

<https://doi.org/10.3799/dqkx.2019.124>



井内混合效应与尺度效应对注入井附近溶质径向弥散过程的影响

肖 勋, 施文光, 王全荣*

中国地质大学环境学院, 湖北武汉 430074

摘要: 径向弥散是指溶质在径向流场下的迁移规律, 被广泛用于描述含水层修复领域中污染物的迁移过程。然而, 在现有描述径向弥散的模型中, 往往忽略了井内混合效应对溶质径向弥散的影响。建立新的注入井附近溶质径向运移动力学模型, 同时考虑井内混合效应与弥散度的尺度效应。采用 Laplace 变换推导该模型的半解析解, 利用 Stehfest 数值逆变换获取溶质在实数空间的解。通过与不考虑混合效应的模型对比研究混合效应对溶质径向弥散的影响, 并利用室内渗流槽中的溶质径向弥散实验数据验证模型的合理性与适用性。结果表明: 混合效应和尺度效应对注水井附近溶质径向弥散有显著影响。具体地讲, 井内的混合效应越显著, 在井壁处及含水层中的穿透曲线越低, 溶质浓度达到峰值所需时间越长, 与不考虑混合效应模型的差异越明显; 随尺度效应的增强, 溶质提前穿透且扩散范围变大, 溶质浓度达到峰值所需时间越长; 与他人的模型相比, 本研究模型能更好地模拟注水井附近的溶质径向弥散问题。

关键词: 混合效应; 尺度效应; 径向溶质运移; 含水层修复; 水文地质学。

中图分类号: P641.2

文章编号: 1000-2383(2020)04-1439-09

收稿日期: 2019-05-25

Effect of Mixing Effect and Scale-Dependent Dispersion for Radial Solute Transport near the Injection Well

Xiao Xun, Shi Wenguang, Wang Quanrong*

School of Environmental Studies, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: Radial solute transport refers to a dispersive transport process of a solute under a radial flow field, which has been widely used to describe the solute transport around the well in aquifer remediation. However, in the previous studies, the mixing effect in the wellbore has often been ignored, assuming that the wellbore is infinitely small or the concentration of the wellbore is constant during the injection period. In this study, a new mathematical model to describe radial solute transport of the injection well is proposed considering both the mixing effect and scale effect. The analytical solution is derived by the Laplace transform and Stehfest numerical inversion method. The linear dispersion model with mixing effect (LDM) is compared with the linear dispersion model with no-mixing effect (LDNM) to illustrate the mixing effect and the scale effect. Moreover, the robustness of the new model is tested using the experimental data. The results show that mixing effect and scale effect have a great influence on radial solute transport. Specifically, the greater mixing effect results in the lower the breakthrough curves (BTCs) in both wellbore and aquifer, the longer time for the solute concentration to reach its peak. With the well radius increasing, the difference between the models with and without mixing effect is more obvious. Additionally, with the increase of scale-dependent dispersion, the arrival

基金项目: 国家自然科学基金项目(Nos.41502229, 41772252); 国家自然科学基金创新群体(No.41521001).

作者简介: 肖勋(1995-), 女, 硕士生, 主要从事地下水流动及污染物迁移规律数值模拟研究。ORCID: 0000-0002-6824-9625.
E-mail: xiaox@cug.edu.cn

* **通讯作者:** 王全荣, 男, 教授, ORCID: 0000-0002-6560-6340. E-mail: wangqr@cug.edu.cn

引用格式: 肖勋, 施文光, 王全荣, 2020. 井内混合效应与尺度效应对注入井附近溶质径向弥散过程的影响. 地球科学, 45(4):1439-1446.

time of the BTC peak values decreases. LDM (linear dispersion model with mixing effect) is more reasonable than LDNM (linear dispersion model with no-mixing effect) in describing radial solute transport.

Key words: mixing effect; scale-dependent dispersion; radial solute transport; aquifer remediation; hydrogeology.

0 引言

近年来,随着经济的快速发展,部分地区地下水环境日益恶化,严重影响当地和周边人民的日常生活,于是关于含水层修复问题受到了高度的重视. 径向弥散是指溶质在径向流场下的迁移规律,被广泛用于描述污染物的迁移过程,如单井注抽试验、注水井试验和抽水井试验附近的地下水溶质运移问题. 目前,关于径向弥散的研究成果十分丰富,例如 Ogata(1958)推导出了注水井附近溶质径向弥散的 Laplace 空间的解. Tang and Babu(1979)利用复变函数理论将 Laplace 空间下的解转化为实数空间下的解. 然而,该解形式十分复杂且包含无穷积分,计算量太大,随后 Moench and Ogata(1981)采用 Stehfest 数值逆变换法求解了 Laplace 空间的解;类似地,Chen *et al.*(1996)采用 Crump 数值逆变换法得到了实数空间下的解. 此外, Huang and Liu(1986)考虑了溶质的非平衡线性吸附并推导了解析解. Wang and Zhan(2013)建立了考虑弱透水层的反应性溶质径向运移模型. Lai *et al.*(2016)通过新的积分变换方法求解了溶质径向对流-弥散方程. 除此之外,数值模拟也被广泛用于解决径向弥散的相关问题,例如特征有限元法(Mishra and Parker, 1990; 张德生等, 2005)、有限差分法(Chen and Chen, 1988; Han *et al.*, 2003; 顾昊琛等, 2018)、有限单元法(Chen *et al.*, 1987; 任理, 1994)等. 但当流速比较大时,这些数值方法可能产生数值弥散和数值波动等虚假数值现象.

