

<https://doi.org/10.3799/dqkx.2020.342>



基于峰前和峰后能量演化特征的岩石脆性评价

温 韬^{1,2,3}, 张 馨⁴, 孙金山¹, 贾永胜^{1*}, 郎 珉⁴, 贾文君²,
李德成², 孙莉霞², 唐辉明³

1. 江汉大学爆破工程湖北省重点实验室, 湖北武汉 430056
2. 长江大学地球科学学院, 湖北武汉 430100
3. 中国地质大学岩土钻掘与防护教育部工程研究中心, 湖北武汉 430074
4. 中铁十八局集团有限公司, 天津 300222

摘 要: 为了准确评价油气储藏水力压裂及岩爆等工程中岩石的脆性,总结了目前国内外已有的基于能量理论计算岩石脆性的方法,并指出了它们的局限性.综合考虑岩石峰前和峰后的能量演化特征,建立了一种基于全应力应变曲线的反映岩石变形破坏全过程的脆性指数评价方法,更加全面地描述岩石的脆性特征.为了验证新方法的合理性,收集了4组岩石力学试验对新指数进行检验.试验结果表明:由峰前指数与峰后指数合成的脆性指数都随着围压的增加而减小,低围压下煤岩和页岩2组均具有较强的脆性,而高围压下红砂岩和页岩1组的脆性明显减弱,表现了随围压增大岩石发生脆延转换的特性.在实际边坡工程中通过对板岩进行脆性评价,验证了本文所提出的脆性指数在工程应用中的合理性,该成果有望对岩石脆性评价提供参考.
关键词: 岩石;脆性指数;应力-应变曲线;能量演化;工程地质.

中图分类号: P642

文章编号: 1000-2383(2021)09-3385-12

收稿日期: 2020-07-08

Brittle Evaluation Based on Energy Evolution at Pre-Peak and Post-Peak Stage

Wen Tao^{1,2,3}, Zhang Xin⁴, Sun Jinshan¹, Jia Yongsheng^{1*}, Lang Min⁴, Jia Wenjun²,
Li Decheng², Sun Lixia², Tang Huiming³

1. Hubei Key Laboratory of Blasting Engineering, Jianghan University, Wuhan 430056, China
2. School of Geosciences, Yangtze University, Wuhan 430100, China
3. Engineering Research Center of Rock-Soil Drilling & Excavation and Protection, Ministry of Education, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
4. China Railway 18 Bureau Group Co., Ltd., Tianjin 300222, China

Abstract: Rock brittleness is one of the important mechanical properties of rock mass, which is so crucial for accurately evaluating hydraulic fracturing of oil and gas reservoir and rock bursting engineering. Existing methods of rock brittleness based on energy theory were summarized, and limitations of these indexes were analyzed in detail. In this study, energy evolution characteristics at pre-peak and post-peak stage are comprehensively considered. A new method to determine brittleness index of rocks based on complete stress-strain curves is established, which more reasonably describes the rock brittleness. To verify the rationality of the method, four sets of rock mechanics tests are collected to test the new index. Test results show that the new brittleness index

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(No. 42002268);湖北省爆破工程重点实验室开放基金项目(No. HKLBEF202012);中国地质大学岩土钻掘与防护教育部工程研究中心开放基金项目(No. 202006);长江大学地质资源与地质工程一流学科开放基金项目(No. 2019KFJJ0818005).

作者简介: 温韬(1990-),男,博士,讲师,主要从事工程地质力学研究, ORCID: 0000-0002-4588-3586. E-mail: wentao200840@sina.com

* **通讯作者:** 贾永胜, E-mail: 422103951@qq.com

引用格式: 温韬,张馨,孙金山,等,2021.基于峰前和峰后能量演化特征的岩石脆性评价.地球科学,46(9):3385-3396.

gradually increases with the increase of confining pressure. Under low confining pressure, both coal and group 1 of shale exhibit strong brittleness, while under high confining pressure, the brittleness of red sandstone and group 2 of shale is obviously weakened, showing that the characteristics of brittle-ductile transition of rocks with increasing of the confining pressure. Then in actual slope engineering, the rationality of the new brittleness index is further validated by the tests of slate, which may be expected to offer some references for evaluating rock brittleness.

Key words: rock; brittleness index; stress-strain curve; energy evolution; engineering geology.

0 引言

岩体力学性质是目前工程地质领域人们关注的重点(亢金涛等, 2019), 对于边坡稳定性研究非常重要(张抒等, 2018), 而脆性是一种非常重要的岩石力学指标, 脆性评价对于岩体工程意义重大. 在非常规油气藏破坏后响应方面, 岩石脆性是评价储层岩石性质的重要指标(Ai *et al.*, 2016; 付利等, 2019); 在油气井工程中, 岩石脆性对井筒稳定性、深部开采中岩体的动力失稳以及采矿工程中岩爆等方面的影响也越来越显著, 岩爆与岩石的脆性密切相关, 因为它是判断岩爆是否发生及其发生可能性的重要参数. 因此, 在边坡开采爆破工程中, 合理且准确地评价岩石的脆性具有重要意义.

脆性也是一个受岩石矿物种类、力学性质、地应力、围压和应变速率、孔隙度、断裂、晶粒尺寸、空间分布和构件结构形态等多种因素影响的指标, 目前对脆性有多种不同的描述和定义. Hucka and Das (1974) 较早地总结了岩石脆性指数. 随后, Altindag (2002) 利用乘法合成法, 基于单轴抗压强度和拉伸强度重新定义了脆性指数, 并成功地用于预测岩石的可钻性和断裂韧性. 后来, 通过对岩石变形破坏过程的能量平衡分析, 认为岩石的脆性是岩石在压缩作用下储存的弹性应变能, 使岩石具有自我维持宏观破坏的能力. 然后 Tarasov and Potvin (2013) 通过峰后断裂能与恢复的弹性能定义脆性指数, 该指数有助于评价 I 类岩石和 II 类岩石的脆性特征. 周辉等 (2014)、Meng *et al.* (2015) 基于应力应变曲线提出了考虑峰后应力降相对大小和绝对速率的脆性指数. Ai *et al.* (2016)、Zhang *et al.* (2018) 基于断裂能、峰后释放能和峰前耗散能提出了能够反映从绝对塑性到绝对脆性转化的脆性指数, 这些指数也能够反映岩石峰前和峰后的力学性能. Munoz *et al.* (2016) 根据由岩石全应力-应变特性得到的断裂应变能量, 提出了新的脆性指数; 这种基于峰前和峰后应力-应变关系提出的脆性指数能够准确描述岩

石变形和强度参数下的脆性程度. Rahimzadeh Kivi *et al.* (2018) 基于岩石全应力应变行为中的能量转换分析提出了一种脆性评价方法, 新方法能够揭示峰前区域的塑性耗能机制, 以及反映峰后宏观破裂过程中岩石强度退化的程度和速率. 宋洪强等 (2019) 认为脆性是峰前弹性应变能的储存并在峰后剧烈释放的综合表现, 并依据峰前可释放应变能占总能量的比值提出了一种改进的能量跌落系数, 能够有效评价岩石脆性.

本文在总结前人基于能量理论提出的脆性指数的基础上, 分析各个指数的适用性和局限性, 并在前人的基础上提出了一种考虑峰前和峰后能量演化特征的岩石脆性评价方法, 通过不同岩性在不同围压下的三轴压缩试验对该脆性指数进行了验证, 最后应用于高陡边坡爆破工程中.

