子区域内部自由度未知量的值,这个过程也是并行地进行的。

### 1.4 后处理过程中的数据可视化

为了更方便直观地对有限元计算结果进行分

析,需要对其进行可视化,即通过绘图方式将岩土工程的变形、应力等呈现出来(周翠英,2000).而大规模计算得到的数据也是海量的.因此,需要利用并行可视化技术处理大规模数据,以增加处理规模、提高处理速度.本文研究采用 Paraview 程序在后处理过程中对计算结果进行可视化处理.Paraview 是一款对二维和三维数据进行分析 and 可视化的程序,采用 C++ 语言编写,基于开源软件 VTK(Visualization Toolkit)开发,具有并行效率高、可扩展性强和负载均衡好等优点(Ayachit and Utkarsh,2007).

1.5 并行计算性能的评价

并行计算性能评测与并行计算机体系结构、并行算法、并行程序设计一起构成了“并行计算”研究的四大分支.并行计算流程见图 1.对一个给定的问题,采用不同的处理原则、途径和计算工具,可以构造出多种不同的算法.并行算法的好坏对计算性能具有重大的影响.并行算法的优劣需要一些指标去衡量.然而不能像评价串行算法那样仅按照其执行的时间来评估,而是需要考虑所利用的各个处理器的效率和通信的速度.对并行算法的优劣可以有多种不同评价标准,常用的指标主要有加速比和并行效率.

并行程序的执行速度相对于串行程序加快的倍数,就是该并行程序的加速比.对于一个计算规模为  $N$  的问题,设  $T_1(N)$  是某串行算法在单处理器上的运算时间.对同一基本算法,  $T_p(N)$  是使用  $p$  个处理器的并行机的并行算法运算时间,则加速比为:

$$S_p = T_1(N) / T_p(N), \tag{2}$$

假设不考虑通信等开销,在理想的情况下,若  $T_1(N) = t$ , 则  $T_p(N) = t/p$ , 有:

$$S_p = \frac{T_1(N)}{T_p(N)} = \frac{t}{t/p} = p, \tag{3}$$

即对于  $p$  个处理器而言,其最大的加速比为  $p$ ,称为线性加速比.一般来说,由于并行计算过程中消息传递等额外的时间开销,使得加速比要小于  $p$ .

有时候,一个并行算法虽然有好的加速比,但处理机的利用率可能很低,特别是当处理机台数  $P(n)$  不固定的情况下,加速比  $S_p$  不是一个最好的评价标准.因而引入了并行算法的效率以度量并行算法对并行系统中处理器能力发挥的程度.

并行计算效率定义为加速比  $S_p$  与处理器个数  $p$  的比值,即:

$$E_p = \frac{S_p}{p}, \tag{4}$$

$E_p$ 、 $S_p$  是一对互补指标.理想的目标是构造具有线

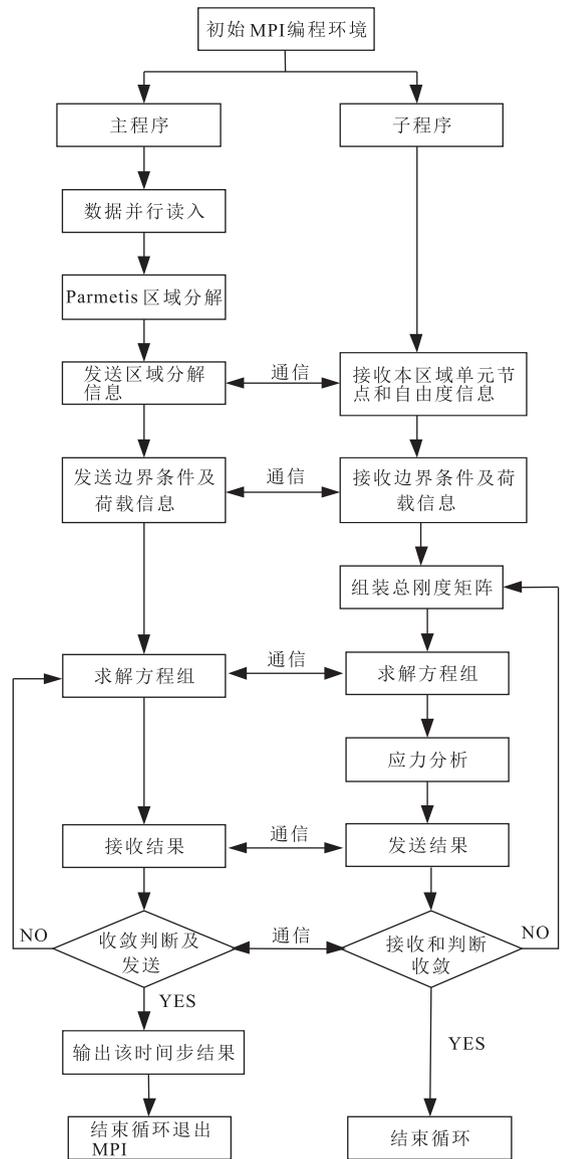


图 1 并行计算流程

Fig.1 Flow chart of parallel computation

性加速比的算法,从而取得接近 1 的效率.并行效率依赖于并行计算网络的通信性能,以及并行程序的负载均衡等方面.如果并行效率低,说明并行计算网络通信同步导致的进程间空闲等待时间太长,有必要在负载均衡、通信结构等多个方面组织优化.

2 高性能并行有限元的应用与分析

本文的大规模并行计算是在“深腾 7000”并行系统上进行的,该并行系统是中国科学院超级计算中心的一个混合结构的高性能计算集群.它包括 3 208 个 Intel Xeon 四核处理器和 384 个 Intel Itanium2 双核处理器,用于计算的处理器核心共 12 320

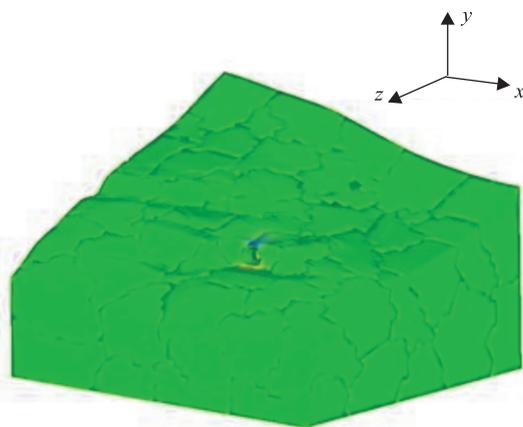


图 2 三维隧道有限元模型的区域分解

Fig.2 Domain decomposition of a 3D tunnel model

个,理论峰值速度为 142Tflops. 系统内存总量为 66 TB,内部采用 4x DDR infiniband 连接,点对点理论带宽 2 GB/s.

本算例为一个三维隧道开挖模型(图 2),计算时围岩和衬砌材料力学参数如表 1 所示.其采用四结点四面体单元,生成了总量分别为 76 917 个单元(平均尺寸 7 m)、247 434 个单元(平均尺寸 3 m)和 1 081 879 个单元(平均尺寸 1.2 m)的 3 套网格,分别采用了 1~80 个处理器进行两步开挖计算,对其并行计算加速比和效率进行了测试与分析.

### 2.1 预处理技术对求解方程的影响

在 24.7 万个单元的计算模型中,分别采用 1、8 和 64 个处理器进行计算,对采用 Jacobi 预处理技术的 EBC-PCG 法求解线性方程组的迭代次数和求解时间进行了分析,并与不采用预处理技术的 CG 法进行了对比.从表中可以看出,采用 Jacobi 预处理技术的 EBC-PCG 法显著缩短了求解时间和迭代次数(表 2).这是由于采用该预处理技术,降低了系数矩阵的条件数,减少了整个并行计算的求解时间,提高了并行效率.

### 2.2 并行程序的性能测试与评价

本文设计的并行有限元程序一共包括 3 个部分:(1)有限元网格数据的读取及子区域划分;(2)子区域的刚度与荷载计算以及系统方程组的形成;(3)系统方程组的迭代求解和子区域位移求解.一般的并行有限元程序只能做到(2)和(3)部分的并行操作.由于采用了 MPI2 中的 MPI\_File\_read\_at 函数和 ParMetis 软件,本文的并行有限元程序使 3 部分都为并行操作,实现了全程并行,从而克服了对于大规模有限元模型进行前处理时串行计算机的内存

表 1 隧道围岩和衬砌的物理力学指标

Table 1 Comparison between initial stresses and stresses got in the back analysis

材料	密度 ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	弹性模量 (GPa)	泊松比	摩擦角 ( $^{\circ}$ )	膨胀角 ( $^{\circ}$ )	粘聚力 (MPa)
Ⅲ级围岩	24	15	0.28	45	15	1.4
Ⅳ级围岩	20	4	0.31	35	20	0.7
衬砌	25	30	0.20	—	—	—

表 2 方程组迭代求解次数和时间

Table 2 Iteration number and computation time of equations

预处理技术	处理器个数	迭代次数	求解时间(s)
无预处理	1	1 112	136.70
	8	1 096	580.56
	64	1 112	9.84
Jacobi 预处理	1	425	30.20
	8	422	175.71
	64	411	3.73

限制.