然而,以上研究都假设弥散度为常数,即忽略了尺度效应的影响. 事实上,大量实验和理论研究表明,在弥散度可能会随着溶质运移的距离和时间的增大而增大,即尺度效应(Yates, 1990; Gelhar *et al.*, 1992; 李国敏和陈崇希, 1995; 成建梅, 2002; Schulze-Makuch, 2005). 于是, Pickens and Grisak(1981a, 1981b)提出了 4 种被广泛认可的表征尺度效应的函数,分别是线性、线性渐近、抛物线性和指数函数. 针对这 4 种模型,高光耀等(2009)、You and Zhan(2013)、Bharati *et al.*(2017)等分别建立了考虑尺度效应的溶质运移模型,并指出考虑尺度效应的

模型能更好地解释实验数据.

不论是否考虑尺度效应,现有的模型都忽略了井内混合效应对溶质径向弥散的影响,或假定井径无限小,或假定在注入时井筒浓度与注入溶质浓度是恒定相等的. 事实上,在注入溶质之前,井内的溶质浓度为 0,随着注入量的不断增大,井内的溶质浓度也随之增大,最终增大到注入示踪剂的浓度,这一过程被称为井内溶质的混合效应(McGuire *et al.*, 2002; Phanikumar and McGuire, 2010),其中地下水水位的波动也会导致混合效应. Novakowski(1992a, 1992b)基于不同边界条件建立了考虑混合效应的一维溶质运移模型. Wang *et al.*(2018)研究了混合效应对单井注抽试验中溶质径向弥散的影响机理. 然而,这些研究都没有考虑尺度效应的影响.

为此,本研究首先建立考虑井内混合效应与尺度效应的注入井附近径向弥散模型;其次,利用 Laplace 变换及 Stehfest 数值逆变换求得模型的半解析解,分析井内溶质的混合效应对溶质径向弥散的影响;最后,展开径向弥散室内实验,进一步验证本研究建立模型的合理性与适用性.

1 数学模型

假设含水层是均质、各向同性、等厚、水平分布且侧向无限远;不考虑垂向上的入渗补给;渗流服从达西定律,多孔介质中的溶质运移服从费克定律;注入井完全穿透含水层.

1.1 溶质运移方程

假设坐标原点位于井的中心,采用柱坐标系建立考虑尺度效应与混合效应的溶质径向运移模型,溶质径向运移的动力学方程可以表示为:

$$R \frac{\partial C_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r D_r(r)] \frac{\partial C_r}{\partial r} - v \frac{\partial C_r}{\partial r} - \lambda R C_r, \quad (1)$$

$$r > r_w, t > 0,$$

式中: C_r 为溶液浓度 [ML^{-3}], t 为时间 [T], r 为任意一点到井中心的径向距离 [L], r_w 为井半径 [L], v 为地下水流速 [LT^{-1}], 且 $v = A/r$, $A = Q/2\pi B\theta$, 其中 B 为含水层厚度 [L], Q 为注水流量 [L^3T^{-1}], λ 为一阶反应速率 [T^{-1}], R 是阻滞因子[无量纲], $D_r(r)$

为水动力弥散系数 $[L^2T^{-1}]$,忽略分子扩散项, $D_r(r)$ 即表示为:

$$D_r(r) = \alpha_r(r)v, \quad (2)$$

式中: α_r 为含水层的径向弥散度.

基于 Pickens and Grisak(1981a, 1981b)的研究结果,本研究采用线性函数来刻画溶质的尺度效应,此时 α_r 可以表示为:

$$\alpha_r(r) = kr, \quad (3)$$

式中: k 为常数,表示弥散度与运移距离的比值.

基于模型的假定条件,模型的初始条件和外边界条件为:

$$C_r(r, t)|_{t=0} = 0, r > r_w, \quad (4)$$

$$C_r(r, t)|_{r \rightarrow \infty} = 0, t > 0. \quad (5)$$

假定注入井内的示踪剂能够迅速与井内的溶液均匀混合,根据质量守恒定律,井内的浓度可表示为(Novakowski, 1992a, 1992b; Wang *et al.*, 2018):

$$C_r(r, t)|_{r=r_w} = C_{in}(t), t > 0, \quad (6)$$

$$V_w \frac{dC_{in}}{dt} \Big|_{r=r_w} = -\xi v(r_w) [C_{in}(t) - C_0] \Big|_{r=r_w}, t > 0, \quad (7)$$

$$C_{in}(0) = 0, \quad (8)$$

式中: $C_{in}(t)$ 表示注入溶质时井内的溶质浓度, V_w 表示井内溶液的体积,且 $V_w = \pi r_w^2 h_w$, h_w 表示井内的水位, $\xi = 2\pi r_w \theta B$ 表示注入井过水断面面积, C_0 为注入的溶质浓度.公式(6)~(8)是描述混合效应的数学模型,可以看出井内水位和井筒半径是影响混合效应的主要因素.