1 现有基于能量理论的脆性指数

目前国内外不少学者从能量的角度研究岩石的脆性指数, 这是因为能量理论能够揭示岩石的变形破坏过程, 从能量的角度确定脆性指数比其他方法更具有可靠性, 如表 1 所示. 随着岩石加载的进行, 岩石逐渐发生变形. 考虑到峰前阶段由于塑性变形导致的延性特征, Hucka and Das (1974) 基于总的弹性应变能和塑性能表征脆性指数 BI_1 , 很明显该脆性指数并未考虑峰后阶段. Munoz *et al.* (2016) 将脆性指数定义为峰后所需的附加能与消耗的弹性应变能之比, 该指数能够较明确地确定 I 类和 II 类岩石脆性. 对于该指数, 当岩石经历完全脆性破坏时, BI_2 等于零. 岩石强度在峰后阶段急剧下降, 不消耗额外的能量. 相反地, 当岩石在完全塑性状态下变形并且仍然具有足够的承载力时, BI_2 变为负无穷大. BI_2 能有效地处理不同约束条件下从完全脆性到理想塑性的破坏行为, 但当两条应力-应变曲线具有相同的弹性模量和峰后跌落模量时, BI_2 不能很好地区分其脆性. Munoz *et al.* (2016) 将脆性指数 BI_3 和 BI_4 分别定义为从加载到断裂区间的总弹性能或

表 1 汇总基于能量理论定义的脆性指数
Table 1 Summary of the existing methods based on energy theory

方法	公式	参数描述	来源
基于能量 理论定义 脆性指数	$BI_1 = \frac{W_{et}}{W_{et} + W_p}$	W_{et} = 总弹性能; W_p = 塑性能	Hucka and Das, 1974
	$BI_2 = \frac{W_a}{W_e}$	W_a = 峰后附加能量; W_e = 耗散的弹性能	Munoz <i>et al.</i> , 2016
	$BI_3 = \frac{W_{et}}{W_p + W_r}$	W_r = 断裂能	Munoz <i>et al.</i> , 2016
	$BI_4 = \frac{W_{et} + W_p}{W_p + W_r}$		Munoz <i>et al.</i> , 2016
	$BI_5 = \frac{W_{et}}{W_r}$		Munoz <i>et al.</i> , 2016
	$BI_6 = \frac{W_p + W_r}{W_e + W_p}$		Ai <i>et al.</i> , 2016
	$BI_7 = \frac{W_a}{W_e + W_p}$		Ai <i>et al.</i> , 2016
	$BI_8 = \frac{W_{eAB}}{W_{eAB} + W_{AB}}$	W_{eAB} = 峰后可释放弹性能; W_{AB} = 峰后吸收能	侯振坤, 2018
	$BI_9 = \frac{W_e}{2W_r} + \frac{W_e}{2(W_{et} + W_p)}$		Rahimzadeh Kivi <i>et al.</i> , 2018
	$BI_{10} = \frac{W_{AB}}{W_{eAB}} + \frac{W_A}{U_A^e}$	W_A = 峰值处总吸收能; U_A^e = 峰值处弹性应变能	宋洪强等, 2019
	$BI_{11} = \frac{\Delta U_e^d}{U_e^p} + \frac{\Delta U_e^r}{U_e^p}$	ΔU_e^d 表征残余强度处耗散能量的能力; U_e^p = 峰值处弹性应变能; ΔU_e^r 表征峰后释放能量的能力	Zhang <i>et al.</i> , 2018
	$BI_{12} = 1 - \frac{E_d}{E_d + E_G}$	E_d = 抗震变形能; E_G = 产生新的破裂面所需能量	Feng <i>et al.</i> , 2020
	$BI_{13} = \frac{U_e^p}{U_e^p + dW_d} \times \frac{dW_e}{dW_r}$	dW_d = 峰前耗散能	Li <i>et al.</i> , 2019
	$BI_{14} = \frac{U_e^p}{U_e^p + dW_d} \times (1 - D_e^p) \times \frac{\sigma_p - \sigma_r}{\sigma_p}$	D_e^p = 峰值处损伤系数; σ_p = 峰值强度; σ_r = 残余强度	Li <i>et al.</i> , 2019

总吸收能与总耗散能的比值,将脆性指数 BI_5 定义为峰值处的总弹性能与耗散断裂能之比. 这些指数与单轴压缩下的弹性模量、裂纹损伤应力和峰值强度均有明显的正相关关系,也能反映从完全脆性到理想塑性的破坏行为. 特别是, BI_3 被成功地应用于表示岩石在单轴压缩下的可切削性和可钻性. 但是, 这些指数有一定的局限性. 在这种情况下, 这些指数只考虑了断裂能与脆性之间的逆关系, 而忽略了应力-应变曲线峰值后阶段的主要特征. 此外, BI_3 只考虑了峰前变形对脆性的影响.

考虑到岩石破坏前塑性变形对脆性表达式的影响, Ai *et al.* (2016) 提出了能描述岩石从完全塑性到完全脆性全过程破坏行为的脆性指数 BI_6 和 BI_7 , 通过在不同约束条件下进行三轴压缩试验, 成功地验证了它们的性能. 与脆性指数

BI_1 和 BI_2 相比, 它们在岩石力学中有着更广泛的应用. 然而, 与脆性指数 BI_1 和 BI_2 相似, 对于峰值后应力降幅度不同的应力-应变曲线, BI_6 和 BI_7 不能很好地区分这类型岩石的脆性.

随后, 侯振坤 (2018) 根据可释放弹性应变能和峰后阶段的吸收能量计算脆性指数 BI_8 . 同样, BI_8 只考虑峰后断裂能, 而忽略峰前破坏能. 基于能量转换观点对完整应力-应变曲线的综合解释, Rahimzadeh Kivi *et al.* (2018) 提出了脆性指数 BI_9 . 该指标不仅能反映峰值前的塑性变形机制, 而且能反映峰值后岩石强度退化的速率和程度. 然而, 该指标并没有被证明适用于描述 II 类岩石破坏行为的整体变化. 宋洪强等 (2019) 提出了脆性指数 BI_{10} , 但其基于泊松比和损伤变量不变的假设, 显然不能保证计算结果的可靠性. 此外, 为了获得残余强度处的卸载

弹性模量,该方法定义的损伤变量对岩石脆性的评价有很大影响,应慎重选择.实际上,通过循环加载-卸载试验来获得真实的卸载弹性模量是必要的.Zhang *et al.*(2018)将屈服阶段及峰后阶段概化为直线,基于能量理论定义脆性指数 BI_{11} ,该指数物理意义不明确,且易引起较大误差.Feng *et al.*(2020)基于水力压裂扩展能量准则提出脆性指数 BI_{12} ,但无法评估水力压裂的可行性.Li *et al.*(2019)基于能量守恒及损伤演化分析,提出了两种脆性指数 BI_{13} 和 BI_{14} 来评价砂砾石的脆性,但这些方法适用于砂砾石油藏的比例极为有限.此外,峰后的断裂能被认为是影响岩石脆性的关键因素(Tarasov and Potvin, 2013),但脆性也应与岩石变形和破坏过程中峰值强度前的破坏能有关(Zhang *et al.*, 2018).因此,基于能量分析这些指标的有效性需要通过在复杂应力路径下开展试验进行更全面的验证,因为在复杂应力状态或高约束状态下,峰值前后的变形和破坏特征更为明显(Meng *et al.*, 2015; Ai *et al.*, 2016).

总之,脆性指数是一个比较复杂的函数,目前的脆性指数不能完全表征岩石的脆性,因为它们同时忽略了其他的主导因素.此外,整个压缩应力-应变曲线提供了对岩石变形和脆性破坏机理的全面了解,从能量的角度脆性则是随外载变化的力学脆性.因此,根据先前基于能量分析的脆性指数(周辉等, 2014; Munoz *et al.*, 2016),笔者提出了一种新的基于能量演化的岩石脆性评价方法.