在评价并行有限元程序之前,需要分析各个计算部分在整体计算中所占的比重,以便了解影响算法整体并行性能的关键因素.采用 16 个处理器对 3 种不同网格数量模型的各个部分的计算时间进行分析(表 3).由表 3 可以看出,对于这 3 种不同网格模型,系统方程组的迭代求解在整个并行有限元计算过程中都占主要部分(占 80%以上).这是因为方程组的迭代求解过程是整个计算过程中数据交换最为频繁的阶段,通信量随着方程组迭代次数的增加而增加,且其对计算性能的影响也随之增大.子区域的刚度及荷载计算是除方程组求解之外耗时最多的部分,该部分的计算进程间没有任何通信,因此这部分已经高度并行化,不会影响并行程序的计算性能.网格的读取及子区域的划分由于采用并行计算,所占比例最小,随着网格数量的增加,读取时间及子区域划分时间会越来越长.但总的计算时间也在增加,因此比重没有太大改变.由 1 081 879 个单元模型的算例可以看出,网格处理的时间仅占总时间的 1.8%,说明本程序对网格的读取及子区域划分采用并行技术是可行的,且取得了很好的并行性.

对于 3 种不同规模的模型,使用不同数目的处理器进行计算,各自的系统方程组求解时间和总的计算时间如表 4,其中处理器个数为 1 的相应数据是采用整体串行分析程序在集群的一个计算节点上使用一个处理器进行计算的所有时间.由表 4 可以看出随着处理器数目的增加,系统方程组求解时间

表 3 程序各部分的计算时间

Table 3 The computing time of various parts of the program

并行程序计算过程	76 917 个单元		247 434 个单元		1 081 879 个单元	
	时间 (s)	比重 (%)	时间 (s)	比重 (%)	时间 (s)	比重 (%)
网格读取及子区域划分	2.70	2.7	7.59	5.7	15.02	1.8
子区域刚度及荷载计算	7.41	7.3	9.88	7.4	136.01	15.9
系统方程组的迭代求解	90.16	88.6	112.56	84.5	696.80	81.5
后处理	1.51	1.4	3.20	2.4	6.73	0.8
总计	101.78	100.0	133.23	100.0	854.46	100.0

表 4 不同处理器数目的计算时间

Table 4 The computing time of variable number of processors

处理器数	系统方程组求解时间(s)			总计算时间(s)		
	76 917 单元	247 434 单元	1 081 879 单元	76 917 单元	247 434 单元	1 081 879 单元
1	775.50	983.90	6 715.70	863.20	1 198.00	7 910.90
8	150.40	180.20	1 112.20	157.20	195.50	1 209.40
16	90.16	112.56	696.80	101.78	133.23	854.46
32	50.71	65.64	380.63	52.43	74.32	453.57
64	30.59	40.67	230.63	31.35	42.65	270.21
80	24.18	36.25	200.72	27.51	37.19	234.54

和总的计算时间都是随之减少。

整体计算的加速比、效率与处理器数目的关系曲线如图 3。

从图 3 可以看出,本文使用的并行算法具有较高的加速比和并行效率。随着处理器数目的增加,加速比不断增加,并行效率逐渐降低。这是因为任务数少也就是处理器数目较少时,子任务的计算规模大,子任务的计算量大,通信开销小,并行效率也就很高。但是随着任务数的增加,子任务的计算量变小,网络通信开销变大,并行效率降低。从加速比曲线还可以看到,当进程数(处理器数)小于 64 时,加速比近似直线增长,即为理想线性加速比;当进程数大于 64 以后,加速比增长曲线变缓,这是因为随着进程数目的增加,子任务的计算规模在逐渐变小,子区域的计算量和计算时间也就随之减小,而每一个子区域的边界信息增加,每一进程需要和更多的相邻进程进行数据交换,从而进程通信的开销增大,其比重增加并对并行性能产生影响,致使加速比增加变缓,效率变低。因而对于某一规模的计算问题,必须选择一个比较适中的进程数进行任务划分,以便充分发挥并行程序和并行集群的最大性能。从加速比与效率曲线中还可以看到,随着计算规模的增大,计算的加速比和并行效率都有所提高,表明本文所设计的并行有限元程序能够处理大规模有限元计算问题,且具有比较好的加速比与加速效率。