由公式(6)~(8)可以看出,当 $V_w = 0$ 时:

$$C_r(r, t)|_{r=r_w} = C_0. \quad (9)$$

公式(1)~(8)构成考虑混合效应及尺度效应的溶质径向运移模型及其定解条件,并将此模型简称为LDM(Linear dispersion model with mixing effect).公式(1)~(5)及公式(9)构成只考虑尺度效应的溶质径向运移模型及其定解条件,在此简称为LDNM(Linear dispersion model with no-mixing effect).

1.2 模型在 Laplace 空间的解析解

对时间 t 进行 Laplace 变换,公式(1)~(8)变为:

$$A \frac{\partial^2 \bar{C}_r}{\partial r^2} + \frac{A}{r} \left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial r} - \frac{R(\lambda_D + s)}{k} \bar{C}_r = 0, \quad (10)$$

$$\bar{C}_r(r, s) \Big|_{s=0} = 0, \quad (11)$$

$$\bar{C}_r(r, s) \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (12)$$

$$\bar{C}_r(r, s) \Big|_{r=r_w} = \bar{C}_{in}(s) \Big|_{r=r_w}, \quad (13)$$

$$\bar{C}_{in}(s) \Big|_{r=r_w} = \frac{C_0}{s(s\beta + 1)}, \quad (14)$$

式中: \bar{C}_r 、 \bar{C}_{in} 分别表示 C_r 和 C_{in} 经 Laplace 变换后的浓度, s 是 Laplace 变换参数, $\beta = \frac{V_w}{\xi v(r_w)}$.

此时,公式(10)的通解为:

$$\bar{C}_r = r^\gamma [C_1 K_\gamma(\epsilon r) + C_2 I_\gamma(\epsilon r)], r > r_w, \quad (15)$$

式中: $\epsilon = \sqrt{\frac{R(\lambda + s)}{Ak}}$, $\gamma = \frac{1}{2k}$, I_γ 和 K_γ 分别为 γ 阶的第1类和第2类虚宗量 Bessel 函数, C_1 和 C_2 是由边界条件决定的未知系数.

将公式(15)代入到边界条件(公式(12)~(14))中,可得:

$$[C_1 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r) + C_2 r^\gamma I_\gamma(\epsilon r)] \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (16)$$

$$[C_1 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r) + C_2 r^\gamma I_\gamma(\epsilon r)] \Big|_{r=r_w} = C_{in}. \quad (17)$$

根据公式(17)及虚宗量 Bessel 函数的性质可得,

$$C_1 = \frac{C_{in}}{r_w^\gamma K_\gamma(\epsilon r_w)}, \quad (18a)$$

$$C_2 = 0. \quad (18b)$$

由此可求得模型在 Laplace 空间的解析解为:

$$\bar{C}_r = \frac{C_0 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r)}{s(s\beta + 1) r_w^\gamma K_\gamma(\epsilon r_w)}. \quad (19)$$

类似地,采用相同的方法可以得到 LDNM 在 RCC 边界条件下的解为:

$$\bar{C}_r = \frac{C_0 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r)}{s r_w^\gamma K_\gamma(\epsilon r_w)}. \quad (20)$$

上述推导过程给出了浓度连续边界条件下 LDM 和 LDNM 的解.此外,浓度通量连续边界和溶质瞬时注入边界也被广泛应用于描述溶质径向弥散问题,这两种的数学表达式分别为(Chen, 1987; Valocchi, 1986):

表 1 溶质不同注入条件下的特定解析解

Table 1 The specific solution under different boundary conditions

溶质注入边界条件	LDM	LDNM	Laplace 空间下的解
浓度通量连续	$C_1 = \frac{C_0 / (s\beta + 1)}{s\epsilon k r_w^{\gamma+1} K_{\gamma+1}(\epsilon r_w)}$	$C_1 = \frac{C_0}{s\epsilon k r_w^{\gamma+1} K_{\gamma+1}(\epsilon r_w)}$	$\bar{C}_r = C_1 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r)$
瞬时注入	$C_1 = \frac{M / (s\beta + 1)}{Q\epsilon k r_w^{\gamma+1} K_{\gamma+1}(\epsilon r_w)}$	$C_1 = \frac{M}{Q\epsilon k r_w^{\gamma+1} K_{\gamma+1}(\epsilon r_w)}$	$\bar{C}_r = C_1 r^\gamma K_\gamma(\epsilon r)$

$$vC_r - \alpha_r v \frac{\partial C_r}{\partial r} = vC_0, r = r_w, \quad (21)$$

$$2\pi r_w \theta B \left(vC_r - \alpha_r v \frac{\partial C_r}{\partial r} \right) = M\delta(t), r = r_w. \quad (22)$$

式中: M 为注入溶质的质量; $\delta(t)$ 为单位脉冲函数.

类似地, 可以推导出浓度通量连续边界和溶质瞬时注入边界下的径向弥散解析解(表 1), 其中, LDNM 在瞬时注入边界下的解即为高光耀等(2009)的模型在不考虑溶质吸附降解条件下的解.