2 基于峰前和峰后能量演化的脆性指数评价

岩石的脆性影响着岩石的整个变形和破坏过程.此外,合理可靠的岩石脆性指数应具有明确的物理意义,并具有描述岩石由塑性向脆性转变的能力.因此,在确定岩石的脆性指数时,不应单独考虑岩石在整个变形破坏过程中的矿物性质、物理化学性质和力学性质,也不应仅单独考虑其中某阶段的性质.相反,一个相对准确的脆性定义应该对整个应力-应变曲线中峰值前后的各种性质进行综合分析.更具体地说,脆性指数应该能够表征岩石峰值前的抗塑性变形能力和峰值后的承载能力的丧失程度.提出的脆性指数同时也能够反映弹塑性退化程度或弹脆性强化程度.根据第 2 节的讨论,峰值前阶段的耗散能与脆性呈负相关,峰值后阶段的断裂能与脆性呈正相关.本文在上述讨论的基础上,

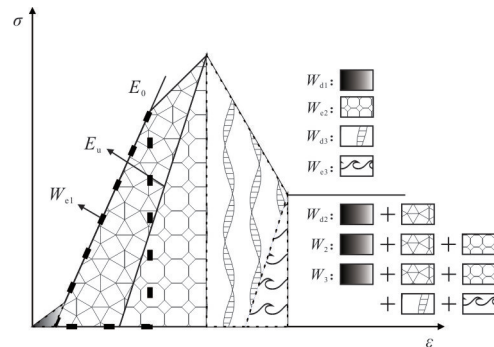


图1 能量分布曲线

Fig.1 Energy distribution curve

考虑了峰值前的耗散能和峰值后的断裂能,提出了一种新的脆性指数.

先根据应力-应变曲线分析峰前阶段和峰后阶段对岩石脆性特征的影响,论证其关联.岩石峰前阶段的耗散能以及峰后阶段用来维持裂纹扩展的断裂能越小,岩石的脆性程度越强,如图 1 所示.虽然峰前和峰后阶段的能量存在一定的转化关系,但目前峰值前后力学性质和能量演化的相关性还没有统一的认识,为此本文先分别建立能够衡量峰前脆性的峰前指数和反映峰后脆性特征的峰后指数,再利用适当的方法将 2 种指标合成为全过程的脆性评价指标.以这种方式构建的脆性指数考虑了峰前和峰后能量演化所具有的联系,该指标适用于评价岩石破坏全过程的脆性程度.

岩石的变形破坏过程与裂纹的发展密切相关,裂纹的发展伴随着能量的损耗(葛云峰等, 2019; 温韬等, 2019).根据文献(Wen *et al.*, 2018, 2020),岩石应力-应变曲线可以划分为几个阶段.在裂纹闭合压密阶段,如果岩样内部存在原生裂纹,则加载过程中会出现该阶段,但不会产生新裂纹,在应力-应变曲线上表现为向上凹,对于多数岩石而言该阶段都不明显,能量演化可以忽略不计.在线弹性变形阶段,此时岩石内部的原生裂纹已经完全闭合,该阶段在应力-应变曲线上表现为线性特征.当应力超过岩石起裂应力时,进入裂纹稳定扩展阶段,岩石内部会产生新裂纹,并伴随着原有裂纹的扩展、贯通,此时的应力-应变曲线表现为非线性特征,曲线斜率逐渐减小.当应力超过岩石损伤应力时,进入裂纹不稳定扩展阶段,岩样内部的裂纹进一步扩展、贯通并逐渐形成宏观的剪切破坏带,这些裂纹处于不稳定状态,此时的体积应变曲线出现弯折点,弹性应变能逐渐增加,岩石中积累的弹性

应变能增量为 W_{e1} , 耗散能也增加, 增量为 W_{d1} . 从开始加载至峰值强度处, 由于微孔隙的压缩、微裂纹的形成和热能的产生导致部分吸收能耗散, 剩余的吸收能以可释放的弹性应变能形式不断地积聚在岩石内部储存, 此时对应的弹性应变能为 W_{e2} , 耗散能为 W_{d2} , 吸收的总能量为 W_2 . 其中 $W_{d2} - W_{d1} + W_{e2} - W_{e1}$ 表示整个裂纹不稳定扩展阶段的能量增量. 对于理想的脆性岩石, 在应力达到峰值强度前不存在能量耗散过程. 因此, 当 W_{e1} 和 W_{e2} 为固定值时, $W_{d2} - W_{d1} + W_{e2} - W_{e1}$ 的值可反映岩石在峰前阶段的脆性特征. 也就是说, 峰值前的塑性屈服阶段越不显著, 峰值前耗散能与总吸收能的比例越小, 岩石的脆性越强. 因此, 可以得到用来表征岩石峰值前阶段脆性的指数, 该峰前指数 BI_{pre} 用来表征峰前阶段岩石所体现出来的塑性屈服程度, 如下所示:

$$BI_{pre} = \frac{W_{d2} - W_{d1} + W_{e2} - W_{e1}}{W_{e2} - W_{e1}}. \quad (1)$$

在破坏后阶段, 岩石在峰值破坏点之后, 内部结构逐渐破坏, 形成宏观破坏面, 但岩石仍较为完整, 岩石的承载能力迅速降低, 但仍存在一定的承载能力, 此时对应的弹性应变能为 W_{e3} , 耗散能为 W_{d3} , 吸收的总能量为 W_3 . 然而, 从峰值强度到残余强度变化期间, 由于试验机的继续工作以及弹性应变能的释放, 岩石内部产生了大量的微裂纹. 若岩石内部储存的弹性能和破裂所需能量相同时, 表明岩石破裂处于能量自平衡状态, 不需要外界来补充能量. 这体现了岩石积累和释放能量、岩石峰前和峰后与脆性破裂的统一关系. 在这种情况下, 岩石表现的脆性也很强. 由此可见, $W_{e3} - W_{e2}$ 在一定程度上反映了岩石的脆性强度, 且该值越大, 岩石表现的脆性越强. 如果可释放的弹性应变能不能满足岩石断裂所需的能量, 则需要试验机做额外的功, 这也会影响岩石的脆性. 根据上述讨论, 在本研究中, 用来表征岩石峰值后阶段脆性的指数 BI_{post} 被定义为:

$$BI_{post} = \frac{W_{e2} - W_{e3}}{W_{e2} - W_{e3} + W_3 - W_2}. \quad (2)$$

综上所述, 上述建立的指数均有缺陷, 仍需要建立能够同时反映岩石峰前和峰后两个阶段能量演化的脆性指数. 乘法合成法无需考虑各指标间的权重, 使用该方法合成的指标开展脆性评价更具有可靠性, 也体现了鼓励各指标均衡发展的评价要求, 评价的结果具有连续性及单调性. 因此, 本文采用乘法合成法提出岩石的脆性指数, 结合峰前和峰

后指数, 能够得到综合反映峰前和峰后阶段能量演化特征的岩石脆性指数 BI_{new} :

$$BI_{new} = BI_{pre} \times BI_{post}. \quad (3)$$

上述提出的脆性指数 BI_{new} 不仅考虑了峰前应力应变的影响, 而且还考虑了峰值应力降的影响, 综合考虑了峰值前后的能量演化, 并确定了岩石峰前脆性指数与峰后脆性指数之间的关系, 使其更加合理. 本文确定的脆性指数 BI_{new} 具有较好的物理基础, 岩石在峰前阶段有效地储存弹性应变能, 在峰后阶段由于弹性应变能的急剧释放和一些额外能量的产生而完全破裂. 如果岩石缺乏释放能量的能力, 那么在弹性应变能储存不足时岩石也不会发生脆性断裂.