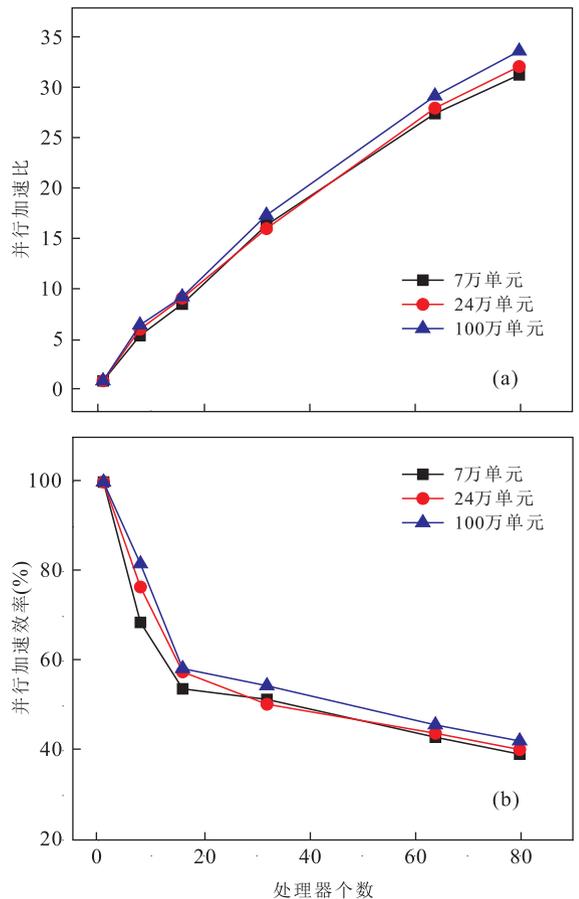


图 3 并行加速比(a)和并行加速效率(b)

Fig.3 Parallel speedup (a) and parallel efficiency (b) of variable number of processors

### 3 结论

(1)有限元区域分解是一种粗粒度的并行计算方法,非常适用于大规模问题的计算.采用 MPI2 编程模型和 Parametis 软件,实现了大规模非结构化网格的有限元模型的并行读取与区域分解,即前处理过程的并行化.

(2)基于 Jacobi 预处理的并行迭代求解器,能够充分减少线性方程组的求解时间,且对存储的要求较低,能够提高并行程序的性能.

(3)通过对某隧道的开挖模拟结果表明,本文在高性能计算平台“深腾 7000”上采用的区域分解算法和系统方程组的求解方法是可行的,并且具有较高的加速比和并行效率.

### References

- Chan, T. F., Mathew, T. P., 1994. Domain Decomposition Algorithms. *Acta Numerica*, (3): 61–143.
- Jiang, W. H., Liu, J. X., Jin, H. W., et al., 2005. High Performance MPI-2 One-Sided Communication over Infiniband. Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Cluster Computing and the Grid Pages. Washington D.C., 531–538.
- Karypis, G., Kumar, V., 1999. Parallel Multilevel K-Way Partitioning Scheme for Irregular Graphs. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 41(2): 278–300.
- Ayachit Utkarsh, 2007. The Paraview Guide. Kitware Inc.,
- Lü, T., Shi, J. M., Lin, Z. B., 1997. Domain Decomposition Algorithm—New Technology of Partial Differential Equation of Numerical Solution. Science Press, Beijing, 3–10(in Chinese).
- Pan, S., Li, H., Xia, Z. X., 2012. High-Performance Parallel Computation Application for Aerospace CFD Numerical

Simulation. *Computer Engineering & Science*, 34(8): 191–198(in Chinese with English abstract).

- Saad, Y., 1996. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. PWS Publishing Company, Boston.
- Su, A. J., Wang, J., Zhou, T., 2013. Piece of Inter-Atomic Forces Angle Assumption and Influence the Results of Slice Method. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 38(7): 188–194 (in Chinese with English abstract).
- Zhou, C. Y., 2000. Research into Soil Mass Microstructure and Some Progresses on Soil Mechanics. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 25(2): 215–220(in Chinese with English abstract).
- Zhou, L., Tan, W. W., Zhang K. N., et al., 2011. Massively CFD Parallel Computing Based on DeepComp 7000 System. *Journal of Huazhong University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 39(Suppl.1): 87–90(in Chinese with English abstract).

### 附中文参考文献

- 苏爱军, 王建, 周涛, 2013. 条块间作用力倾角的假定及其对条分法计算结果的影响. *地球科学——中国地质大学学报*, 38(7): 188–194.
- 周翠英, 2000. 土体微观结构研究与土力学的发展方向——若干进展与思考. *地球科学——中国地质大学学报*, 25(2): 215–220.
- 周磊, 谭伟伟, 张凯宁, 等, 2011. 基于深腾 7000 系统的大规模 CFD 并行计算. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 39(增刊 1): 87–90.
- 潘沙, 李桦, 夏智勋, 2012. 高性能并行计算在航空航天 CFD 数值模拟中的应用. *计算机工程与科学*, 34(8): 191–198.
- 吕涛, 石济民, 林振宝, 1997. 区域分解算法——偏微分方程数值解新技术. 北京: 科学出版社, 3–10.