1.3 Laplace 数值逆变换解

由于 Laplace 空间的解包含 Bessel 函数等特殊函数, 很难采用解析法获得实数空间下的解, 于是本研究采用数值反演方法来计算实数空间下的解. 目前已有几种数值算法被广泛应用于地下水流和溶质运移问题中, 如 Stehfest 算法 (Stehfest, 1970a, 1970b)、de Hoog 算法 (de Hoog *et al.*, 1982)、Fourier series 算法 (Dubner and Abate, 1968) 和 Schapery 方法 (Schapery, 1962) 等. 对于溶质径向弥散解的数值逆变换问题, Wang and Zhan (2015) 的研究指出 Stehfest 法和 de Hoog 法可以很好地解决. 因此, 本研究将采用 Stehfest 法来实现 Laplace 数值逆变换.

Stehfest 数值算法的数学表达式为 (Stehfest, 1970a, 1970b):

$$\tilde{f}(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{i=1}^N V_i F\left(\frac{\ln 2}{t} i\right), \quad (23)$$

$$V_i = (-1)^{\binom{N/2+i}{2}} \frac{\sum_{k=\frac{i+1}{2}}^{\min(i, \frac{N}{2})} \frac{k! \binom{N}{2k}}{(N-k)! (k-1)! (i-k)! (2k-i)!}}{2k!}, \quad (24)$$

式中: $\tilde{f}(t)$ 表示 Laplace 空间解 $f(t)$ 的数值逆变换解, 即 $f(t)$ 在实空间的近似数值解. N 为其中一个自由参数. 本研究将利用 MATLAB 软件编写 Stehfest 算法来求得 LDM 和 LDNM 在实数空间的解.

2 结果与讨论

为了分析混合效应与尺度效应对溶质径向弥散的影响, 利用理论模型探究特定条件下的溶质浓度时空分布特征. 根据 Wang *et al.* (2018) 的实验数据, 理论模型参数设置为: 含水层厚度 $B=30$ cm, 孔隙度 $\theta=0.38$, 阻滞因子 $R=1$, 一阶反应速率 $\lambda=10^{-7} \text{s}^{-1}$, 注水流量 $Q=34.5$ mL/s, 斜率 $k=0.1$, 井内水位 $h_w=54.8$ cm.

2.1 混合效应对溶质径向弥散的影响

由描述井内混合效应的内边界条件公式(6)~(8)可以看出: 井内溶液的体积时影响混合效应的主导因素, 当注水流量一定时, 井内的水位通常是一个定值, 因此, 井半径是描述井内混合效应最重要的一个参数, 井半径越大, 井内溶液体积就越大, 混合效应越显著. 本研究采用 3 组不同的井半径来研究井内混合效应对径向弥散的影响: $r_w=0$ cm、3 cm 和 6 cm. 图 1a 和图 1b 分别表示不同井半径下在井壁处和含水层中溶质穿透曲线的对比. 由图 1 可以看出: 井半径越大, 井壁处及含水层中溶质的穿透曲线越低, 溶质浓度达到峰值所需时间越长. 这是由于井半径越大, 混合效应对溶质径向运移的影响越显著, 进而导致井筒中及含水层中的溶质浓度增长越慢, 溶质浓度达到峰值所需时间越长. 值得注意的是, 当井半径 r_w 为 0 cm 时, LDM 和 LDNM 模拟的结果是完全一致的.

为进一步分析混合效应对结果的影响, 本研究引入相对误差 Error 模型:

$$\text{Error} = \frac{|C_{r, \text{nomix}} - C_{r, \text{mix}}|}{C_0}, \quad (25)$$

式中: $C_{r, \text{nomix}}$ 和 $C_{r, \text{mix}}$ 分别表示 LDNM 和 LDM 在实空间的解.

图 2 表示不同井半径下相对误差 Error 随时间的变化图. 从图 2a 可以看出: 井壁处 LDM 和 LDNM 的相对误差 Error 曲线随时间的增长逐渐降低,

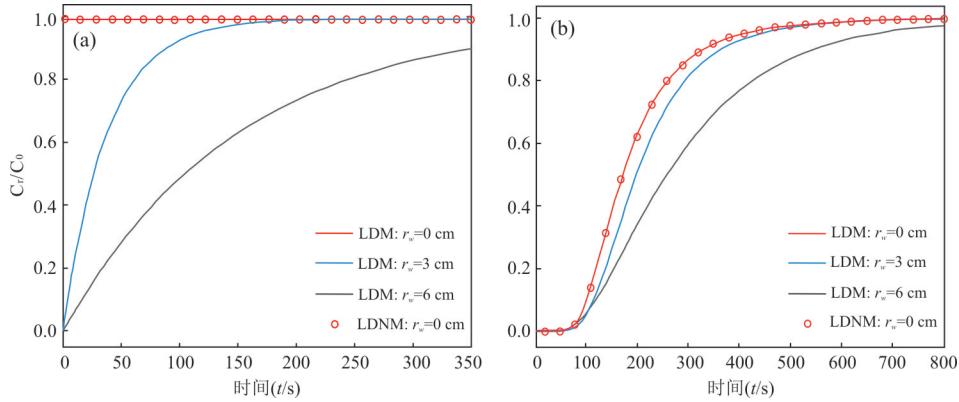


图1 井壁处(a)和 $r=12.5$ cm 处(b)在不同井半径下穿透曲线的对比

Fig.1 Comparison of BTCs for different well radii at wellbore (a) and at $r=12.5$ cm(b)