3 脆性指数的评价分析

为揭示不同应力作用下岩石的力学性质差异, 本文参考张军等(2017)的红砂岩的单三轴试验资料、Zhang *et al.*(2018)的煤岩的三轴试验资料、侯振坤(2018)的页岩单三轴压缩试验资料来验证本文提出脆性指数的合理性. 上述3种岩石的应力-应变曲线均符合I类岩石标准, 而本文所提脆性指数计算方法就是基于I类岩石提出的, 所以本文选取符合I类岩石的曲线来验证方法的合理性. 表2所示为上述所提岩石在压缩试验下的力学参数值. 从表中可知, 随着围压的增加, 损伤应力、峰值强度和弹性模量都逐渐增大, 此外, 峰值应变和残余应变也随着围压增大而增大. 另外同围压下, 页岩1组的弹性模量相差较小, 这是因为它们的峰前应力应变曲线基本一致.

根据Wen *et al.*(2020)论述的能量计算原理, 由于特征应力(包括损伤应力)的确定具有客观性, 确定特征应力后获取不同应力作用下岩石的能量参数, 再根据本文提出的脆性指数计算方法得出峰前指数、峰后指数以及脆性指数, 如表3所示. 从表3中可知, 峰值强度处, 4种岩石吸收的总能量及储存的弹性应变能均随围压的增大而增大, 同围压情况下(30 MPa), 红砂岩吸收的总能量最多, 页岩其次, 煤岩吸收的总能量最少, 然而页岩储存的弹性应变能最多, 红砂岩其次, 煤岩储存的弹性应变能最少; 残余强度方面, 4种岩石吸收的总能量及残余的弹性应变能也随着围压的增大而增大, 同围压情况下(30 MPa), 红砂岩与页岩吸收的总能量稍多于煤岩吸收的总能量, 然而红砂岩残余的弹性应变能最

表 2 不同岩石的压缩试验力学参数

Table 2 Mechanical parameters of compression tests for different rocks

岩样	围压(MPa)	峰值强度(MPa)	损伤应力(MPa)	峰值应变(%)	残余应变(%)
红砂岩	0	69.79	14.44	0.593	0.791
	10	132.35	65.78	0.914	1.230
	20	173.26	133.16	1.156	1.472
	30	211.76	158.82	1.423	1.976
	40	251.87	202.14	1.680	2.342
煤岩	6	34.30	10.53	1.260	1.766
	12	43.81	20.72	1.518	2.041
	18	65.55	34.64	2.050	2.920
	24	68.94	46.53	2.290	3.249
	30	83.21	66.91	2.778	4.003
页岩 1 组	0	121.91	0	0.910	0.915
	10	162.38	67.52	0.963	1.134
	20	173.33	105.14	1.043	1.366
	30	223.14	154.95	1.182	1.527
页岩 2 组	0	112.17	0	0.788	0.792
	10	167.33	73.24	0.810	1.045
	20	194.48	113.33	1.025	1.392
	30	222.76	155.71	1.127	1.447

表 3 不同岩石的脆性指数

Table 3 Brittleness indexes for different rocks

岩样	红砂岩					煤岩					页岩 1 组				页岩 2 组			
围压	0	10	20	30	40	6	12	18	24	30	0	10	20	30	0	10	20	30
BI_{pre}	1.96	2.44	2.42	2.58	2.95	2.61	2.64	2.88	3.31	3.68	1.52	1.98	2.41	1.98	1.22	2.06	2.06	2.16
BI_{post}	0.69	0.50	0.37	0.30	0.24	0.53	0.49	0.42	0.32	0.20	0.99	0.71	0.48	0.44	0.99	0.59	0.47	0.44
BI_{new}	1.36	1.22	0.89	0.78	0.71	1.38	1.30	1.20	1.05	0.72	1.51	1.41	1.45	0.88	1.21	1.12	0.98	0.96

多,页岩其次,煤岩储存的弹性应变能最少.对于脆性指数而言,30 MPa的围压情况下,煤岩的脆性指数数值最大,红砂岩其次,页岩的脆性指数数值最小,可知煤岩的脆性强于红砂岩,红砂岩的脆性强于页岩.

脆性指数随围压的变化趋势通过图 2 来直观展示.从图 2 可以看出,随着围压的增大,煤岩和页岩 2 组的峰前指数都随着围压的增大而增大,但是 4 种岩石的峰后指数都随着围压的增大而减小.然而红砂岩与页岩 1 组的峰前指数随围压的增加都有一段减小的趋势,说明单独根据峰前行为判断岩石的脆性不可行.当围压从 10 MPa 增加到 20 MPa 时,红砂岩和页岩 1 组的脆性指数的减小幅度都变大.对于煤岩而言,低围压下煤岩的脆性虽然随着围压也出现减小的趋势,但是减小幅度较低,高围压下减小幅度增大,说明煤岩的脆性对于高围压更加敏感.综合看来,由峰前指数与峰

后指数合成的脆性指数都随着围压的增加而减小,很好地反映了 4 种岩石的脆性随着围压增大而减小的趋势,与室内试验观察的结果具有一致性,说明本文提出的脆性评价指数具有可行性.值得注意的是,只考虑岩石破坏前的能量参数无法全面地反映岩石的脆性特征,尤其是高围压下,岩石的塑性程度较高,此时岩石的脆性随峰前能量参数变化的规律不符合实际情况.

此外,为了将 4 种岩石的脆性指数进行比较,直观地判断一组岩样在不同围压作用下脆性指数的变化,可以对脆性指数值进行标准化,以此将变化范围较大的数据划到同一等级,表示如下:

$$BI'_i = \frac{BI_i - BI_{\min}}{BI_{\max} - BI_{\min}}, \quad (4)$$

其中 BI'_i 为数据归一化处理后的脆性指数值; BI_{\min} 为 BI_i 的最小值; BI_{\max} 为 BI_i 的最大值.