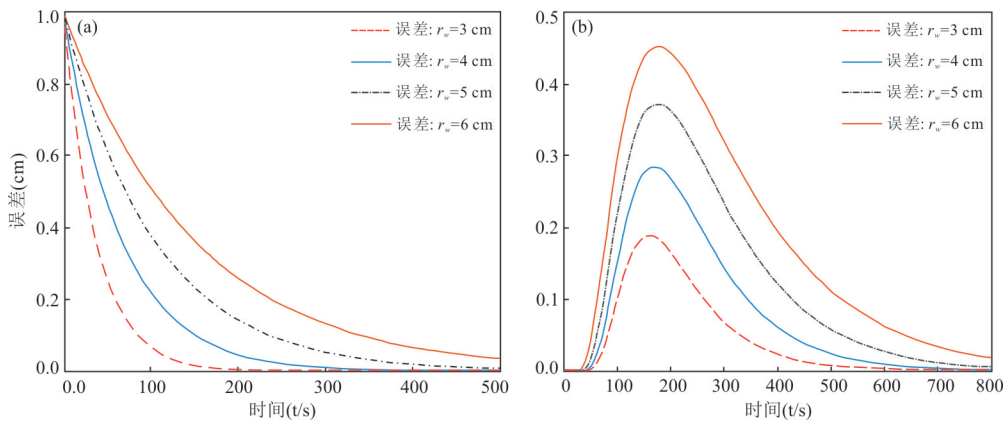


图2 井壁处(a)和 $r=12.5$ cm 处(b)在不同井半径下相对误差 error 随时间的变化

Fig.2 Comparison of error for different well radii at wellbore (a) and at $r=12.5$ cm(b)

井半径越大, Error 值越高. 这是由于在井壁处, LDNM 的溶质浓度始终为注入溶质的浓度, LDM 的溶质浓度则是随时间不断增加, 直到与注入溶质的浓度相同, 因此 Error 值随时间增长逐渐减小. 此外, 井半径越大, 井内溶质的混合效应就越显著, 进而导致 Error 越大. 由图 2b 可以看出: 在含水层中 Error 值先增大后减小; 井半径越大, Error 曲线越高, 曲线峰值也越大. 这是由于在含水层中, LDM 和 LDNM 的溶质浓度都随时间不断增大, 最终增大到注入溶质的浓度, 但由于混合效应的影响, 导致 LDM 的溶质浓度增长较 LDNM 慢, 于是 Error 曲线呈现单峰值现象. 此外, 井半径越大, 混合效应对溶质径向弥散的影响也越大, 致使 Error 峰值越大.

2.2 尺度效应对溶质径向弥散的影响

由公式(3)可知, k 是刻画弥散度尺度效应的主要参数, 因此, 有必要研究考虑混合效应条件下 k 对径向弥散的影响. 本研究分别采用 LDM 和 LDNM 的解计算出不同 k 值下的穿透曲线, 如图 3 所示. 结

果表明: k 越大, LDM 和 LDNM 模拟穿透曲线的前端溶质浓度越大, 尾部溶质浓度越小, 且溶质达到浓度峰值所需时间越长. 这是由于随着 k 取值的增大, 尺度效应越显著, 导致溶质提前穿透且扩散范围变大. 值得注意的是, 相同条件下, LDM 计算的穿透曲线较 LDNM 的低, 这正是由混合效应所致.

3 模型的应用

为进一步研究新模型的适用性, 本研究采用室内砂槽模拟了注入井附近的径向弥散过程. 砂槽长、宽、深均为 80 cm. 含水层厚度为 30 cm, 采用粒径为 0.75~0.90 mm 的石英砂作为孔隙介质, 有效孔隙度为 0.38. 砂槽中心有一半径为 2.25 cm 的完整井, 距完整井 15 cm、20 cm 处设两个观测孔. 为保证流场稳定不变, 实验开始前以恒定流量 20.63 mL/s 往井内注入清水直至水位稳定不变. 为消除如生物反应, 吸附降解作用等因素对溶质运移的影响, 实

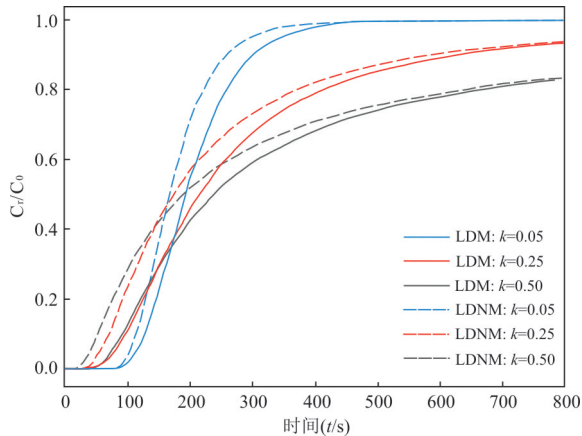


图3 不同 k 值下 $r=12.5$ cm 处 LDM 和 LDNM 的穿透曲线的比较

Fig.3 Comparison of BTCs between LDM and LDNM for different k values at $r=12.5$ cm

验中采用 NaCl 为示踪剂. 实验过程中, 待井水位稳定为 61.2 cm 不变后, 将配好的 NaCl 溶液以恒定流量 20.63 mL/s 持续注入井内, 同时采用加拿大 Solinst (M5) 压力-盐分传感器检测井筒及观测孔内溶质的实时浓度, 从而得到井壁处及 15 cm、20 cm 处溶质的穿透曲线.

本研究分别采用 LDM 和 LDNM 拟合径向弥散的实测曲线进一步探究模型的适用性. 首先利用两种模型拟合井壁处及含水层中 $r=15$ cm 处的实测穿透曲线, 如图 4a 所示. 利用 LDNM 拟合得到参数为: $k=0.0097$, $R=1$, $\lambda=10^{-7}\text{s}^{-1}$. 再根据拟合得到的相关参数采用 LDM 和 LDNM 预测 $r=20$ cm 处的穿透曲线, 如图 4b 所示. 结果表明不论是在井内还是含水层中, LDM 的穿透曲线与实测值拟合较好. 对于 LDNM 的模拟结果, 由于忽略了混合效

应对溶质径向弥散的影响, 井筒溶质浓度为常数, 致使 LDNM 无法刻画井内的实际浓度变化. 在含水层中 $r=15$ cm 和 20 cm 处, LDNM 的模拟结果与实测值相差较大, 浓度曲线提前穿透, 这些特征与前述理论分析基本一致, 进一步说明了本研究建立的考虑井内混合效应及尺度效应的 LDM 模型能更合理地描述溶质径向弥散过程.

4 模型的讨论

本研究的模型是许多前人研究的推广, 然而, 本文模型也存在一些假设条件. 主要有: (1) 井内的混合过程是瞬时完成的. 该假设条件要求在示踪剂注入过程中, 或经过充分搅拌, 或需要设计特殊的注入装置 (Wang *et al.*, 2018). (2) 本研究的模型没有考虑井损、井附近表皮效应、非完整井等因素对溶质径向弥散的影响, 该方向笔者将在今后的研究中进一步探究. (3) 含水层是均质各向同性的, 而且溶质运移满足 Fick 定律. (4) 流场是稳定的. 对于第 3 和第 4 个假设条件, 实际情况可能不满足, 但是如果要考虑这些因素, 可能需要采用数值模拟来求解.

5 结论

径向弥散模型被广泛用于描述含水层修复领域中污染物的迁移过程, 然而, 现有的模型中往往忽略了井内混合效应的影响, 为此, 本研究将建立新的注入井附近溶质径向运移动力学模型, 同时考虑井筒混合效应与弥散度的尺度效应. 利用 Laplace 变换及 Stehfest 数值逆变换求得模型的半解析解, 分析井内的混合效应与尺度效应对溶质径向弥散

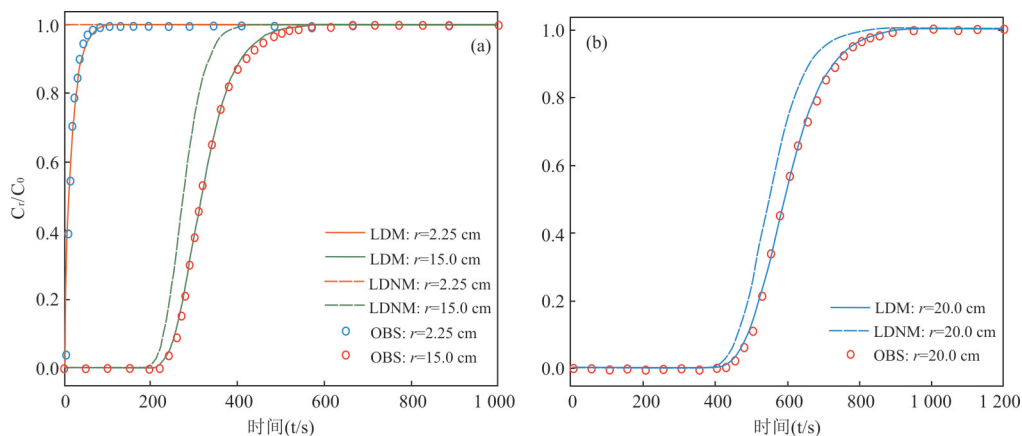


图4 井壁处及 $r=15$ cm (a) 和 $r=20$ cm (b) 处 LDM 和 LDNM 穿透曲线与观测值的拟合

Fig.4 Fitness of the observed BTCs by LDM and LDNM at the wellbore at $r=15$ cm (a) and $r=20$ cm (b)

的影响;最后,通过室内径向弥散实验,进一步验证本研究模型的合理性与适用性.结果表明:

(1)井内的混合效应对溶质径向弥散的影响不可忽略.井内混合效应越显著,井壁处及含水层中的穿透曲线越低,溶质浓度达到峰值所需时间越长.随井内混合效应的增强,LDM和LDNM计算的穿透曲线在井壁处及含水层中的差值越大.