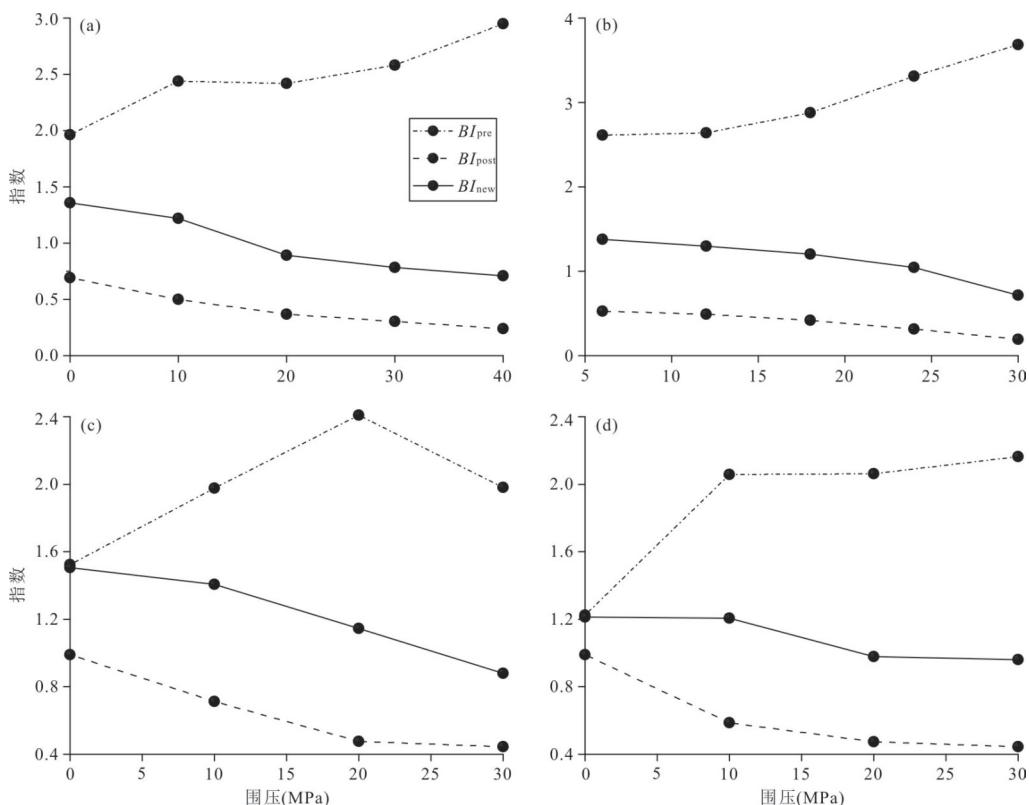


图 2 基于本文方法确定的不同岩石的脆性指数:(a)红砂岩;(b)煤岩;(c)页岩 1 组;(d)页岩 2 组

Fig.2 The brittleness index of different rocks determined by the proposed method: (a) red sandstone; (b) coal; (c) group 1 of shale; (d) group 2 of shale

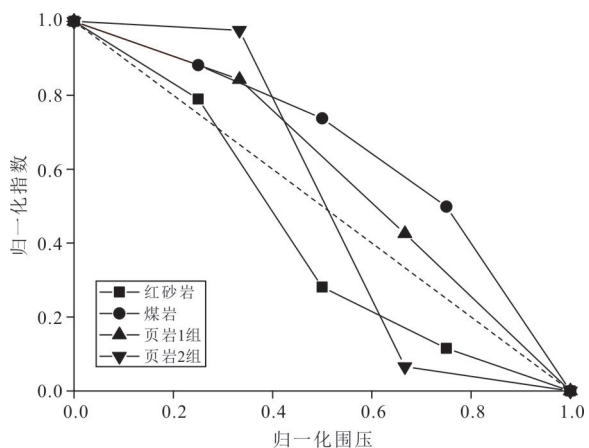


图 3 归一化后脆性指数随围压的变化趋势

Fig.3 Change trends of brittleness index with confining pressure after normalization

图 3 展示了归一化后不同岩石的脆性指数随围压的变化趋势.从图中可知,归一化指数随围压的变化趋势具有类似线性减小的特征,不同围压下煤岩和页岩 2 组的脆性指数减小幅度均低于呈线性递减的脆性指数值,说明低围压下这两种岩石均具有较强的脆性.而低围压下红砂岩和页岩

1 组的脆性指数减小幅度低于呈线性递减的脆性指数值,中等围压下则高于呈线性递减的脆性指数值,高围压下又低于呈线性递减的脆性指数值,说明低围压下这两种岩石具有较强的脆性,高围压下它们的脆性明显减弱,呈现一定的延性特征,表现出了随围压增大岩石发生脆延转换的特性.

4 脆性指数的对比验证

为了验证本文所建立的脆性指数 BI_{new} 的合理性,本文基于上述 4 种岩石试验结果选取其他 4 种脆性指数计算方法进行比较,分类阐述如下:

根据 Bishop(1967)的结果可知,基于应力参数定义的脆性指数 BI_{bishop} 表达式为:

$$BI_{bishop} = \frac{\sigma_p - \sigma_r}{\sigma_p}, \tag{5}$$

式中: σ_p 为峰值强度, σ_r 为残余强度.可知 BI_{bishop} 值越大,岩石脆性越强; BI_{bishop} 值越小,岩石脆性越弱.

根据周辉等(2014)的结果可知,基于全过程应力参数定义的脆性指数 BI_{zhou} 表达式为:

$$BI_{zhou} = \lg |k_{ac}| / 10 \times \frac{\sigma_p - \sigma_r}{\sigma_p}, \quad (6)$$

式中: k_{ac} 为连接峰值点与残余点直线的斜率. 可知 BI_{zhou} 值越大, 岩石脆性越强; BI_{zhou} 值越小, 岩石脆性越弱.

根据 Hucka and Das (1974) 的结果可知, 基于应变参数定义的脆性指数 BI_{hucka} 表达式为:

$$BI_{hucka} = \frac{\epsilon_r - \epsilon_p}{\epsilon_p}, \quad (7)$$

式中: ϵ_p 为峰值应变, ϵ_r 为残余应变. 可知 BI_{hucka} 值越大, 岩石脆性越弱; BI_{hucka} 值越小, 岩石脆性越强.

根据侯振坤 (2018) 的结果可知, 基于峰后能量演化特征可确定脆性指数 BI_{hou} , 即表 1 所列的 BI_8 . 为更加直观地比较各脆性指数的评价效果, 根据上述各脆性指数的计算公式得出各围压下的脆性指数值, 图 4 绘制了 4 种岩石在不同围压下的脆性指数变化曲线. 从图中可知, BI_{zhou} 、 BI_{hou} 和 BI_{new} 的值均随围压增大而减小, 说明这些岩石的脆性具有随围压的增大而减小的特性, 其中 BI_{zhou} 、 BI_{hou} 下降的速率先增后减, 而 BI_{new} 下降的速率总体呈现渐增的特点. 实际上, 煤岩及页岩

在低围压下表现出较强的脆性, 这与 BI_{new} 随围压下降的规律相符, 说明本文提出的脆性指数很好地反映了岩石的脆性特征. BI_{zhou} 和 BI_{hou} 虽然也能整体反映岩石脆性的变化趋势, 但是无法呈现岩石脆性随围压变化的增减幅度特性, 这是因为 BI_{zhou} 不具备足够的物理意义, 而 BI_{hou} 只考虑了峰后阶段的能量演化规律. 除了红砂岩在 20 MPa 围压下, BI_{bishop} 呈现出增加趋势, 其余岩石在不同围压下 BI_{bishop} 均随围压增加而减小, 说明该脆性指数在评估岩石脆性时不够确切, 该指数忽视了峰前应力应变对岩石脆性的影响. BI_{hucka} 随围压的变化趋势不具备完全递增性, 在评价岩石脆性时容易出错, 这是因为该指数也忽视了峰前应力应变对岩石脆性的影响.

图 5 展示了归一化后 5 种脆性指数随围压的变化趋势. 显然, BI_{new} 随围压呈现线性递减趋势, BI_{zhou} 、 BI_{hou} 随围压呈现类线性递减趋势, 而对于红砂岩, BI_{bishop} 的线性递减趋势不明显, BI_{hucka} 随围压变化并无明显规律, 评价岩石脆性的效果最差. 根据 5 种脆性指数评价岩石脆性的结果可知, 本文提出的脆性指数评价效果较好, 可用于评价多种岩石的脆性.

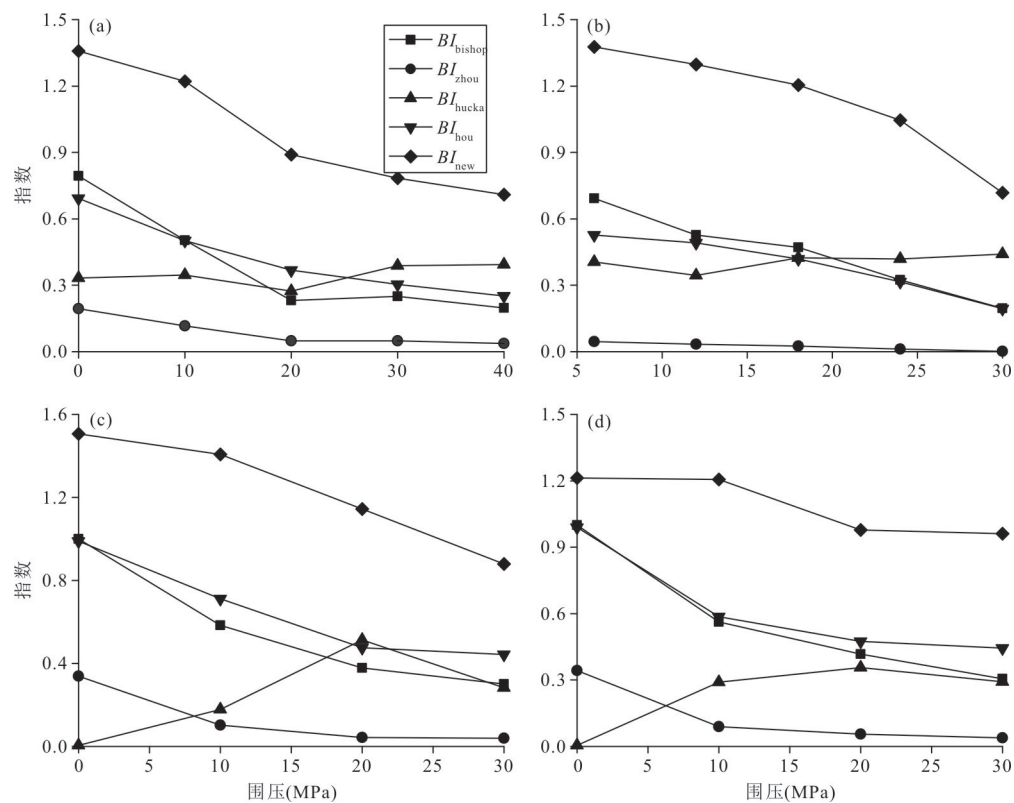


图 4 不同方法确定的脆性指数的比较: (a) 红砂岩; (b) 煤岩; (c) 页岩 1 组; (d) 页岩 2 组

Fig. 4 Comparison of brittleness indexes determined by different methods: (a) red sandstone; (b) coal; (c) group 1 of shale; (d) group 2 of shale

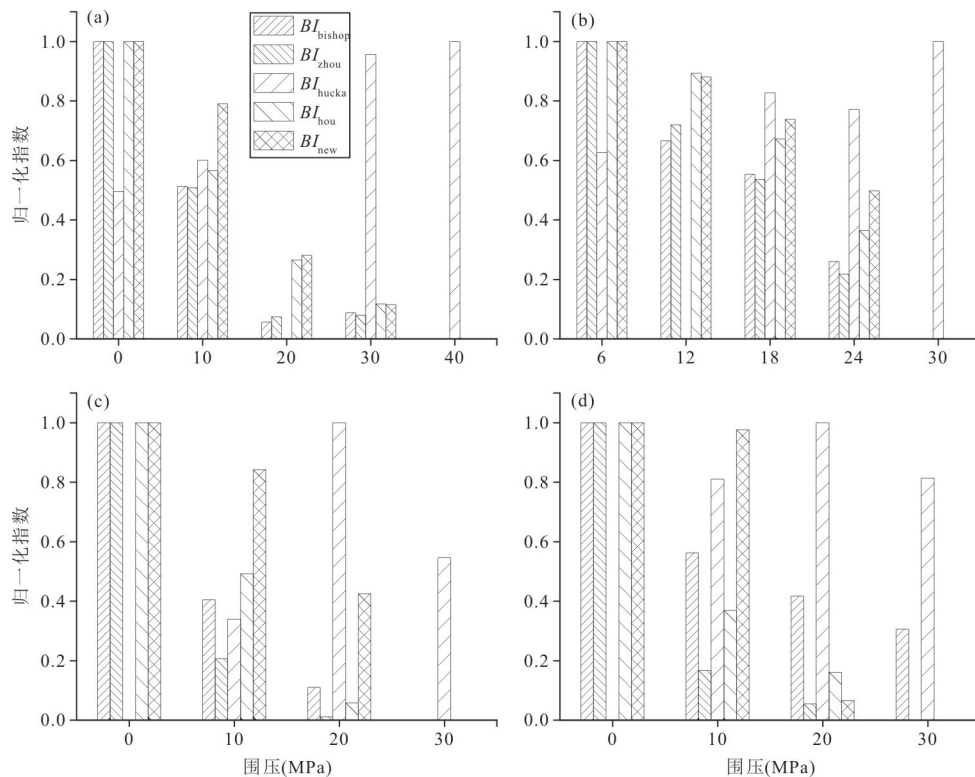


图 5 归一化后不同脆性指数的对比:(a)红砂岩;(b)煤岩;(c)页岩 1 组;(d)页岩 2 组

Fig.5 Comparisons for different brittleness indexes after normalization: (a) red sandstone; (b) coal; (c) group 1 of shale; (d) group 2 of shale

5 工程应用

本节将提出的脆性指数评价方法应用于锦屏一级水电站料场区边坡岩石的脆性评价,该边坡位于大奔流沟下游长约 750 m 的雅砻江左岸临江斜坡上.边坡区基岩裸露较好,除局部因卸荷存在小规模崩塌滚石外,未见大规模危岩体与滑坡等不良地质现象,自然岸坡整体稳定性较好.采取边坡区的粉砂质板岩进行室内试验,试验设备采用 MTS 三轴岩石力学试验机.试验前先将岩块制成标准岩样(长 100 mm,直径 50 mm),加载方向与板岩层面垂直,获取板岩在不同围压下的应力应变曲线,如图 6 所示.

根据本文提出的脆性指数评价方法,计算得到该边坡区板岩在不同围压下的脆性指数如表 4 所示.

结合图 6 可知,板岩的峰值强度和峰值应变都随着围压的增大而增大,显然与三轴压缩条件下岩石受到侧向束缚时抗压强度逐渐增加的规律相吻合,从抗压强度可知,该区域的板岩属于中硬-硬质岩.在峰值强度附近,曲线均出现一定程度的屈服

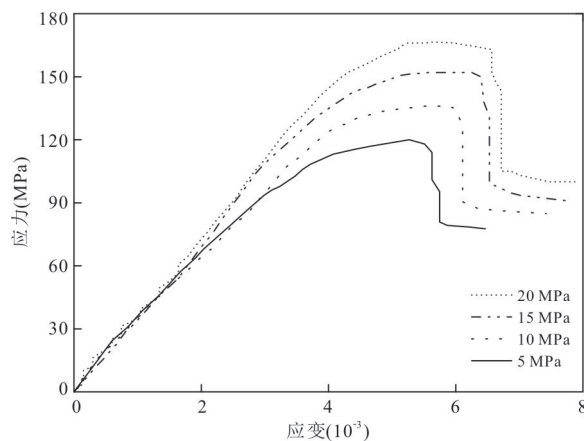


图 6 粉砂质板岩应力应变曲线
Fig.6 Stress-strain curves of silty slates

表 4 料场边坡区岩石脆性指数
Table 4 Brittleness indexes in Liaochang slope areas

围压(MPa)	5	10	15	20
脆性指数 BI_{new}	2.409	1.926	1.799	1.081

平台,而且围压增大的情况下,屈服平台也随着延长,这是因为围压越大,侧向压力对岩石的束缚作用越明显,使岩石表现出更明显的屈服阶段,塑性

逐渐增强,脆性逐渐减弱.因此,板岩的性质表现为低围压下脆性很强,随着围压增大,脆性减弱,逐渐向塑性转化.结合表 4 计算得到的板岩脆性指数可知,随着围压的增大,板岩的脆性逐渐减小.通过矿物鉴定可知,板岩的基本矿物由 70% 的绢云母和 30% 的隐晶质泥质构成,绢云母呈波纹状连续排列,板理面粘结较紧.根据岩石物理试验测试可知,深灰色板岩的干密度为 $2.71\sim 2.76\text{ g/cm}^3$,声波波速约 $4\ 900\text{ m/s}$,泊松比为 $0.25\sim 0.28$,弹性模量为 $30\sim 40\text{ GPa}$,软化系数为 $0.70\sim 0.73$.考虑基本矿物对脆性的不同贡献,基于弹性参数和矿物成分评价的板岩脆性来看,板岩的脆性较强,即表现出较弱的塑性变形能力.结合本文提出的脆性评价结果及不同围压下应力-应变曲线的定性分析,可知板岩具有较强的脆性,且评价结果具有较好的一致性.