(2)随着弥散尺度效应的增强,溶质穿透曲线提前穿透且扩散范围变大,达到浓度峰值所需时间越长.

(3)通过与室内径向弥散实验实测值的拟合,发现LDM较LDNM能更好地解释注入井附近溶质径向弥散的相关问题.

References

- Bharati, V. K., Singh, V. P., Sanskritiyayn, A., et al., 2017. Analytical Solution of Advection-Dispersion Equation with Spatially Dependent Dispersivity. *Journal of Engineering Mechanics*, 143(11): 04017126. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0001346](https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0001346)
- Chen, C. S., 1987. Analytical Solutions for Radial Dispersion with Cauchy Boundary at Injection Well. *Water Resources Research*, 23(7): 1217-1224. <https://doi.org/10.1029/wr023i007p01217>
- Chen, H. T., Chen, C. O. K., 1988. Hybrid Laplace Transform/Finite Difference Method for Transient Heat Conduction Problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 26(6): 1433-1447. <https://doi.org/10.1002/nme.1620260613>
- Chen, H. T., Chen, T. M., Chen, C. O. K., 1987. Hybrid Laplace Transform/Finite Element Method for One-Dimensional Transient Heat Conduction Problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 63(1): 83-95. <https://doi.org/10.1029/WR023i007p01217>
- Chen, J. S., Liu, C. W., Chen, C. S., et al., 1996. A Laplace Transform Solution for Tracer Tests in a Radially Convergent Flow Field with Upstream Dispersion. *Journal of Hydrology*, 183(3-4): 263-275. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(95\)02972-9](https://doi.org/10.1016/0022-1694(95)02972-9)
- Cheng, J. M., 2002. Analysis on Field Scale Effect of Dispersivity in Consideration of Relative Reliability Level of Data. *Journal of Hydraulic Engineering*, 33(2): 90-94 (in Chinese with English abstract).
- de Hoog, F. R., Knight, J. H., Stokes, A. N., 1982. An Improved Method for Numerical Inversion of Laplace Transforms. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 3(3): 357-366. <https://doi.org/10.1137/0903022>
- Dubner, H., Abate, J., 1968. Numerical Inversion of Laplace Transforms by Relating Them to the Finite Fourier Cosine Transform. *Journal of the ACM*, 15(1): 115-123. <https://doi.org/10.1145/321439.321446>
- Gao, G. Y., Feng, S. Y., Huo, Z. L., et al., 2009. Semi-Analytical Solution for Solute Radial Transport Dynamic Model with Scale-Dependent Dispersion. *Journal of Hydrodynamics(Ser. A)*, 24(2): 156-163(in Chinese with English abstract).
- Gelhar, L. W., Welty, C., Rehfeldt, K. R., 1992. A Critical Review of Data on Field-Scale Dispersion in Aquifers. *Water Resources Research*, 28(7): 1955-1974. <https://doi.org/10.1029/92wr00607>
- Gu, H. C., Wang, Q. R., Zhan, H. B., 2018. An Improved Approach in Modeling Injection-Withdraw Test of the Partially Penetrating Well. *Earth Science*(in Chinese with English abstract). <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1874.p.20181116.0912.008.html>
- Han, C., Kang, J., Choe, J., 2003. Finite Difference Modeling for Scale-Dependent Dispersivity in a Fractured Medium. *Energy Sources*, 25(4): 265-278. <https://doi.org/10.1080/00908310390142316>
- Huang, J. Q., Liu, C. Q., 1986. Analytical Solution of Partial Differential Equations for Radial Transport of a Solute in Double Porous Media. *Applied Mathematics and Mechanics*, 7(4): 327-336. <https://doi.org/10.1007/bf01898222>
- Lai, K. H., Liu, C. W., Liang, C. P., et al., 2016. A Novel Method for Analytically Solving a Radial Advection-Dispersion Equation. *Journal of Hydrology*, 542: 532-540. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.09.027>
- Li, G. M., Chen, C. X., 1995. Fractal Geometry and Estimation of Scale-Dependent Dispersivity in Geologic Media. *Earth Science*, 20(4): 405-409(in Chinese with English abstract).
- McGuire, J. T., Long, D. T., Klug, M. J., et al., 2002. Evaluating Behavior of Oxygen, Nitrate, and Sulfate during Recharge and Quantifying Reduction Rates in a Contaminated Aquifer. *Environmental Science & Technology*, 36(12): 2693-2700. <https://doi.org/10.1021/es015615q>
- Mishra, S., Parker, J. C., 1990. Analysis of Solute Transport with a Hyperbolic Scale-Dependent Dispersion Model. *Hydrological Processes*, 4(1): 45-57. <https://doi.org/10.1002/hyp.3360040105>
- Moench, A. F., Ogata, A., 1981. A Numerical Inversion of the Laplace Transform Solution to Radial Dispersion in a Porous Medium. *Water Resources Research*, 17(1): 250-252. <https://doi.org/10.1029/wr017i001p00250>
- Novakowski, K. S., 1992a. An Evaluation of Boundary Con-