该料场边坡内板岩原处于三向应力状态下,爆破开挖过程中会使原岩的应力状态遭到破坏而形成新的应力场,从而导致板岩发生损伤,从而导致板岩围岩发生失稳破坏现象.就地面工程而言,抗塑性能力越强,意味着发生岩爆的可能越大,丧失承载能力也越大.三轴压缩试验作为研究岩石力学性质最常见的试验之一,可以根据现场应力条件开展相应围压下的三轴压缩试验,可定量评价不同爆破位置岩石的脆性情况、岩石的破坏模式等,从而可预测该区域开展岩石爆破所需的炸药量并预测不同的爆心距.随着爆心距的增加,区域内板岩的抗压强度、弹性模量等宏观力学参数均呈现递增的趋势,但是它们的变化率都逐渐减小,板岩的变形特征正经历着从塑性向脆性的转变,破坏模式则从压剪破坏向张拉破坏转变,破碎程度减弱.这是因为炸药产生的冲击能量随着爆心距的增加而急剧减小,峰值震动速度呈现非线性衰落,因而爆破震动导致的岩石动态损伤程度逐渐降低.此外,随着炸药量的增加,相同爆心距处的岩样纵波波速有递减的趋势,炸药量的增加会导致冲击能量的增大,板岩的动态损伤程度增加,表现为板岩的宏观力学参数减小,破碎程度增加,此时如果相同爆心距的岩样脆性越强,岩样的破碎程度则相对较低.综上所述,爆破作为硬脆性材料开挖及破碎的主要方式,基于室内三轴试验,本文提出的脆性评价方法可较好地用于边坡工程围岩爆破开挖,为发展爆破新理论和新技术提供支撑.

6 讨论

前文引入了 4 种脆性指数用来验证本文提出的脆性指数的合理性,然而,这些脆性指数在评价岩石脆性时本身具有一定的缺陷,因此本文提出的评价方法在与它们对比验证时会有一定的误差.其中脆性指数 BI_{bishop} 是以峰值强度和残余强度为基础建立的,脆性指数 BI_{hucka} 是以峰值应变和残余应变为基础建立的,考虑了峰后应力降和峰后应变降的大小,也指出应力降或应变降越大,岩石脆性越强.但是,这两个指标并未考虑峰后应力或峰后应变降低的速率,如图 7 所示,相同应力降的情况下,即图中所示的曲线 1 和曲线 2,曲线 1 中应力降低的速率大于曲线 2 对应的峰后应力降低速率,理论上曲线 1 对应的岩石脆性更强;同理,相同应变降的情况下,即图中所示的曲线 1 和曲线 3,曲线 3 应变降低的速率大于曲线 3 对应的峰后应变降低速率,曲线 3 对应的岩石脆性也应该更强,但是脆性指数 BI_{bishop} 和 BI_{hucka} 并不能反映这两种情况,因此基于应力和应变定义的脆性指数评价岩石脆性时容易出现偏差.脆性指数 BI_{zhou} 则只考虑了峰后应力应变对岩石脆性的影响,忽视了峰前岩石力学性质对岩石脆性的影响.如图 7 所示两种岩石的应力应变曲线(曲线 1 和曲线 4),两条曲线对应的峰后应力降和应力降低速率皆相同,此时对应的脆性指数 BI_{zhou} 也相同.但是,根据曲线 1 和曲线 4 的峰前应力应变曲线可知,曲线 4 对应的岩石峰值应变小于曲线 1 对应的岩石峰值应变,因此岩石 4 的脆性要大于岩石 1 的脆性,但是脆性指数 BI_{zhou} 并不能反映这种情况.脆性指数 BI_{hou} 则只考虑了峰后能量演化特征,忽视了岩石峰前的能量演化特征,如曲线 1 和曲线 4 对应的岩石峰前能量演化特征不相同,也会导致岩石的脆性不同,脆性指数 BI_{zhou} 不能反映这一特性.

本文基于峰前和峰后能量演化特征建立的脆性评价指数虽然一定程度上可以反映不同岩石的脆性破坏特征,但是忽视了岩石内部岩性组成、结构特征等对岩石脆性强弱的影响,所以,仅以峰前和峰后应力-应变曲线研究岩石的脆性有不足之处,需要考虑影响岩石脆性的所有因素,并进行综合评价,脆性指数不仅应该代表破坏前抵抗非弹性变形的能力,而且可以表征破坏后的承受能力的丧失程度.综上,脆性指数可以评价岩石的可爆性,但还需要一个中间过程,比如岩石的冲击破坏力学特

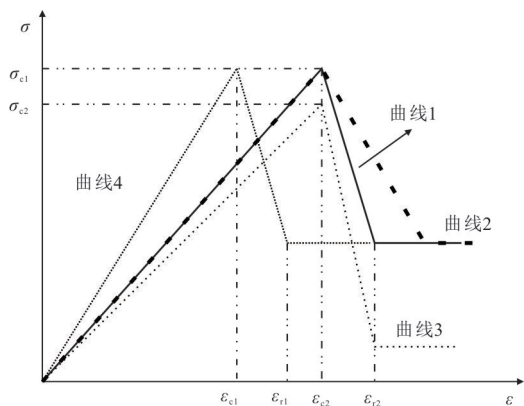


图7 对比脆性指数不能考虑的情况

Fig.7 Cases that cannot be considered by these brittleness indexes for comparison

性,静态的和动态的对应起来以后,才能建立静力学实验和动态冲击性的桥梁.例如,爆破区域近端岩石所受的冲击破坏程度较高,微裂隙发育明显,导致岩石的变形破坏曲线表现出延性特征,然而爆破区域远端岩石所受的冲击破坏程度较低,微裂隙发育相对不明显,岩石脆性特征显著.总体而言,目前基于脆性指数对岩石可爆性影响的研究偏少,且量化研究尚有不足,仍需进一步探索.

此外,本文的能量演化图形只针对Ⅰ类岩石,并未给出Ⅱ类岩石的能量演化图.因此本文提出的评价脆性指数的方法的合理性也只通过Ⅰ类岩石来验证.且本文给出了多种符合Ⅰ类曲线的岩石(如红砂岩、煤岩、页岩和板岩)用来验证该方法的合理性.Ⅱ类岩石一般为极强脆性岩石,笔者未收集相关数据验证该方法是否适用于Ⅱ类岩石.弹性应变能是岩石峰后发生破坏的来源,为峰后破坏状态提供了物理基础.对于Ⅱ类岩石,裂缝的发育完全是由于岩石中已储存的弹性能释放导致的.失效过程具有自我维持的特性,释放多余的能量,释放的能量可以转化为破坏过程所需能量,特别是与破碎、断裂碎片、地震活动、热等有关.对于Ⅰ类岩石,岩石中可用的弹性应变能不足以产生破坏,需要一些额外的能量来促使这一过程.