- ditions for One-Dimensional Solute Transport: 1. Mathematical Development. *Water Resources Research*, 28(9): 2399–2410. doi:10.1029/92wr00593
- Novakowski, K. S., 1992b. An Evaluation of Boundary Conditions for One-Dimensional Solute Transport: 2. Column Experiments. *Water Resources Research*, 28(9): 2411–2423. <https://doi.org/10.1029/92wr00592>
- Ogata, A., 1958. Dispersion in Porous Media(Dissertation). Northwestern University, Evanston, Illinois.
- Phanikumar, M. S., McGuire, J. T., 2010. A Multi-Species Reactive Transport Model to Estimate Biogeochemical Rates Based on Single-Well Push-Pull Test Data. *Computers & Geosciences*, 36(8): 997–1004. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.04.001>
- Pickens, J. F., Grisak, G. E., 1981a. Modeling of Scale-Dependent Dispersion in Hydrogeologic Systems. *Water Resources Research*, 17(6): 1701–1711. doi:10.1029/wr017i006p01701
- Pickens, J. F., Grisak, G. E., 1981b. Scale-Dependent Dispersion in a Stratified Granular Aquifer. *Water Resources Research*, 17(4): 1191–1211. <https://doi.org/10.1029/wr017i004p01191>
- Ren, L., 1994. A Hybrid Laplace Transform Finite Element Method for Solute Radial Dispersion Problem in Subsurface Flow. *Journal of Hydrodynamics(Ser.A)*, 9(1):37–43(in Chinese with English abstract).
- Schaperly, R. A., 1962. Approximate Methods of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis. *Proc. Fourth USN at Congr. Appl. Mech.*, 2: 1075–1085.
- Schulze-Makuch, D., 2005. Longitudinal Dispersivity Data and Implications for Scaling Behavior. *Ground Water*, 43(3): 443–456. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2005.0051.x>
- Stehfest, H., 1970a. Algorithm 368: Numerical Inversion of Laplace Transforms [D5]. *Communications of the ACM*, 13(1): 47–49. <https://doi.org/10.1145/361953.361969>
- Stehfest, H., 1970b. Remark on Algorithm 368: Numerical Inversion of Laplace Transforms. *Communications of the ACM*, 13(10): 624. <https://doi.org/10.1145/355598.362787>
- Tang, D. H., Babu, D. K., 1979. Analytical Solution of a Velocity Dependent Dispersion Problem. *Water Resources Research*, 15(6): 1471–1478. <https://doi.org/10.1029/wr015i006p01471>
- Valocchi, A. J., 1986. Effect of Radial Flow on Deviations from Local Equilibrium during Sorbing Solute Transport through Homogeneous Soils. *Water Resources Research*, 22(12): 1693–1701. <https://doi.org/10.1029/wr022i012p01693>
- Wang, Q., Shi, W., Zhan, H., et al., 2018. Models of Single-Well Push-Pull Test with Mixing Effect in the Wellbore. *Water Resources Research*, 54(12): 10155–10171. <https://doi.org/10.1029/2018WR023317>
- Wang, Q. R., Zhan, H. B., 2013. Radial Reactive Solute Transport in an Aquifer - Aquitard System. *Advances in Water Resources*, 61(11): 51–61. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.08.013>
- Wang, Q. R., Zhan, H. B., 2015. On Different Numerical Inverse Laplace Methods for Solute Transport Problems. *Advances in Water Resources*, 75: 80–92. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.11.001>
- Yates, S. R., 1990. An Analytical Solution for One-Dimensional Transport in Heterogeneous Porous Media. *Water Resources Research*, 26(10): 2331–2338. <https://doi.org/10.1029/wr026i010p02331>
- You, K. H., Zhan, H. B., 2013. New Solutions for Solute Transport in a Finite Column with Distance-Dependent Dispersivities and Time-Dependent Solute Sources. *Journal of Hydrology*, 487(2): 87–97. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.02.027>
- Zhang, D. S., Chang, A. D., Shen, B., et al., 2005. Quasi-Analytical Solution and Numerical Simulation for Advection - Dispersion Model of Adsorbed Solute Transport through Soils under Steady State Flow. *Journal of Hydrodynamics (Ser. A)*, 20(2): 226–232(in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 成建梅, 2002. 考虑可信度的弥散度尺度效应分析. *水利学报*, 33(2):90–94.
- 高光耀, 冯绍元, 霍再林, 等, 2009. 考虑弥散尺度效应的溶质径向运移动力学模型及半解析解. *水动力学研究与进展(A辑)*, 24(2):156–163.
- 顾昊琛, 王全荣, 詹红兵, 2018. 非完整井下单井注抽试验数值模拟方法改进. *地球科学*. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1874.p.20181116.0912.008.html>
- 李国敏, 陈崇希, 1995. 空隙介质水动力弥散尺度效应的分形特征及弥散度初步估计. *地球科学*, 20(4):405–409.
- 任理, 1994. 地下水溶质径向弥散问题的混合拉普拉斯变换有限单元解. *水动力学研究与进展(A辑)*, 9(1):37–43.
- 张德生, 常安定, 沈冰, 等, 2005. 土壤中吸附性溶质运移对流-弥散模型的准解析解及其数值模拟. *水动力学研究与进展(A辑)*, 20(2):226–232.