7 结论

(1)总结了基于能量理论确定岩石脆性指数的方法,并分析了现有评价方法的适用性和局限性.

(2)根据峰前能量演化特征提出能够表征峰前阶段岩石塑性屈服程度的脆性指数,根据

峰后能量演化特征提出能够表征峰后阶段岩石弹性应变能释放程度的脆性指数,采用乘法合成法提出能综合反映峰前和峰后阶段能量演化特征的岩石脆性指数,并通过4种岩石力学试验验证了该指数的合理性.

(3)与前人提出的4种脆性指数相比,本文提出的脆性指数随围压呈现线性递减趋势,其脆性指数评价效果较好,可用于评价多种岩石的脆性.

(4)将该脆性指数用于实际边坡爆破工程,结果表明本文提出的脆性评价方法可较好地用于围岩爆破开挖,可为发展爆破新理论和新技术提供支撑.

References

- Ai, C., Zhang, J., Li, Y. W., et al., 2016. Estimation Criteria for Rock Brittleness Based on Energy Analysis during the Rupturing Process. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(12): 4681–4698. <https://doi.org/10.1007/s00603-016-1078-x>
- Altindag, R., 2002. The Evaluation of Rock Brittleness Concept on Rotary Blast Hold Drills. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 102(1): 61–66.
- Bishop, A., 1967. Progressive Failure with Special Reference to the Mechanism Causing It. *Proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo*, 142–150.
- Feng, R. H., Zhang, Y. H., Rezagholilou, A., et al., 2020. Brittleness Index: From Conventional to Hydraulic Fracturing Energy Model. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 53(2): 739–753. <https://doi.org/10.1007/s00603-019-01942-1>
- Fu, L., Shen, R. C., Pang, F., et al., 2019. Experiments on Friction and Non-Steady Slip for Shale. *Earth Science*, 44(11): 3783–3793 (in Chinese with English abstract).
- Ge, Y. F., Zhou, T., Huo, S. L., et al., 2019. Energy Transfer Mechanism during Movement and Accumulation of Rockslide Avalanche. *Earth Science*, 44(11): 3939–3949 (in Chinese with English abstract).
- Hou, Z. K., 2018. Research on Hydraulic Fracturing Tests and Mechanism of Crack Extension of Longmaxi Shale (Dissertation). Chongqing University, Chongqing (in Chinese with English abstract).
- Hucka, V., Das, B., 1974. Brittleness Determination of Rocks by Different Methods. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 11(10): 389–392. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(74\)91109-7](https://doi.org/10.1016/0148-9062(74)91109-7)

- Kang, J. T., Wu, Q., Tang, H. M., et al., 2019. Strength Degradation Mechanism of Soft and Hard Interbedded Rock Masses of Badong Formation Caused by Rock/Discontinuity Degradation. *Earth Science*, 44(11): 3950—3960 (in Chinese with English abstract).
- Li, L. C., Zhai, M. Y., Zhang, L. Y., et al., 2019. Brittleness Evaluation of Glutenite Based on Energy Balance and Damage Evolution. *Energies*, 12(18): 3421. <https://doi.org/10.3390/en12183421>
- Meng, F. Z., Zhou, H., Zhang, C. Q., et al., 2015. Evaluation Methodology of Brittleness of Rock Based on Post-Peak Stress-Strain Curves. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 48(5): 1787—1805. <https://doi.org/10.1007/s00603-014-0694-6>
- Munoz, H., Taheri, A., Chanda, E. K., 2016. Fracture Energy-Based Brittleness Index Development and Brittleness Quantification by Pre-Peak Strength Parameters in Rock Uniaxial Compression. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(12): 4587—4606. <https://doi.org/10.1007/s00603-016-1071-4>
- Rahimzadeh Kivi, I., Ameri, M., Molladavoodi, H., 2018. Shale Brittleness Evaluation Based on Energy Balance Analysis of Stress-Strain Curves. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 167: 1—19. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.03.061>
- Song, H. Q., Zuo, J. P., Chen, Y., et al., 2019. Revised Energy Drop Coefficient Based on Energy Characteristics in Whole Process of Rock Failure. *Rock and Soil Mechanics*, 40(1): 91—98 (in Chinese with English abstract).
- Tarasov, B., Potvin, Y., 2013. Universal Criteria for Rock Brittleness Estimation under Triaxial Compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 59: 57—69. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2012.12.011>
- Wen, T., Tang, H. M., Huang, L., et al., 2020. Energy Evolution: A New Perspective on the Failure Mechanism of Purplish-Red Mudstones from the Three Gorges Reservoir Area, China. *Engineering Geology*, 264: 105350. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105350>
- Wen, T., Tang, H. M., Ma, J. W., et al., 2018. Evaluation of Methods for Determining Crack Initiation Stress under Compression. *Engineering Geology*, 235: 81—97. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.01.018>
- Wen, T., Tang, H. M., Ma, J. W., et al., 2019. Deformation Simulation for Rock in Consideration of Initial Damage and Residual Strength. *Earth Science*, 44(2): 652—663 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, J., Ai, C., Li, Y. W., et al., 2017. Brittleness evaluation index based on energy variation in the whole process of rock failure. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 36(6): 1326—1340 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, J., Ai, C., Li, Y. W., et al., 2018. Energy-Based Brittleness Index and Acoustic Emission Characteristics of Anisotropic Coal under Triaxial Stress Condition. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 51(11): 3343—3360. <https://doi.org/10.1007/s00603-018-1535-9>
- Zhang, S., Tang, H. M., Liu, X., et al., 2018. Seepage and Instability Characteristics of Slope Based on Spatial Variation Structure of Saturated Hydraulic Conductivity. *Earth Science*, 43(2): 622—634 (in Chinese with English abstract).
- Zhou, H., Meng, F. Z., Zhang, C. Q., et al., 2014. Quantitative Evaluation of Rock Brittleness Based on Stress-Strain Curve. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 33(6): 1114—1122 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献

- 付利, 申瑞臣, 庞飞, 等, 2019. 页岩剪切摩擦与非稳态滑移特性实验. *地球科学*, 44(11): 3783—3793.
- 葛云峰, 周婷, 霍少磊, 等, 2019. 高速远程滑坡运动堆积过程中的能量传递机制. *地球科学*, 44(11): 3939—3949.
- 侯振坤, 2018. 龙马溪组页岩水力压裂试验及裂缝延伸机理研究(博士学位论文). 重庆: 重庆大学.
- 亢金涛, 吴琼, 唐辉明, 等, 2019. 岩石/结构面劣化导致巴东组软硬互层岩体强度劣化的作用机制. *地球科学*, 44(11): 3950—3960.
- 宋洪强, 左建平, 陈岩, 等, 2019. 基于岩石破坏全过程能量特征改进的能量跌落系数. *岩土力学*, 40(1): 91—98.
- 温韬, 唐辉明, 马俊伟, 等, 2019. 考虑初始损伤和残余强度的岩石变形过程模拟. *地球科学*, 44(2): 652—663.
- 张军, 艾池, 李玉伟, 等, 2017. 基于岩石破坏全过程能量演化的脆性评价指数. *岩石力学与工程学报*, 36(6): 1326—1340.
- 张抒, 唐辉明, 刘晓, 等, 2018. 基于饱和渗透系数空间变异结构的斜坡渗流及失稳特征. *地球科学*, 43(2): 622—634.
- 周辉, 孟凡震, 张传庆, 等, 2014. 基于应力-应变曲线的岩石脆性特征定量评价方法. *岩石力学与工程学报*, 33(6): 1114—1122.